

Libër për mësuesin

Matematika

12 me zgjedhje

---

---

PLANI MËSIMOR VJETOR KLASA XII<sup>1</sup>

FUSHA: MATEMATIKA

LËNDA: MATEMATIKA BËRTHAMË + AVANCË

Tematikat	Shpërndarja e përmbajtjes lëndore për realizimin e kompetencave		
	Shtator-Dhjetor 78 orë	Janar-Mars 66 orë	Prill-Qershor 60 orë
Numri	BËRTHAMË Fuqitë dhe rrënjët (vetitë e fuqive, rrënjët irracionale) Logaritmet (vetitë e logaritmeve, fuqitë, rrënjët)		
Matja	BËRTHAMË Trigonometria (sinusi, kosinusi dhe tangjenti, teoremat e sinusit dhe të kosinusit)	AVANCË Trigonometri (radiani, funksione të tjera trigonometrike dhe funksionet e anasjella të funksioneve trigonometrike, formulat trigonometrike të shumës dhe diferencës së këndeve)	
Gjeometria		BËRTHAMË Vektorët (përkufizime dhe veti, koordinatat e vektorit).	AVANCË Vektorët trepërmasorë (3D) (Vektorët në hapësirë,

<sup>1</sup> Plan i vjetor është hartuar sipas Tekstit të Oxford për matematikën XII Bërthamë + Avancë përmban të gjitha njohuritë e parashikuara në program për 204 orë. Ndajja e orëve në periudha tremujore varion dhe mund të ndryshojë në varësi të datës së fillimit dhe të mbarimit të shkollës apo ditëve festive të pushimit. Në planet tremujore janë planifikuar të detajuara të gjitha orët. Mësuesit ndihen të lirë të bëjnë ndryshimet e tyre hap pas hapi në varësi të specifikave të shkollës së tyre. Brenda numrit të orëve janë planifikuar edhe orët e projektit, teste, vlerësimi i portofolit, veprimtari të tjera.

<p><b>Algebra dhe Funksioni</b></p>	<p><b>BËRTHAMË</b>  <b>Algebra</b> (argumentimi dhe vërtetimi, funksioni i fuqisë së dytë, sistemet e ekuacioneve, drejtëzat dhe rrathët, inekuacionet)  <b>Polinomet dhe teorema binomiale</b> (zbërthimi dhe faktorizimi, teorema binomiale, pjesëtimi i polinomeve, skicimi i grafikut)  <b>Derivimi dhe integrimi</b> (përkuafizimi i derivatit, derivati i <math>y = ax^n</math> dhe simbolika e Lajbnic-it, shpejtësia e ndryshimit, tangjentja dhe pingulja, ekstremumet, integrimi, syprina nën një vijë)  <b>Funksionet eksponenciale dhe funksionet logaritmike</b> (funksionet eksponenciale, funksionet logaritmike, proceset eksponenciale)</p>	<p><b>AVANCË</b>  <b>Algjebra 2</b> (funksionet, ekuacionet parametrike, thesaret algjebrike, zbërthimi i thesareve algjebrike në thesa elementare për afrimi i vijave)  <b>Vargjet</b> (vargjet, progresionet aritmetike, progresionet gjeometrike)  <b>Derivati</b> (përkulshmëria e vijës dhe pikat e infleksionit, funksionet trigonometrike, funksionet eksponenciale dhe logaritmike)</p>	<p><i>prodhimi numerik i vektorëve)</i>  <b>AVANCË</b>  <b>Derivati</b> (rregullat e derivimit të prodhimit dhe të raportit të funksioneve, derivimi i funksionit të përbërë (rregulli zinxhir)).  <b>Integralet</b> (tabela e integraleve, integrimi me zëvendësim, integrimi me pjesë, integrimi i funksioneve racionale)</p>
<p><b>Statistika dhe Probabiliteti</b></p>		<p><b>BËRTHAMË</b>  <b>Mbledhja, paraqitja dhe interpretimi i të dhënave</b> (kampionimi, karakteristikat e pozicionit dhe të shpërndarjes, të dhënat me një ndryshore, të dhënat me dy ndryshore)  <b>Probabiliteti dhe ndryshoret diskrete të rastit</b> (probabiliteti, shpërndarja e probabiliteteve).</p>	<p><b>AVANCË</b>  <b>Probabiliteti</b> (probabiliteti me kusht, shpërndarja binomiale, modelimi me anë të probabilitetit)</p>

## PLANIFIKIMI I PERIUdhës së parë

### Fusha: Matematika

### Lënda: Matematika Bërthamë

**Rezultatet e të nxënës sipas kompetencave kryesore**

**Kompetenca e komunikimit dhe të shprehurit:**

*Nxënësi/jja:*

- shpreh para një audience të caktuar, çështjet thelbësore të ngritura në një interpretim për një temë të caktuar, përmes së paku një forme komunikimi (gjuhës, simboleve, shenjave, kodeve etj.);
- prezanton një temë të caktuar nga matematika, shkencë, nga jeta e përditshme dhe në mënyrë efektive komunikon me audiencën, duke përdorur TIK-un dhe mediet e tjera të shkruara dhe elektronike.

**Kompetenca e të menduarit:**

*Nxënësi/jja:*

- interpreton dhe prezanton ecurinë e zgjidhjes së një problemi në klasë apo jashtë saj, duke e vërtetuar zgjidhjen e problemit përmes metodës së analizës;
- analizon, në mënyrë të pavarur, informacionet e marra nga burimet e ndryshme për një temë ose detyrë të dhënë dhe vlerëson cilësinë e tyre.

**Kompetenca e të nxënës:**

*Nxënësi/jja:*

- diskuton në grup për mënyrat e bashkëpunimit me të tjerët për të zgjidhur një situatë të re mësimore, një problem nga jeta e përditshme;

- bën përpunimin e informacioneve për një temë të caktuar në mënyrë të pavarur dhe efektive;

- prezanton me shkrim ose me gojë rezultatet e punës para të tjerëve, duke dhënë shpjegime për mënyrën e zgjedhjes dhe të shfrytëzimit të burimeve të informacionit.

#### **Kompetenca për jetën, sipërmarrjen dhe mjedisin:**

*Nxënësi/jja:*

- ndërmerr iniciativë në aktivitete të ndryshme me interes për lëndën/fushën mësimore, për klasën, për shkollën dhe për mjedisin ku jeton, si dhe tregohet i përgjegjshëm në plotësimin e detyrave, përmbushjen e detyrimeve dhe respektimin e afateve, referuar projektit apo planit.

#### **Kompetenca personale:**

*Nxënësi/jja:*

- demonstroi vetëbesim dhe shkathtësi personale e ndërpersonale në jetën e përditshme, duke dalluar aspektet pozitive për veten dhe duke ndërmarrë veprime konkrete për arrijen e rezultateve të synuara personale.

#### **Kompetenca qytetare:**

*Nxënësi/jja:*

- ilustron me shembuj, zgjidhjen e problemeve të caktuara në nivel shkolle ose në nivel komuniteti, si dhe e arsyeton atë me argumente para një audience të caktuar (p.sh., demonstroi mënyrën e ofrimit të ndihmës së parë në rastet e fatkeqësive natyrore ose njerëzore).

#### **Kompetenca digjitale:**

*Nxënësi/jja:*

- prezanton një projekt, duke përdorur sekuenca animimesh, videoesh, figurash për demonstrimin e temave mësimore.

#### **Rezultatet e të nxënësve për kompetencat e fushës/lëndës**

#### **Kompetenca zgjidhja probleme:**

*Nxënësi/jja:*

- zbaton simbolet matematikore për të përshkruar situata praktike, duke përfshirë edhe derivatin dhe integralin;
- modelon dhe zgjidh situata probleme, jo të ndërlukuara, me ndihmën ose jo të teknologjisë;
- hulumton dhe zbaton strategji të përshtatshme për zgjidhjen e problemeve të simuluar nga jeta reale dhe me shembuj nga shkencat e tjera.

**Kompetenca arsyetimi dhe vërtetimi matematik:**

*Nxënësi/jja:*

- vërteton teorema sipas metodave të vërtetimit me deduksion, me silogjizëm dhe nga e kundërta.;
- përdor logjikën (deduksionin), arsyetimin, veprimet me mend ose parashikimin për të gjetur dhe për të gjykuar zgjidhjen e një problemi matematikor.

**Kompetenca të menduarit dhe komunikimi matematik:**

*Nxënësi/jja:*

- përdor simbolet matematikore algebrike dhe trigonometrike për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta e përditshme.

**Kompetenca lidhja konceptuale:**

*Nxënësi/jja:*

- integron njohuritë e shprehjet matematikore me situata ose me dukuri të marra nga kontekste të tjera (jeta e përditshme, lëndët e tjera, sportet etj.).

**Kompetenca modelimi matematik:**

*Nxënësi/jja:*

- përdor shkathiësi argumentuese lidhur me modelimin dhe zbatimin e formulave në analizën matematikore.

**Kompetenca përdorimi i teknologjisë në matematikë:**

*Nxënësi/jja:*

- zgjidh detyra matematikore duke përdorur aftësitë e fituara në fushën e teknologjisë dhe të TIK-ut.

Nr.	Kapitulli	Temat mësimore	Situata e parashikuar e të nxënit	Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve	Vlerësimi	Burimet
	<b>MATEMATIKA BËRTHAMË</b>					
<b>1</b>	<b>Algjebra (16 orë)</b>	Argumentimi dhe vërtetimi (shkathtësi dhe aftësi)	<i>Për çfarë na shërben matematika</i>	Metoda ndërvepruese, bashkëvepruese, gjithëpërfshirëse .	Vlerësim diagnostikues: • intervistë me një listë treguesish; • vetëvlerësim me listë kontrolli.	Teksti i matematikës për klasën XII Bërthamë; Fletë pune klasa XII bërthamë; Teksti i mësuesit për klasën XII bërthamë;
<b>1.</b>		Argumentimi dhe vërtetimi (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
<b>2.</b>		Vetitë e fuqive (shkathtësi dhe aftësi)				
<b>3.</b>		Vetitë e fuqive (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	<i>Gjetja e syprinës së parcelës me lule ose masa e trurit të një kafshe.</i>	Puna në grup dhe puna individuale	Vlerësim për të nxënë (vlerësim formues):	materiale nga interneti;
<b>4.</b>		Rrënjët irracionale (shkathtësi dhe aftësi)				
<b>5.</b>		Rrënjët irracionale (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	<i>Perimetri dhe syprina e paralelogramit</i>	Hulumtimi dhe zbulimi	• vlerësim i përgjigjeve me gojë; • vlerësimi i	materiale nga enciklopedi; tekst nga fusha të tjera;
<b>6.</b>		Funksioni i fuqisë së dytë (shkathtësi dhe aftësi)				
<b>7.</b>		Funksioni i fuqisë së dytë (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	<i>Lëvizja e një trupi me shpejtësi dhe nxitim</i>	Zbatime praktike brenda dhe jashtë klase		
<b>8.</b>		Sistemet e ekuacioneve (shkathtësi dhe aftësi)				
<b>9.</b>		Sistemet e ekuacioneve (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	<i>Kandidati fitues në zgjedhje lokale</i>			

<b>10.</b>		Drejtzat dhe rrathët (shkathësi dhe aftësi)	Skicimi i balonës me ajër	Metoda integrale	punës në grup;	slide/ materiale të krijuara nga mësuesit
<b>11.</b>		Drejtzat dhe rrathët (arsyetim dhe zgjidhje probleme)		Bashkëbisedim	• vlerësim mes nxënësish;	
<b>12.</b>		Inekuacionet (shkathësi dhe aftësi)			• vlerësim i aktivitetit	modele të detyrave nga nxënësit/et
<b>13.</b>		Inekuacionet (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	<i>Udhëtimi me kufi shpejtësie të përcaktuar në një zonë</i>	Teknika që zhvillojnë mendimin kritik dhe krijues	gjatë debateve në klasë;	
<b>14.</b>		Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim	<i>Vetëvlerësim i nxënësit. Detyrë krijuese për portofol (lidhja ndërmjet Teoremës Ferma dhe teoremës së Pitagorës)</i>		• vlerësim i detyrave të shtëpisë;	Makina llogaritëse etj.
<b>15.</b>		Vlerësim për kreun 1	<i>Ushtrime dhe situata probleme</i>	Prezantime në formë të ndryshme, përfshirë TIK	• vetëvlerësim;	
<b>16.</b>	<b>Polinomet dhe teorema binomiale (12 orë)</b>	Zbërthimi dhe faktorizimi (shkathësi dhe aftësi)	<i>Për çfarë na shërben matematika</i>		• intervistë me një listë treguesish;	
<b>17.</b>		Zbërthimi dhe faktorizimi (arsyetim dhe zgjidhje probleme)		Projekte kurrikulare	• vëzhgim me një listë të plotë treguesish;	
<b>18.</b>		Teorema binomiale (shkathësi dhe aftësi)			• prezantim me gojë ose me	
<b>19.</b>		Teorema binomiale (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	<i>Kombinime të të gjithë lojtarëve të një skuadre futbollit për të krijuar një ekip me 11 lojtarë.</i>	Konkurse		
<b>20.</b>		Pjesëtimi i polinomeve (shkathësi dhe aftësi)				



21.	Pjesëtimi i polinomeve (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				shkrim; • projekt kurrikular.	
22.	Skicimi i grafikut (shkathësi dhe aftësi)					
23.	Skicimi i grafikut (arsyetim dhe zgjidhje probleme)					
24.	Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim			<i>Vlerësim i nxënësit nga nxënësi. Detyrë krijuese për portofol mbi trekëndëshin e Paskalit</i>	Vlerësimi i të nxënësit (vlerësimi përmbledhës):	
25.	Vlerësim për kreun 2			<i>Ushtrime dhe situata probleme</i>	• test për një grup temash të caktuara;	
26.	Përsëritje Kreu 1 dhe 2				• test në përfundim të një kohe të caktuar;	
27.	<b>TEST I NDËRMJETËM</b>				• vlerësim i portofolit.	
28.	<b>Orë projekt (1)<sup>2</sup></b>					
29.	<b>Orë projekt (2)</b>					
30.	Sinusi, kosinusi dhe tangjenti (shkathësi dhe aftësi)			<i>Për çfarë na shërben matematika</i>		
31.	Sinusi, kosinusi dhe tangjenti (arsyetim dhe zgjidhje probleme)					
32.	Teoremat e sinusit dhe të kosinusit (shkathësi dhe aftësi)					
33.	Teoremat e sinusit dhe të kosinusit (shkathësi dhe aftësi)					

<sup>2</sup> Orët e projektit mund të zhvillohen edhe të shpërndara.

34.		Teoremat e sinusit dhe të kosinusit (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
35.		Teoremat e sinusit dhe të kosinusit (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
36.		Përmbledhje dhe përsëritje	<i>Vlerësim i nxënësit nga nxënësi</i>			
37.		Vlerësim për kreun 3	<i>Ushtrime dhe situata probleme</i>			
38.	<b>Derivimi dhe integrimi (30 orë)</b>	Përkufizimi i derivatit (shkathësi dhe aftësi)	<i>Për çfarë na shërben matematika</i>			
39.		Përkufizimi i derivatit (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
40.		Derivati i $y = ax^n$ dhe simbolika e Lajbnicit (shkathësi dhe aftësi)				
41.		Derivati i $y = ax^n$ dhe simbolika e Lajbnicit (shkathësi dhe aftësi)				
42.		Derivati i $y = ax^n$ dhe simbolika e Lajbnicit (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
43.		Derivati i $y = ax^n$ dhe simbolika e Lajbnicit (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
44.		Shpejtësia e ndryshimit (shkathësi dhe aftësi)				
45.		Shpejtësia e ndryshimit (shkathësi dhe aftësi)				

46.	Shpejtësia e ndryshimit (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	Vëllimi i ujit në një vaskë konike në çastin t sekonda		
47.	Shpejtësia e ndryshimit (arsyetim dhe zgjidhje probleme)			
48.	Tangjentja dhe pingulja (shkathësi dhe aftësi)			
49.	Tangjentja dhe pingulja (arsyetim dhe zgjidhje probleme)			
50.	Ekstremumet (shkathësi dhe aftësi)			
51.	Ekstremumet (arsyetim dhe zgjidhje probleme)			
52.	Integrimi (shkathësi dhe aftësi)			
53.	Integrimi (shkathësi dhe aftësi)			
54.	Integrimi (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	Lëvizja e një grimce elementare me nxitim të caktuar e cila fillon nga prehja		
55.	Integrimi (arsyetim dhe zgjidhje probleme)			
56.	Syprina nën një vijë (shkathësi dhe aftësi)			
57.	Syprina nën një vijë (shkathësi dhe aftësi)			
58.	Syprina nën një vijë (arsyetim dhe zgjidhje probleme)			

59.		Syprina nën një vijë (arsyetim dhe zgjidhje problemore)			
60.		Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim		<i>Vetëvlerësim i nxënësit. Mbi teoremën themelore të njehsimit diferencial dhe integral</i>	
61.		Vlerësim për kreun 4		<i>Ushtrime dhe situata problemore</i>	
62.		Përsëritje Kreu 1, 2, 3, 4		<i>Përdoret Përsëritja kreu I-4</i>	
63.		Përsëritje Kreu 1, 2, 3, 4		<i>Përdoret Përsëritja kreu I-4</i>	
64.		<b>TEST PËRMbledhës</b>			
65.		Diskutim dhe vetëvlerësim për testin përmbledhës			
66.		Diskutim dhe vlerësim i portofolit			
67.		Diskutim dhe vlerësim i portofolit			
68.	<b>Funksione t eksponenc iale dhe funksionet logaritmik e (10 orë)</b>	Vetitë e logaritmeve (shkathësi dhe aftësi)		<i>Për çfarë na shërben matematika</i>	
69.		Vetitë e logaritmeve (arsyetim dhe zgjidhje problemore)			
70.		Funksionet eksponenciale (shkathësi dhe aftësi)			
71.		Funksionet eksponenciale (arsyetim dhe zgjidhje problemore)			

72.		Proceset eksponenciale (shkathësi dhe aftësi)	<i>Injektimi i insulinës në një pacient</i>			
73.		Proceset eksponenciale (arsyetim dhe zgjidhje problemore)	<i>Rritja e syprinës së një kërpudhe gjatë t ditëve</i>			
74.		Përmbledhje dhe përsëritje	<i>Vlerësim i nxënësit nga nxënësi</i>			
75.		Eksplorim	<i>Për boshin kohor logaritmik të hedhjes së disa datave të ndryshme</i>			
76.		Vlerësim kreu 5	<i>Ushtrime dhe situata problemore</i>			
77.		Vlerësim kreu 5	<i>Ushtrime dhe situata problemore</i>			

## PLANIFIKIMI I PERIUdhës së Dytë

### Fusha: Matematika

### Lënda: Matematika Bërthamë

#### Rezultatet e të nxënës sipas kompetencave kryesore

##### Kompetenca e komunikimit dhe të shprehurit:

###### Nxënësi/jja:

- shpreh para një audience të caktuar, çështjet thelbësore të ngritura në një interpretim për një temë të caktuar, përmes së paku një forme komunikimi (gjuhës, simboleve, shenjave, kodeve, etj.);
- prezanton një temë të caktuar nga matematika, shkencë, nga jeta e përditshme dhe në mënyrë efektive komunikon me audiencën, duke përdorur TIK-un dhe mediet e tjera të shkruara dhe elektronike.

##### Kompetenca e të menduarit:

###### Nxënësi/jja:

- gjykon rezultatet e arritura, nga analiza e të dhënave të një projekti të realizuar dhe i interpreton ato me gjuhën e matematikës dhe të fushës përkatëse, i paraqet grafikisht, në formë tabelore, duke nxjerrë përfundime të vërtetuara;
- përpunon në mënyrë kritike, informacionet e mbledhura nga burime të ndryshme për ndonjë temë të ndjeshme në shoqëri, formon qëndrim kritik dhe e paraqet atë gjatë një debati me moshatarët dhe me të tjerët për çështjen e ngritur, “pro” ose “kundër”.

##### Kompetenca e të nxënës:

###### Nxënësi/jja:

- paraqet një plan studimi (në formë skice, vizatimi etj.) për ndonjë çështje të caktuar (p.sh., vlerat kulturore të rajonit të vet, vlerat e edukimit në shoqëri etj.) duke respektuar të gjithë hapat e planit të studimit dhe e paraqet para të tjerëve;

<p>- përzgjedh punimet kryesore të dosjes së vet për të shpjeguar para një audience të caktuar strategjitë që ka zbatuar për të ndjekur përparimin e vet dhe masat e zbatuara për ta përmirësuar këtë përparim në mënyrë të vazhdueshme.</p> <p><b>Kompetenca për jetën, sipërmarrjen dhe mjedisin:</b> Nxënësi/jja:</p> <p>- përdor aftësitë digjitale për llogaritjen, analizën, interpretimin dhe paraqitjen e të dhënave me informacione të nevojshme (p.sh., të një mjedisi të biznesit), duke renditur të dhënat sipas nevojave dhe prioriteteve të ndërmarrjes ose organizatës.</p> <p><b>Kompetenca personale:</b> Nxënësi/jja:</p> <p>- demonstroi vetëbesim dhe shkathtësi personale e ndërpersonale në jetën e përditshme, duke dalluar aspektet pozitive për veten dhe duke ndërmarrë veprime konkrete për arritjen e rezultateve të synuara personale.</p> <p><b>Kompetenca qytetare:</b> Nxënësi/jja:</p> <p>- ilustron me shembuj, zgjidhjen e problemeve të caktuara në nivel shkolle ose në nivel komuniteti, si dhe e arsyeton atë me argumente para një audience të caktuar (p.sh., demonstroi mënyrën e ofrimit të ndihmës së parë në rastet e fatkeqësive natyrore ose njerëzore).</p>	<p><b>Rezultatet e të nxënit për kompetencat e fushës/lëndës</b></p> <p><b>Kompetenca zgjidhja probleme:</b> Nxënësi/jja:</p> <p>- zbaton simbolet matematikore për të përshkruar situata praktike, duke përfshirë funksionet, vargjet apo derivatin;</p> <p>- analizon vrojtime dhe interpreton tabela dhe diagrame të gatshme.</p> <p><b>Kompetenca arsyetimi dhe vërtetimi matematik:</b> Nxënësi/jja:</p> <p>- përdor logjikën, arsyetimin, veprimet me mend ose parashikimin për të gjetur dhe për të gjykuar zgjidhjen e një problemi matematikor;</p> <p>- gjykon në vërtetësinë e një rezultati të dhënë, i cili mund të jetë gjetur me llogaritje, me zbatimin e formulave të njohura ose me përdorimin e</p>
---	--

teknologjisë;

- përdor drejt disa rregulla elementare të logjikës e të arsytimit, si dhe përdor kundërshtuesin për të kundërshtuar një pohim ose fjalë të jetës së përditshme.

**Kompetenca e të menduarit dhe komunikimi matematik:**

*Nxënësi/jja:*

- shkëmben informacion nga formula, grafikë, tabela, diagrame dhe jep informacion me to.

**Kompetenca lidhja konceptuale:**

*Nxënësi/jja:*

- demonstroi lidhjen ndërmjet koncepteve të vektorëve, funksioneve apo njehsimit diferencial.

**Kompetenca modelimi matematik:**

*Nxënësi/jja:*

- krijon modele që përmbajnë konceptet kryq për vektorët, vargjet, trigonometrinë, derivatin, funksione eksponenciale e logaritmike;

- përdor figurat simbolike përmes vijave dhe grafikëve, për përshkrimin dhe zgjidhjen e problemeve të ndryshme në matematikë, në fushat e tjera dhe në jetën e përditshme.

**Kompetenca përdorimi i teknologjisë në matematikë:**

*Nxënësi/jja:*

- përdor teknologjinë për të analizuar, për të komunikuar dhe për të zbuluar informacion matematik rreth koncepteve kryq.



Nr.	Kapitulli	Temat mësimore	Situata e parashikuar e të nxënësve	Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve	Vlerësimi	Burimet
78.	<b>Vektorët (6 orë)</b>	Përkufizime dhe veti (shkathësi dhe aftësi)	<i>Për çfarë na shërben matematika</i>	Metoda ndërvepruese, bashkëvepruese, gjithëpërfshirëse	Vlerësim diagnostikues • intervistë me një listë treguesish; • vetëvlerësim me listë kontrolli;	Teksti i matematikës për klasën XII Bërthamë; Fletë pune klasa XII bërthamë; Teksti i mësuës për klasën XII bërthamë;
79.		Përkufizime dhe veti (arsyetim dhe zgjidhje problemore)				
80.		Koordinatat e vektorit (shkathësi dhe aftësi)				
81.		Koordinatat e vektorit (arsyetim dhe zgjidhje problemore)	<i>Gara e vozitjes në liqen</i>			
82.		Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim	<i>Vetëvlerësim i nxënësit</i>			
83.		Vlerësim kreu 6	<i>Ushtrime dhe situata problemore</i>			
84.	<b>Mbledhja, paraqitja dhe interpretimi i të dhënave (10 orë)</b>	Kampionimi (shkathësi dhe aftësi)	<i>Për çfarë na shërben matematika</i>	Hulumtimi dhe zbulimi	Vlerësim për të nxënë (vlerësim formues):  • vlerësimi i përgjigjeve me gojë; • vlerësimi i punës në	materiale nga interneti;
85.		Kampionimi (arsyetim dhe zgjidhje problemore)	<i>Parapëlqimet e klientëve për produkte të ndryshme në një dyqan ushqimesh</i>			
86.		Karakteristikat e pozicionit dhe të shpërndarjes (shkathësi dhe aftësi)				
87.		Karakteristikat e pozicionit dhe të shpërndarjes (arsyetim dhe zgjidhje problemore)	<i>Shitjet e ujit me gaz në një dyqan</i>			
88.		Të dhënat me një ndryshore (shkathësi dhe aftësi)	<i>Analiza e punës së dy hidraulikëve në një firmë ndërtimi</i>			

89.	Të dhënat me një ndryshore (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	Konsumi mesatar javor i akullores matur nga një dietolog	Metoda	grup;	materiale nga enciklopedi;
90.	Të dhënat me dy ndryshore (shkathësi dhe aftësi)	Korrelacioni ndërmjet gjatësisë dhe gjerësisë së petaleve të trëndafilave	integruese	<ul style="list-style-type: none"> <li>vlerësim mes</li> </ul>	enciklopedi;
91.	Të dhënat me dy ndryshore (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	Shitja e akulloreve dhe numri i orëve me diell	Bashkëbisedim	<ul style="list-style-type: none"> <li>nxënësisht;</li> <li>vlerësim i</li> </ul>	tekst nga fusha të tjera;
92.	Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim	Vlerësim i nxënësit nga nxënësi. Detyrë krijuese për portofol duke krijuar një shembull të korrelacionit të dy ndryshoreve	Teknika që zhvillojnë mendimin kritik dhe krijues	aktivitetit gjatë debateve në klasë; <ul style="list-style-type: none"> <li>vlerësim i</li> </ul> detyrave të shtëpisë;	slide/ materiale të krijuara nga mësuesit;
93.	Vlerësim për kreun 7	Ushirime dhe situata probleme	Prezantime në	<ul style="list-style-type: none"> <li>vetëvlerësim</li> </ul>	modele të detyrave nga nxënësit;
94.	Probabiliteti dhe ndryshore të diskrete të rastit (10 orë)	Probabiliteti (shkathësi dhe aftësi)	forma të ndryshme, përfshirë TIK	; <ul style="list-style-type: none"> <li>intervistë me</li> </ul>	nxënësit;
95.	Probabiliteti dhe ndryshore të diskrete të rastit (10 orë)	Probabiliteti (arsyetim dhe zgjidhje probleme)		një listë	makina
96.	Shpërndarja e probabiliteteve (shkathësi dhe aftësi)	Shpërndarja e probabiliteteve (arsyetim dhe zgjidhje probleme)		treguesish;	llogaritëse
97.	Shpërndarja e probabiliteteve (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	Shpërndarja e probabiliteteve (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	Projekte kurrikulare	<ul style="list-style-type: none"> <li>vëzhgim me</li> </ul> një listë të plotë	etj.
98.	Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim	Vlerësim i nxënësit nga nxënësi. Detyrë krijuese për portofol për hulumtimin rreth probabilitetit të	Konkurse	treguesish; <ul style="list-style-type: none"> <li>prezantim</li> </ul>	

			<i>datëlindjes së disa njerëzve në një ditë.</i>			
<b>99.</b>		Ushtrime për përsëritje kreu 5-8	<i>Përdoren ushtrimet për përsëritje përkatëse për krerët 5-8 në faqen 216</i>			me gojë ose me shkrim, • projekt kurrikular
<b>100.</b>		<b>TEST I NDËRMJETËM</b>				
<b>101.</b>		Vetëvlerësim për testin e ndërmjetëm				Vlerësimi i të nxënit
<b>102.</b>		<b>Orë projekt (3)<sup>3</sup></b>				(vlerësimi përmbledhës):
<b>103.</b>		<b>Orë projekt (4)</b>				• test për një grup temash të caktuara; • test në
		<b>MATEMATIKA AVANÇË</b>				
<b>104.</b>	<b>Algjebra 2 (12 orë)</b>	Funksionet (shkathësi dhe aftësi)	<i>Për çfarë na shërben matematika</i>			Teksti i matematikës për klasën XII Avancë;
<b>105.</b>		Funksionet (arsyetim dhe zgjidhje problemore)				Fletë pune klasa XII avancë;
<b>106.</b>		Ekuacionet parametrike (shkathësi dhe aftësi)				
<b>107.</b>		Ekuacionet parametrike (arsyetim dhe zgjidhje problemore )	<i>Lëvizja e plumbit nga shkëmbi në det</i>			portofolit
<b>108.</b>		Thyesat algjebrike (shkathësi dhe aftësi)				

<sup>3</sup> Orët e projektit mund të zhvillohen edhe të shpërndara.

<b>109.</b>	Thyesat algjebrike (arsyetim dhe zgjidhje problemore )				Teksti i mësuesit për klasën XII avancë;
<b>110.</b>	Zbërthimi i thyesave algjebrike në thyesa elementare (shkathësi dhe aftësi)				
<b>111.</b>	Zbërthimi i thyesave algjebrike në thyesa elementare (arsyetim dhe zgjidhje problemore )			<i>Xhiroja e një atleti në një garë</i>	materiale nga interneti;
<b>112.</b>	Përafrimi i vijave (shkathësi dhe aftësi)				materiale nga enciklopedi;
<b>113.</b>	Përafrimi i vijave (arsyetim dhe zgjidhje problemore )			<i>Rritja e një zone me alga dhe sipërfaqja e saj</i>	
<b>114.</b>	Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim			<i>Vlerësim i nxënësit nga nxënësi</i>	tekst nga fusha të tjera;
<b>115.</b>	Vlerësim kreu 1 (Avancë)			<i>Ushtrime dhe situata problemore</i>	<i>slide/</i> materiale të krijuara nga mësuesit;
<b>116.</b>	<b>Vargjet (12 orë)</b> Vargjet (shkathësi dhe aftësi)			<i>Për çfarë na shërben matematika</i>	
<b>117.</b>	Vargjet (arsyetim dhe zgjidhje problemore)			<i>Infektimi i disa personave me një virus</i>	
<b>118.</b>	Progresioni aritmetik (shkathësi dhe aftësi)				
<b>119.</b>	Progresioni aritmetik (arsyetim dhe zgjidhje problemore)				
<b>120.</b>	Progresioni gjeometrik (shkathësi dhe aftësi)				
<b>121.</b>	Progresioni gjeometrik (arsyetim dhe zgjidhje problemore)			<i>Pagesa e kredisë nga studente që sapo ishte diplomuar</i>	

122.	Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim	Vlerësim kreu 2 (Avancë)	Vlerësim i nxënësit nga nxënësi			modele të detyrave nga nxënësit;
123.			Ushtrime dhe situata problemore			
124.		Përsëritje krerët 5-8 bërthamë dhe krerët 1 dhe 2 avancë	Përdoret: Përsëritja për krerët 5, 6, 7, 8 si dhe përsëritja për krerët 1, 2			
125.		Përsëritje krerët 5-8 bërthamë dhe krerët 1 dhe 2 avancë	Përdoret: Përsëritja për krerët 5, 6, 7, 8 si dhe përsëritja për krerët 1, 2			
126.		TEST PËRMBLEDHËS				
127.		Diskutim dhe vetëvlerësim për testin përmbledhës				
128.		Trigonometri (10 orë)	Diskutim dhe vlerësim portofoli			
129.	Diskutim dhe vlerësim portofoli					
130.	Radiani (shkathësi dhe aftësi)		Për çfarë na shërben matematika			
131.	Radiani (arsyetim dhe zgjidhje problemore)					
132.	Funksione të tjera trigonometrike dhe funksionet e anasjella të funksioneve trigonometrike (shkathësi dhe aftësi)					
133.	Funksione të tjera trigonometrike dhe funksionet e anasjella të funksioneve trigonometrike (arsyetim dhe zgjidhje problemore)					

<b>134.</b>	Formulat trigonometrike të shumës dhe diferencës së këndeve (shkathtësi dhe aftësi)				
<b>135.</b>	Formulat trigonometrike të shumës dhe diferencës së këndeve (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
<b>136.</b>	Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim	<i>Vetëvlerësim i nxënësit</i>			
<b>137.</b>	Vlerësim kreu 3 (Avancë)	<i>Ushtrime dhe situata probleme</i>			
<b>138.</b>	<b>Derivati (6 orë)</b>	<i>Për çfarë na shërben matematika</i>			
<b>139.</b>	Përkulshmëria e vijës dhe pikat e infleksionit (shkathtësi dhe aftësi)				
<b>140.</b>	Përkulshmëria e vijës dhe pikat e infleksionit (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
<b>141.</b>	Funksionet trigonometrike (shkathtësi dhe aftësi)				
<b>141.</b>	Funksionet trigonometrike (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
<b>142.</b>	Funksionet eksponenciale dhe logaritmike (shkathtësi dhe aftësi)				
<b>143.</b>	Funksionet eksponenciale dhe logaritmike (arsyetim dhe zgjidhje probleme)	<i>Vlera fillestare e makinës si dhe vlera mbas disa vitesh</i>			

## PLANIFIKIMI I PERIUdhës së Tretë

### Fusha: Matematika

### Lënda: Matematika Bërthamë

#### Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave kyçe

##### Kompetenca e komunikimit dhe të shprehurit:

*Nxënësi/jja:*

- shpreh para një audience të caktuar, çështjet thelbësore të ngritura në një interpretim për një temë të caktuar, përmes së paku një forme komunikimi (gjuhës, simboleve, shenjave, kodeve etj.).

##### Kompetenca e të menduarit:

*Nxënësi/jja:*

- analizon, në mënyrë të pavarur, informacionet e marra nga burimet e ndryshme për një temë ose detyrë të dhënë dhe vlerëson cilësinë e tyre;
- përpunon në mënyrë kritike, informacionet e mbledhura nga burime të ndryshme për ndonjë temë të ndjeshme në shoqëri, formon qëndrim kritik dhe e paraqet atë gjatë një debati me moshatarët dhe me të tjerët për çështjen e ngritur, “pro” ose “kundër”.

##### Kompetenca e të nxënit:

*Nxënësi/jja:*

- diskuton në grup për mënyrat e bashkëpunimit me të tjerët për të zgjidhur një situatë të re mësimore, një problem nga jeta e përditshme;
- paraqet një plan studimi (në formë skice, vizatimi etj.) për ndonjë çështje të caktuar (p.sh., vlerat kulturore të rajonit të vet, vlerat e edukimit në shoqëri etj.) duke respektuar të gjithë hapat e planit të studimit dhe e paraqet para të tjerëve.

##### Kompetenca për jetën, sipërmarrjen dhe mjedisin:

*Nxënësi/jja:*

<p>- ndërmerr iniciativë në aktivitete të ndryshme me interes për lëndën/fushën mësimore, për klasën, për shkollën dhe për mjedisin ku jeton, si dhe tregohet i përgjegjshëm në plotësimin e detyrave, përmbushjen e detyrimeve dhe respektimin e afateve, referuar projektit apo planit.</p> <p><b>Kompetenca personale:</b></p> <p>Nxënësi/jja:</p> <p>- demonstroi vetëbesim dhe shkathtësi personale e ndërpersonale në jetën e përditshme, duke dalluar aspektet pozitive për veten dhe duke ndërmarrë veprime konkrete për arritjen e rezultateve të synuara personale.</p> <p><b>Kompetenca qytetare:</b></p> <p>Nxënësi/jja:</p> <p>- ilustron me shembuj, zgjidhjen e problemeve të caktuara në nivel shkolle ose në nivel komuniteti, si dhe e arsyeton atë me argumente para një audience të caktuar (p.sh., demonstroi mënyrën e ofrimit të ndihmës së parë në rastet e fatkeqësive natyrore ose njerëzore).</p> <p><b>Kompetenca digjitale:</b></p> <p>Nxënësi/jja:</p> <p>- prezanton një projekt, duke përdorur sekuenca animimesh, videosh, figurash për demonstrimin e temave mësimore;</p> <p>- përdor sistemet e duhura kompjuterike (hardware, software, networks dhe softet) si: Word Processing, Database, Power-Point, Publisher, Internet Explorer për përdorimin e TIK-ut në situata të ndryshme të të nxënësve (ndërtimin e tabelave, grafikëve, diagrameve, vizatimin e një plani etj.).</p>	<p><b>Rezultatet e të nxënësve për kompetencat e fushës/lëndës</b></p> <p><b>Kompetenca zgjidhja probleme:</b></p> <p>Nxënësi/jja:</p> <p>- modelon dhe zgjidh situata probleme, jo të ndërlukuara, me ndihmën ose jo të teknologjisë, si dhe zbaton simbolet e derivateve, integraleve, vektorëve për të përshkruar situata praktike.</p> <p><b>Kompetenca arsyetimi dhe vërtetimi matematik:</b></p>
---	--



*Nxënësi/jja:*

- përdor drejt disa rregulla elementare të logjikës e të arsytimit, si dhe vërteton teorema me silogjizëm dhe nga e kundërta.

**Kompetenca të menduarit dhe komunikimi matematik:**

*Nxënësi/jja:*

- merr informacion nga vektorë, grafikë, tabela, diagrame.

**Kompetenca lidhja konceptuale:**

*Nxënësi/jja:*

- bën lidhje ndërmjet koncepteve e procedurave të njehsimit diferencial dhe integral;

- nxënësi integron njohuritë e shprehjet matematike me situata ose dukuri të tjera nga kontekste të tjera (jeta e përditshme, lëndët e tjera, sportet etj.).

**Kompetenca modelimi matematik:**

*Nxënësi/jja:*

- përdor disa shkathitësi argumentuese lidhur me modelimin dhe zbatimin e formulave në algjebër, gjeometri, probabilitet.

**Kompetenca përdorimi i teknologjisë në matematikë:**

*Nxënësi/jja:*

- zgjidh detyra matematike duke përdorur aftësitë e fituara në fushën e teknologjisë dhe të TIK-ut.

Nr.	Kapitulli	Temat mësimore	Situata e parashikuar e të nxënësit	Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve	Vlerësimi	Burimet
144.	<b>Derivati (vazhdon) (10 orë)</b>	Rregullat e derivimit dhe të raportit të funksioneve (shkathësi dhe aftësi)		Metoda ndërvepruese, bashkëvepruese, gjithëpërfshirëse	Vlerësim diagnostikues: • intervistë me një listë treguesish; • vetëvlerësim me listë kontrolli.	Teksti i matematikës për klasën XII Avancë; Fletë pune klasa XII avancë; Teksti i mësuesit për klasën XII avancë;
145.		Rregullat e derivimit dhe të raportit të funksioneve (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
146.	147.	Derivimi i funksionit të përbërë (rregulli zinxhir) (shkathësi dhe aftësi)		Puna në grup dhe puna individuale	Vlerësim për të nxënë (vlerësim formues): • vlerësimi i përgjigjeve me gojë; • vlerësimi i punës në grup;	Teksti i matematikës për klasën XII Avancë; Fletë pune klasa XII avancë; Teksti i mësuesit për klasën XII avancë;
147.		Derivimi i funksionit të përbërë (rregulli zinxhir) (arsyetim dhe zgjidhje probleme)				
148.	149.	Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim	<i>Vlerësim i nxënësit nga nxënësi. Detyrë hulumtuese për portofol mbi përdorimin e rregullës së Lajbnic-it</i>	Hulumtimi dhe zbulimi	Vlerësim për të nxënë (vlerësim formues): • vlerësimi i përgjigjeve me gojë; • vlerësimi i punës në grup;	Teksti i matematikës për klasën XII avancë; Teksti i mësuesit për klasën XII avancë;
149.		Vlerësim kreu 4 (avancë)	<i>Ushtrime dhe situata probleme</i>			
150.	<b>TEST I NDËRMJETËM</b>	Diskutim dhe vetëvlerësim për testin e ndërmjetëm		Zbatime praktike brenda dhe jashtë klase	Vlerësimi i përgjigjeve me gojë; • vlerësimi i punës në grup;	materiale nga interneti;
151.		<b>Orë projekt (5)<sup>4</sup></b>				
152.		<b>Orë projekt (6)</b>				
153.		Tabela e integraleve (shkathësi dhe aftësi)				
154.	<b>Integral et</b>		<i>Për çfarë na shërben matematika</i>	Metoda integruese		
				Bashkëbisedim		

<sup>4</sup> Orët e projektit mund të zhvillohen edhe të shpërndara.

<b>155.</b>	<b>(10 orë)</b>	Tabela e integraleve (arsyetim dhe zgjidhje problemore)		Teknika që zhvillojnë mendimin kritik dhe krijues	<ul style="list-style-type: none"> <li>• vlerësim mes nxënësish;</li> <li>• vlerësim i aktivitetit gjatë debateve në klasë;</li> <li>• vlerësim i detyrave të shtëpisë;</li> <li>• vetëvlerësim;</li> <li>• intervistë me një listë treguesish;</li> <li>• vëzhgim me një listë të plotë treguesish;</li> <li>• prezantim me gojë ose me shkrim;</li> <li>• projekt kurrikular.</li> </ul>	tekst nga fusha të tjera;  <i>slide/ materiale</i> të krijuara nga mësuesit;  modele të detyrave nga nxënësit;  makina llogaritëse etj.
<b>156.</b>		Integrimi me zëvendësim (shkathësi dhe aftësi)				
<b>157.</b>		Integrimi me zëvendësim (arsyetim dhe zgjidhje problemore)				
<b>158.</b>		Integrimi me pjesë (shkathësi dhe aftësi)				
<b>159.</b>		Integrimi me pjesë (arsyetim dhe zgjidhje problemore)				
<b>160.</b>		Integrimi i funksioneve racionale (shkathësi dhe aftësi)				
<b>161.</b>		Integrimi i funksioneve racionale (arsyetim dhe zgjidhje problemore)				
<b>162.</b>		Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim	<i>vlerësim i nxënësit nga nxënësi. Detyrë hulumtuese për portofol për përdorimin e integralit në fusha të tjera</i>	Projekte kurrikulare  Konkurse		
<b>163.</b>		Vlerësim kreu 5 avancë	<i>Ushtrime dhe situata problemore</i>			
<b>164.</b>		Vektorët në hapësirë (shkathësi dhe aftësi)	<i>Për çfarë na shërben matematika</i>			
<b>165.</b>	<b>Vektorët trepërm asorë (3D) (10 orë)</b>	Vektorët në hapësirë (arsyetim dhe zgjidhje problemore)				
<b>166.</b>		Prodhimin numerik i vektorëve (shkathësi dhe aftësi)				

<b>167.</b>		Prodhimi numerik i vektorëve (arsyetim dhe zgjidhje problemore)			
<b>168.</b>		Përsëritje kreu 3-6		<i>Përdoren ushtrime përsëritje për kreun 3, 4, 5, 6</i>	
<b>169.</b>		Përsëritje kreu 3-6		<i>Përdoren ushtrime përsëritje për kreun 3, 4, 5, 6</i>	
<b>170.</b>		<b>TEST PËRMBLEDHËS</b>			
<b>171.</b>		Diskutim dhe vetëvlerësim i testit përmbledhës			
<b>172.</b>		Diskutim dhe vlerësim i portofolit			
<b>173.</b>		Diskutimi dhe vlerësimi i portofolit			
<b>174.</b>	<b>Probabiliteti (6 orë)</b>	Probabiliteti me kusht (shkathësi dhe aftësi)		<i>Për çfarë na shërben matematika</i>	
<b>175.</b>		Probabiliteti me kusht (arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<i>Norma e mbirjes së farave të lules sipas një raporti të dhënë</i>	
<b>176.</b>		Shpërndarja binomiale (shkathësi dhe aftësi)			
<b>177.</b>		Shpërndarja binomiale (arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<i>Një çantë ka karamela të tre llojeve me një raport të dhënë</i>	
<b>178.</b>		Modelimi me anë të probabilitetit (shkathësi dhe aftësi)		<i>Koha e ardhjes në shkollë e dy shoqeve sipas shënimeve në ditët e javës</i>	
<b>179.</b>		Modelimi me anë të probabilitetit (arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<i>Numri i autobusëve që ndalojnë në secilin prej stacioneve të linjës</i>	
<p>Vlerësimi i të nxënit (vlerësimi përmbledhës):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• test për një grup temash të caktuara;</li> <li>• test në përfundim të një kohe të caktuar;</li> <li>• vlerësim i portofolit.</li> </ul>					

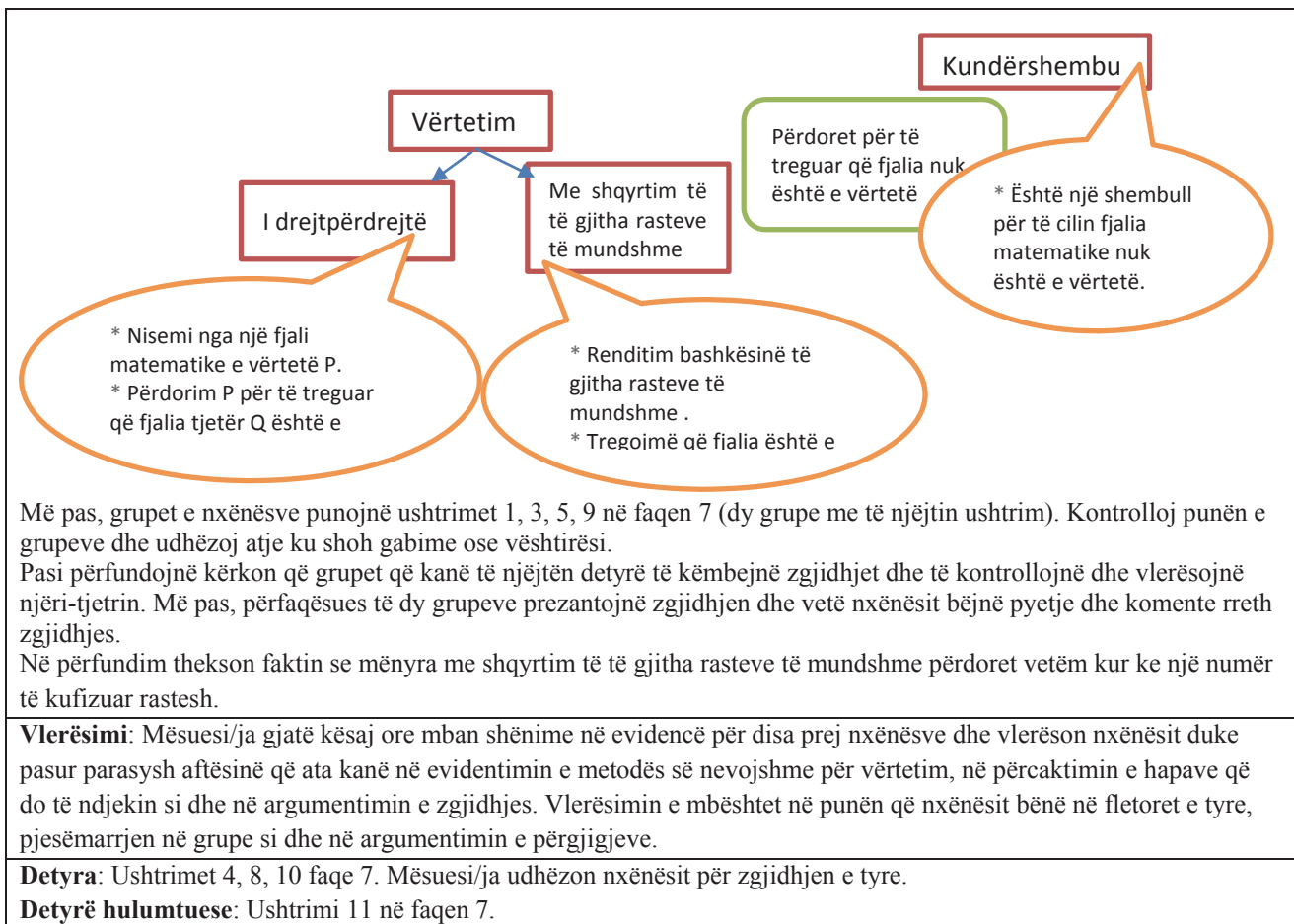
[illegible]

<b>195.</b>		Përsëritje: Provimi i Maturës Shtetërore				
<b>196.</b>		Përsëritje: Provimi i Maturës Shtetërore				
<b>197.</b>		Përsëritje: Provimi i Maturës Shtetërore				
<b>198.</b>		Përsëritje: Provimi i Maturës Shtetërore				
<b>199.</b>		Përsëritje: Provimi i Maturës Shtetërore				
<b>200.</b>		Përsëritje: Provimi i Maturës Shtetërore				
<b>201.</b>		Përsëritje: Provimi i Maturës Shtetërore				
<b>202.</b>		Përsëritje: Provimi i Maturës Shtetërore				
<b>203.</b>		Përsëritje: Provimi i Maturës Shtetërore				



<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Argumentimi dhe vërtetimi (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> Për çfarë na shërben matematika	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njeh aksiomat në matematikë;</li><li>- përdor vërtetimin e drejtpërdrejtë;</li><li>- përdor vërtetimin me shqyrtim të të gjitha rasteve;</li><li>- përdor kundërshebjut për të treguar që fjalia nuk është e vërtetë;</li><li>- argumenton veprimet që kryen.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> fjali; vërtetim; argumentim; kundërshebjut; raste të mundshme; aksioma; argumente.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja shkruan në tabelë fjalët: <div><div>Aksiomë</div><div>Teoremë</div></div> <p>dhe fton nxënësit të shkruajnë çfarë dinë rreth tyre dhe të sjellin shembuj për secilën. Nxënësit shprehin mendimet e tyre. Pas gjithë diskutimeve duhet të theksohet se:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- një fjali që është gjithmonë e vërtetë quhet teoremë;</li><li>- aksiomat janë fjali matematike që pranohen pa vërtetim. Vërtetësia e tyre është e qartë;</li><li>- aksiomat përdoren për të vërtetuar fjali matematike të tjera;</li><li>- teoremat janë fjali matematike që duhen vërtetuar.</li></ul> <p>Jepen shembuj aksiomash dhe teoremash.</p> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja shtron pyetjen:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Ç’kuptoni me vërtetim?</li><li>- Çdo të thotë të vërtetosh një fjali matematike?</li></ul> <p>Pasi dëgjon mendimet e nxënësve, mësuesi/ja jep përkufizimin e vërtetimit dhe metodat që përdoren për një vërtetim. Më pas, ato shqyrtohen veç e veç. Fillohet me vërtetimin e drejtpërdrejtë. Punohet shembulli 1 në faqen 4. Diskutohet dhe argumentohet mënyra e vërtetimit që do të përdoret.</p> <p>Nxënësit në grupe me nga 4-5 veta, zhvillojnë ushtrimet 2, 4, 5, 7, 10 në faqen 4. Grupe të ndryshme kanë ushtrime të ndryshme. Pasi mbarojnë, vërtetimet prezantohen në tabelë. Nxënësit e grupeve të tjera vlerësojnë shokët për argumentimin e zgjidhjes së ushtrimit.</p> <p>Pas kësaj kalohet në vërtetimin me shqyrtim të të gjitha rasteve të mundshme dhe punohet shembulli 2 në faqen 5. Diskutohet dhe argumentohet mënyra e vërtetimit që do të përdoret.</p> <p>Më pas, mësuesi/ja pyet:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Ç’kuptoni me kundërshebjut?</li></ul> <p>Pasi dëgjon mendimet e nxënësve jep sqarimet për kundërshebjutin duke prezantuar dhe shembullin 3. Grupet e nxënësve zhvillojnë ushtrimet 11, 12, 15, 16 në faqen 6 diskutohen zgjidhjet e tyre në tabelë.</p> <p>Pasi prezantohen zgjidhjet, mësuesi/ja fton nxënësit që të diskutojnë rreth pyetjes:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Çfarë hapash ndoqët për zgjidhjen e ushtrimeve në grupet tuaja?</li></ul> <p>Nxjerrin hapat që duhet të ndjekim për vërtetimin e një fjalie matematike.</p> <p>Mësuesi/ja shtron situatën e shembullit 4 në faqen 6 dhe nxit nxënësit të tregojnë fillimisht hapat dhe më pas zgjidhjen. Ajo i udhëzon nxënësit që të tregojnë kujdes në përcaktimin e metodës së vërtetimit.</p> <p><b>Përforsimi i të nxënit:</b> Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të bëjnë hartën grafike të koncepteve që ata mësuan sot. Një pamje e saj do të ishte:</p>			





## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Vetitë e fuqive (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënës:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Gjetja e syprinës së parcelës me lule.</li><li>Masa e trurit të një kafshe.</li><li>Shpejtësia e çiklistit.</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënës të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>njehson fuqinë me eksponent negativ ose zero të një numri;</li><li>njehson fuqinë me eksponent racional të një numri;</li><li>kryen veprime me fuqitë;</li><li>zbaton vetitë e fuqive në situata të jetës reale.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> fuqi; veti; bazë; eksponent.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë, Biologji, Fizikë, Gjeografi.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b>			
<b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të njehsojnë $5^2$ ; $7^{-1}$ ; $(-3)^4$ ; $(-2)^5$ ; Më pas, nxit nxënësit të shkruajnë si prodhim $3x^5$ dhe $(3x)^5$ . Nga ndryshojnë ato nga njëra-tjetra? Theksohet se te kufiza algebrike $3x^5$ , 3 është koeficient dhe x baza e fuqisë, kurse te $(3x)^5$ , 3x është baza e fuqisë. Mësuesi/ja kërkon që nxënësit të gjejnë $3x^\circ$ dhe $(3x)^\circ$ . Çfarë vini re? Pse?			

Njehsoni  $5^\circ$ ,  $1^\circ$ , ... Po  $0^\circ$ ? Pasi dëgjon mendimet e nxënësve, mësuesi/ja sqaron se rregulli  $x^\circ = 1$  vlen vetëm për  $x \neq 0$  sepse  $0^\circ$  është e papërcaktuar.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja shtron pyetjen:

- Si do ta gjenit  $8^{\frac{1}{3}}$ ? Po  $25^{\frac{1}{2}}$ ? Po  $5^{\frac{1}{3}}$ ?

Pra  $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$  dhe në veçanti  $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ .

Më pas, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të shkruajnë vetitë e fuqive. Pasi i komentojnë ato, thekson se

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m. \text{ Pra: } \sqrt[3]{125^4} = \left(\sqrt[3]{125}\right)^4 = 5^4 = 625$$

Nxënësit punojnë në dyshe ushtrimet 12, 16, 21, 22, 23, 24, 27, 36 dhe 38 faqe 8-9. Zgjidhjet e tyre paraqiten në tabelë, ku nxënësit argumentojnë veprimet që kryejnë.

Mësuesi/ja shtron pyetjen:

- Si do ta gjenit eksponentin  $n$  në ekuacionin  $3^n = 243$ ?
- Pra cilat janë hapat për të zgjidhur këtë lloj ekuacioni?
- Tregoni hapat dhe veprimet që do të kryeni për të zgjidhur ekuacionin  $7^{2x-4} = 343$ . Sa del  $x$ ?

Mësuesi/ja sqaron se fuqitë përdoren për modelime të situatave reale në fusha të ndryshme. Cilat do të ishin hapat që do të ndiqnit për të zgjidhur një situatë problemore me fuqitë? Nxënësit shprehin mendimet e tyre dhe më pas përcaktohen hapat për zgjidhjen e problemeve.

Mësuesi/ja shtron para klasës situatën e shembullit 2 në faqen 9. Si do të arsyetoni për zgjidhjen e saj?

Cili është ekuacioni që do të duhet të zgjidhni? Cilat veti të fuqive do të zbatoni? Zgjidhet problema në tabelë duke treguar hapat e zgjidhjes.

Më pas, mësuesi/ja shtron situatën e shembullit 3 për gjetjen e syprinës së 6 parcelave me lule. Si do ta përcaktonit  $S$  e parcelës më të madhe? Po  $S$  e një prej 6 parcelave të tjera? Sa është  $S$  e tyre? Nxënës të ndryshëm e paraqesin zgjidhjen në tabelë.

Në të njëjtën mënyrë vepohet dhe me shembullin 4 në faqen 10.

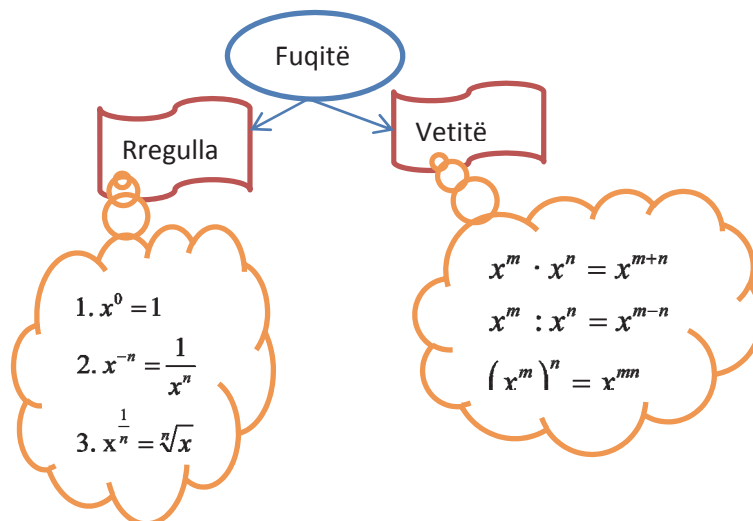
Mësuesi/ja fton nxënësit të zgjidhin ushtrimin 2 në faqen 10. Një nxënës e paraqet zgjidhjen në tabelë.

**Përforcimi i të nxënësve:** Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të ndahen në grupe katërshe dhe secilit grup i jep për të zgjidhur njërin nga problemat 5, 6, 10 dhe 13 në faqen 10 (dy grupe me të njëjtin ushtrim).

Pasi përfundojnë kërkon që grupet që kanë të njëjtën detyrë të këmbajnë zgjidhjet dhe të kontrollojnë dhe vlerësojnë njëri-tjetrin.

Më pas, përfaqësues të dy grupeve prezantojnë zgjidhjen dhe nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth zgjidhjes.

Në përfundim theksohet fakti se ushtrimet e zgjidhura kanë të bëjnë me zbatimet e shumta të fuqive në fusha të ndryshme të shkencës. Nxënësit plotësojnë hartën e konceptit për fuqitë.



**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e fuqive, në zbatimin e vetive të fuqive si dhe arsyetimin dhe argumentimin e zgjidhjes së situatave problemore që përbajnë fuqitë. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që

nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.
<b>Detyra:</b> Ushtrimet 7, 9, 12 faqe 10. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.
<b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimi 14 në faqen 10.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Rrënjët (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënës:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• gjatësia e urës;</li><li>• gjetja gjatësisë së dhomës me dysHEME katrore;</li><li>• largesa e këmbësorit nga kampi.</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënës të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- dallon numrat racionalë dhe irracionalë;</li><li>- kryen veprime me rrënjët;</li><li>- kryen racionalizimin e emëruesit</li><li>- zbaton vetitë e rrënjëve në situata të jetës reale.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> rrënjë; veti; tregues; racionalizim i emëruesit; numër irracional; veprime.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit; makina llogaritëse.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë, Biologji, Fizikë.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të njehsojnë: $\sqrt{36} - \sqrt{16} = ; \sqrt{64} + \sqrt{625} = ; \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = ; \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = ; \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = ; \sqrt{24} \cdot \sqrt{6} = .$ Nxënësit veprojnë në mënyrë të pavarur për gjetjen e tyre dhe më pas tregojnë përfundimet e gjetura, duke treguar veprimin që kryejnë, duke rikujtuar vetitë e rrënjëve: $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ dhe $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ Më pas. Mësuesi/ja nxit nxënësit të plotësojnë hartën e konceptit për numrat:			
<div><div><div>Shkruhen në trajtën <math>\frac{m}{n}</math>, ku <math>m</math> dhe <math>n \in \mathbb{Z}</math> dhe <math>n \neq 0</math></div><div>Numra Racionalë</div></div><div><div>Numra Realë</div><div>Numra Irracionalë</div></div><div><div>Nuk shkruhen në trajtën <math>\frac{m}{n}</math></div></div></div>			
Nxënësit pas plotësimit të hartës sjellin dhe shembuj të numrave racionalë dhe irracionalë. Theksohet fakti se numrat irracionalë janë zakonisht në trajtë rrënje dhe janë numra dhjetorë të pafundmë joperiodikë.			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja thekson se këto veti të rrënjës vlejnë dhe përdoren edhe për numrat irracionalë.			
Mësuesi/ja kërkon që nxënësit të tregojnë llojin e numrave: $\sqrt{72}; \sqrt{63}; \sqrt{121}; \sqrt{\frac{16}{5}}; \sqrt{27}; \sqrt{\frac{36}{18}}; \sqrt{\frac{12}{3}} .$			
Theksohet fakti se numrat irracionalë shkruhen në trajtë të thjeshtuar duke i zbërthyer në faktorë dhe duke nxjerrë jashtë rrënjës ata faktorë që janë numra katrorë. Pas kësaj, mësuesi/ja udhëzon nxënësit të thjeshtojnë numrat irracionalë të dhënë më sipër. Nxënës të ndryshëm veprojnë dhe në tabelë.			
Më pas komentojnë së bashku shembullin e zgjidhur në faqen 12 ku zbatohen vetitë e mësipërme të rrënjëve			
Mësuesi/ja shtron pyetjen:			
- Si do të vepronit për të thjeshtuar shprehjet: $\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{2}{\sqrt{2+3}}; \frac{4}{\sqrt{7+3}}?$			
Pas marrjes së përgjigjeve nga nxënësit, të cilët rikujtojnë eliminimin e rrënjës nga emëruesi, mësuesi/ja përmbledh edhe njëherë kuptimin për të konjuguarën e një shprehjeje dhe racionalizimin e emëruesit. Theksohen faktet: Shprehjet $a - b$ dhe $a + b$ quhen shprehje të konjugurara të njëra-tjetrës.			

Nëse thyesa ka trajtën:  $\frac{k}{\sqrt{a}}$  shumëzohet numëruesi dhe emëruesi i thyesës me  $\sqrt{a}$

$\frac{k}{a \pm \sqrt{b}}$  shumëzohet emëruesi dhe numëruesi me  $a \mp \sqrt{b}$

$\frac{k}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$  shumëzohet emëruesi dhe numëruesi me  $\sqrt{a} \mp \sqrt{b}$

Nxënësit punojnë në dyshe ushtrimet 1, 3, 4, 5/c, n, 7/c, f, i, j. dhe 8/c faqe 13-14. Pasi përfundojnë disa nga zgjidhjet e tyre paraqiten në tabelë ku nxënësit argumentojnë veprimet që kryejnë.

Mësuesi/ja sqaron se rrënjët përdoren për modelime të situatave reale në fusha të ndryshme. Ajo pyet:

- Cilat do të ishin hapat që do të ndiqnit për të zgjidhur një situatë problemore me rrënjët?

Nxënësit shprehin mendimet e tyre dhe më pas përcaktohen hapat për zgjidhjen e problemeve.

Mësuesi/ja shtron para klasës situatën e shembullit 3 në faqen 14.

- Si do të arsyetoni për zgjidhjen e saj?
- Cilat janë veprimet që do të kryeni?
- Cilat veti të rrënjëve do të zbatoni?

Zgjidhet problema në tabelë duke treguar hapat e zgjidhjes.

Më pas, mësuesi/ja shtron një tjetër situatë. Ajo paraqet një dhomë në formë katrorë me syprinë 24 m<sup>2</sup>. Gjeni përmasat e dhomës. Përgjigjen jepen në trajtë rrënje.

Mësuesi/ja fton nxënësit të zgjidhin situatën e paraqitur. Një nxënës e paraqet zgjidhjen në tabelë.

**Përforsimi i të nxënësve:** Mësuesi/ja fton nxënësit të ndahen në grupe katërshe dhe secilit grup i jep për të zgjidhur një problem nga problemat 3/a, 5, 7, 8, 11, 12, dhe 13 në faqen 15. Ai/ajo udhëzon nxënësit që pasi të përfundojnë do të shkëmbejnë fletoret mes grupeve. P.sh: dy grupet e para që përfundojnë, kontrollojnë dhe vlerësojnë ushtrimet e njëri – tjetrit. Njësoj veprohet dhe me grupet e tjera.

Më pas përfaqësues të dy grupeve prezantojnë zgjidhjen dhe nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth zgjidhjes.

Në përfundim theksohet fakti se ushtrimet e zgjidhura kanë të bëjnë me zbatimet e shumta të rrënjëve në fusha të ndryshme të shkencës.

Mësuesja paraqet situatën:

- A kam të drejtë të shkruaj:  $\sqrt{x(2+x)} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{2+x}$  ? Pse?

Me anë të një kundërshebulli tregohet se kjo nuk është e vërtetë. P.sh. për  $x = -5$ .

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e rrënjëve, në zbatimin e vetive të tyre si dhe arsyetimin dhe argumentimin e zgjidhjes së situatave problemore që përmbajnë rrënjët. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.

**Detyra:** Ushtrimet 6 faqe 9 dhe 14 faqe 15. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 15 në faqen 15.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

Fusha: Matematikë	Lënda: Matematikë	Shkalla: VI	Klasa: XII
<b>Tema mësimore:</b> Funkzioni i fuqisë së dytë (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënësve:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Lartësia maksimale që arrin guri kur hidhet lart.</li><li>Lëvizja e një trupi me shpejtësi dhe nxitim.</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënësve të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b>  <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>dallon funksionin e fuqisë së dytë;</li><li>gjen kur funksioni ka vlerë minimale ose maksimale;</li><li>zgjidh me mënyra të ndryshme ekuacionin e fuqisë së dytë;</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> funksion; fuqi e dytë; parabolë; faktorizim; katror binomi; dallor; rrënjë; ekuacion; plotësim katrori.	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- ndërton grafikun e funksionit të fuqisë së dytë;</li> <li>- zbaton njohuritë e funksionit të fuqisë së dytë për të zgjidhur situata problemore të jetës reale.</li> </ul>	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit; makinë llogaritëse.	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë; Fizikë.
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<b>Organizimi i orës së mësimi:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të përcaktojnë llojin e funksioneve: $y = 2x + 3$ ; $y = \frac{1}{3}x + 2$ ; $y = 2x^2 + 7x - 3$ ; $y = -3x^2 + 2$ ; $y = (2x - 4)^2 - 1$ ; $y = x^3 - 8$ ; $y = 9$ . Nxënësit japin përgjigjet e tyre duke e argumentuar atë. Më pas, mësuesi/ja nxit nxënësit të rikujtojnë trajtën e funksionit të fuqisë së dytë: $y = ax^2 + bx + c$ . Mësuesi/ja drejton pyetjet: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Çfarë paraqet grafikisht funksioni i fuqisë së dytë?</li> <li>- Si është drejtuar ajo (parabola)?</li> <li>- Çfarë themi për pikëprerjet e grafikut me boshtin Ox?</li> <li>- Si e ndërtojmë grafikun e funksionit të fuqisë së dytë?</li> <li>- Kush është bashkësia e vlerave të këtij funksioni? Pse?</li> </ul> Pritshmëria është që nxënësit të përgjigjen saktë dhe më pas mësuesi/ja skicon në tabelë dy parabola, një prej të cilave arrin maksimumin dhe tjetra minimumin. Ajo ju kërkon nxënësve që të gjejnë dallimin midis tyre, grafikisht dhe algjebrikisht. Pritshmëritë janë që nxënësit të përgjigjen saktë edhe për këtë pyetje, kështu që mësuesi/ja përmbledh: për $a > 0$ , kulmi i vijës së funksionit të fuqisë së dytë është gjithmonë pikë minimumi dhe për $a < 0$ ai është pikë maksimumi.	
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja shtron para nxënësve situatën e shembullit 1 faqe 16. Ajo ju kërkon nxënësve të skicojnë grafikun me anë të pikëprerjeve me boshtet dhe të ndërtojnë boshtin e simetrisë së tij. Për këtë drejton pyetjen: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cili është ekuacioni i boshtit të simetrisë së një parabole? Ku kalon ai?</li> </ul> Diskutohet rreth zgjidhjes dhe boshtit të simetrisë. Theksohet fakti se boshti i simetrisë është $x = \frac{-b}{2a}$ . <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si do ti gjenit pikëprerjet e grafikut me boshtin Ox?</li> <li>- Çfarë paraqesin ato?</li> <li>- Si veprojmë për t'i gjetur?</li> </ul> Nëpërmjet këtyre pyetjeve, mësuesi/ja, nxit nxënësit të kujtojnë mënyrat e zgjidhjes së ekuacionit të fuqisë së dytë. Më pas, ajo i fton ata të plotësojnë tabelën si më poshtë:	
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p><b>Funksioni i fuqisë së dytë</b></p> <p><math>y = ax^2 + bx + c</math></p> <p><b>Grafiku: parabolë</b></p> <p><math>a &gt; 0 \rightarrow</math> parabola i ka degët lart dhe arrin minimumin në kulmin e saj;</p> <p><math>a &lt; 0 \rightarrow</math> parabola i ka degët poshtë dhe arrin maksimumin në kulmin e saj:</p> <p><b>Boshti i simetrisë:</b> <math>x = \frac{-b}{2a}</math></p> <p><b>Kulmi:</b> <math>\left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)</math></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><b>Ekuacioni i fuqisë së dytë</b></p> <p><math>ax^2 + bx + c = 0</math></p> <p><b>Mënyrat e zgjidhjes:</b></p> <p>Grafikisht</p> <p>Me faktorizim</p> <p>Me formulë</p> <p>Me veçim katrori</p> <p><math>(mx + p)(nx + q) = 0</math> <math>x = \frac{-p}{m}; x = \frac{-q}{n}</math></p> <p><math>x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math></p> </div> </div>	

<p>Pasi plotësohet tabela dhe diskutohet rreth saj, mësuesja nxit nxënësit të zgjidhin ekuacionin <math>6x^2 + 17x + 7 = 0</math> me të katër mënyrat. Katër nxënës të ndryshëm veprojnë në tabelë për zgjidhjen, secili një nga katër mënyrat. Komentoher secila prej tyre dhe tregohet kulmi i parabolës.</p> <p>Mësuesi/ja fton nxënësit të punojnë në dyshe ushtrimet: <math>1/d, f - 2/b, - 3/c, f, - 4/b, h, i</math> dhe <math>7/a</math> në faqet 19, 20. Pasi përfundojnë, lexohen përfundimet dhe disa nga zgjidhjet paraqiten në tabelë.</p> <p>Mësuesi/ja nxit nxënësit të diskutojnë rreth hapave të zgjidhjes së problemave me vija të fuqisë së dytë. I zbatojnë këto në zgjidhjen e situatës së shembullit 6 në faqen 20 ku studiohet lëvizja e një guri që hidhet vertikalisht lart.</p> <p><b>Përforcimi i të nxënit:</b> Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të ndahen në grupe katërshe dhe secilit grup i jep për të zgjidhur njërën nga problemat 2, 4, 6, dhe 7 në faqen 21. Çdo dy grupe kanë të njëjtën detyrë. Në momentin që grupet që kanë të njëjtën detyrë përfundojnë zgjidhjen, shkëmbejnë fletoret me njëri-tjetrin dhe kontrollojnë dhe vlerësojnë punën e grupit tjetër.</p> <p>Më pas, përfaqësues të dy grupeve prezantojnë zgjidhjen dhe nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth zgjidhjes.</p> <p>Në përfundim të veprimtarive, mësuesi/ja pyet:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sa zgjidhje ka ekuacioni i fuqisë së dytë?</li> <li>- Kur ai ka një zgjidhje dyfishe?</li> <li>- Ç'themi për grafikun e tij në këtë rast?</li> <li>- Po kur s'ka asnjë zgjidhje?</li> </ul> <p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në ndërtimin e grafikut të funksionit të fuqisë së dytë, në zgjidhjen me metoda të ndryshme të ekuacionit të fuqisë së dytë dhe argumentimin e zgjidhjes së situatave problemore që përmbajnë vijat e fuqisë së dytë. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.</p> <p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 5/a, b, h, j; 7/b, c në faqet 19-20 dhe 5 faqe 21. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.</p> <p><b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimi 8 në faqen 21.</p>
---

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Sistemet e ekuacioneve (Shkathtësi dhe aftësi dhe Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Kandidati fitues në zgjedhje lokale</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>identifikon numrin e zgjidhjeve të një sistemi ekuacionesh;</li><li>zgjidh me mënyra të ndryshme një sistem ekuacionesh;</li><li>gjen pikëprerjet e një drejtëze me një vijë të fuqisë së dytë;</li><li>zbaton njohuritë e sistemeve për të zgjidhur situata problemore të jetës së përditshme.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> sistem ekuacionesh; zgjidhje grafike; eliminim; zëvendësim; ekuacion.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë; Fizikë.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të ndërtojnë grafikët e ekuacioneve: $3x - y = 7$ dhe $5x + y = 9$ në të njëjtin sistem boshtesh koordinatave. <ul style="list-style-type: none"><li>Çfarë vini re?</li><li>Sa janë koordinatat e pikës së prerjes së këtyre dy drejtëzave?</li><li>Çfarë përfaqëson pika e prerjes për dy ekuacionet e mësipërme?</li><li>Çfarë kemi gjetur në këtë rast?</li></ul> Pasi dëgjon përgjigjet e nxënësve, mësuesi/ja pyet: <ul style="list-style-type: none"><li>Çdo të thotë të zgjidhësh një sistem ekuacionesh?</li></ul>			



- Sa zgjidhje ka ai?
- Cilat janë mënyrat që ju njihni për të zgjidhur sistemet e ekuacioneve?

Në vijim, mësuesi/ja nxit nxënësit të rikujtojnë mënyrat e zgjidhjes së ekuacioneve.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja dëgjon përgjigjet e nxënësve, ku diskutohet rreth mënyrave të zgjidhjes së sistemit të ekuacioneve. Më pas shtron situatën e shembullit 1 dhe 2 faqe 22 dhe nxit nxënësit të zgjidhin sistemin e ekuacioneve përmes metodës së eliminimit dhe zëvendësimit.

Ai/ajo udhëzon nxënësit rreth mënyrës që do të përdorin për zgjidhjen.

Mësuesi/ja fton nxënësit të zgjidhin ushtrimet 1, 4, 7, 10 faqe 23, me njërin nga tri mënyrat që ata përmendën më lart.

Fton nxënësit të ndryshëm të paraqesin zgjidhjet në tabelë dhe argumentojë zgjidhjet. Mësuesi/ja kujdeset që nxënësit që ngre të kenë përdorur metoda të ndryshme.

Ai/ajo shtron pyetjen:

- Si mund të gjejmë pikëprerjen e dy vijave pa i vizatuar ato?
- Si mund të gjejmë pikëprerjen e një vije të fuqisë së dytë me një drejtëz?
- Sa pika të përbashkëta mund të ketë një vijë e fuqisë së dytë dhe një drejtëz? Pse?
- Kur ato kanë dy pika të përbashkëta?
- Po një? Po asnjë?

Mësuesi/ja dëgjon përgjigjet e dhëna nga nxënësit ju kërkon të komentojnë rastet duke i shoqëruar dhe me figurë për çdo rast.

Më pas jep për të zgjidhur sistemin: 
$$\begin{cases} y = x^2 + 3x \\ y + 3x - 7 = 0 \end{cases};$$

- Me çfarë metode do ta zgjidhni? Pse?
- Cilat hapa do të ndiqni?
- Si do ti argumentoni ato?

Ushtrimi zgjidhet paralelisht me nxënësit në mënyrë që të kuptojnë veprimet. Diskutohet çdo veprim që ndërmerret.

Më pas fton nxënësit të zgjidhin ushtrimin 21 faqe 24. Një nxënës e paraqet zgjidhjen në tabelë. Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e shembullit 4 në faqen 24. Ajo udhëzon nxënësit që fillimisht të diskutojnë rreth hapave të zgjidhjes dhe më pas të zbatojnë ato për zgjidhjen.

- Si do t'i interpretonit dy zgjidhjet e gjetura?

Theksohet fakti se ka dy drejtkëndësha të ndryshëm që kënaqin kushtet e problemës sonë. Pranohen të dyja zgjidhjet.

Diskutohet me gjithë klasën ushtrimi 1 në faqen 25.

**Përforsimi i të nxënit:** Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të ndahen në grupe katërshe dhe secilit grup i jep për të zgjidhur njërin nga problemat 2, 3, 5, 7/a, 9, 10 dhe 12 në faqen 25. Çdo grup sapo përfundon ushtrimin shkëmben fletoren me një grup tjetër. Nxënësit kontrollojnë punën e njëri-tjetrit. Dhe, më pas, secili grup zgjedh një përfaqësues për të paraqitur zgjidhjen në tabelë.

Nxënësit diskutojnë dhe bëjnë pyetje për secilën zgjidhje. Mësuesi/ja plotëson çdo përgjigje të nxënësve dhe bën sqarimet e duhura për çdo rast.

Në përfundim të veprimtarive mësuesja shtron pyetjen:

- A mund të ketë dy zgjidhje sistemi i ekuacioneve lineare? Pse?
- Po pafundësi zgjidhjesh? Kur ndodh kjo?

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në zgjidhjen e sistemeve, në zbatimin e metodave të zgjidhjeve si dhe arsyetimin dhe argumentimin e zgjidhjes së situatave problemore që përmbajnë sistemet. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.

**Detjyra:** Ushtrimet 19, 24 faqe 24 dhe ushtrimet 8-13 faqe 25. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detjyrë hulumtuese:** Ushtrimi 14 në faqen 25.

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Drejtëza dhe rrathët (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje probleme)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Skicimi i balonës me ajër</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>gjen koeficientin këndor të një drejtëze;</li><li>gjen largesën ndërmjet dy pikave;</li><li>dallon kur dy drejtëza janë pingule ose paralele;</li><li>shkruan ekuacionin e një rrethi kur njeh qendrën dhe rrezen e tij;</li><li>përdor metodën e koordinatave në gjeometri.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> drejtëza; koeficienti këndor; koordinata; mesi i segmentit; rrethi; qendër; rreze; largesë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit; vizore; kompas.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë, Biologji, Fizikë.	

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Organizimi i orës së mësimit:

Parashikimi i njohurive: Mësuesi/ja fton nxënësit të rikujtojnë trajtën e ekuacionit të një drejtëze dhe formulën për të gjetur koeficientin këndor të saj. Për këtë, ajo paraqet në tabelë drejtëzën si në figurë:

Si do ta gjeni m?  
Sa është ajo?

Cili është ekuacioni i kësaj drejtëze?

Më pas, fton nxënësit të marrin dy pika në sistemin koordinativ dhe të gjejnë:

- koordinatat e mesit të segmentit që formojnë ato pika;
- largesën ndërmjet tyre duke përdorur formulën e largesës ndërmjet dy pikave.

Nxënësit veprojnë fillimisht në fletoret e tyre dhe më pas, disa prej tyre demonstrojnë zgjidhjen e kërkesave më lart në tabelë. Mësuesi/ja paraqet ekuacionet e drejtëzave:  $y = 2x + 3$ ,  $y = 5 - \frac{1}{2}x$  dhe  $y = 2x - 7$ .

Ajo drejton pyetjen:

- Çfarë vini re tek këto tri drejtëza?
- Si janë ato në raport me njëra-tjetrën? Pse?

Nëpërmjet kësaj veprimtarie kujtohet kushti i pingultësisë dhe paralelizmit të dy drejtëzave.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja nxit nxënësit që të ndërtojnë hartën e konceptit për të gjitha sa rikujtuan më lart. Një pamje e saj mund të jetë:

Koncepti	Ekuacioni/Formula
Drejtëza	$y = mx + c$ ; $y - y_1 = m(x - x_1)$
Koeficienti këndor	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
Largesa midis dy pikave	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
Mesi i segmentit	$\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$
Drejtëza pingule	$m_1 \cdot m_2 = -1$
Drejtëza paralele	$m_1 = m_2$

Mësuesi/ja sqaron se ekuacioni i drejtëzës gjendet edhe me formulën:  
 $y - y_1 = m(x - x_1)$  ; ku  $(x_1; y_1)$  janë koordinatat e një pike të drejtëzës.

Mësuesi/ja shtron para nxënësve situatën e shembullit 1 faqe 27 ku duhet të gjejnë ekuacionin e përmesores së segmentit. Ajo fton nxënësit të punojnë në dyshe për ta zgjidhur atë.

Fillimisht mësuesi/ja kujdeset që nxënësit të tregojnë hapat për gjetjen e ekuacionit të përmesores. Më pas, një nxënës e paraqet zgjidhjen në tabelë dhe nxënësit e tjerë drejtojnë pyetje dhe argumentojnë zgjidhjen.

Pas kësaj, mësuesi/ja vizaton rrethin me qendër (1; 4) dhe rreze 5 cm. Merr në të një pikë çfarëdo (x; y) dhe nxit nxënësit të gjejnë largesën horizontale dhe vertikale të kësaj pike nga qendra. Çfarë trekëndëshi formohet nga këto largesa? Përdorni teoremën e Pitagorës në këtë trekëndësh. Nxënësit pasi kryejnë veprimet e kërkuara gjejnë ekuacionin  $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$ . Mësuesi/ja pyet nxënësit:



- Çfarë paraqet grafikisht ky ekuacion?
- Sa është qendra e tij? Po rrezja?

Mësuesi/ja më pas paraqet edhe trajtën e përgjithshme të ekuacionit të rrethit:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ , me qendër në  $(a, b)$  dhe rreze  $r$ . Sqaron rastin e veçantë të rrethit me qendër në pikën  $(0; 0)$  dhe rreze  $r$ :  $x^2 + y^2 = r^2$ .

Fton nxënësit të diskutojnë situatën e dhënë në shembullin 3 faqe 28, dhe sqaron hapat që ndiqen për të gjetur qendrën dhe rrezen e rrethit duke bërë veçimin e katrorëve të binomit.

Për të rikujtuar disa fakte të mësuara më parë për rrethin, mësuesi/ja u drejton pyetjen nxënësve:

- Cila është marrëdhënia e tangjenteve të një rrethi dhe rrezes së rrethit?
- Ç'ndodh me një kordë nëse heqim një rreze pingule me të?
- Kur trekëndëshi brendashkruar rrethit është kënddrejtë?

Diskutohet rreth këtyre fakteve duke i shoqëruar ato dhe me figurë. Më pas, nxënësit vijnë me zgjidhjen e ushtrimeve 3, 6, 7/a, 9/a, 10/a, 11/a dhe 16 faqe 29.

Nxënësit punojnë në dyshe dhe më pas nxënës të ndryshëm paraqesin zgjidhjet në tabelë duke dhënë argumentimet përkatëse. Paraqiten të gjitha rastet duke treguar dhe hapat që ndjekin.

Mësuesi/ja paraqet para nxënësve problemën e shembullit 4 në faqen 30. Më pas, pyet nxënësit:

- Cilat janë hapat për të zgjidhur një problem me rrethin ose drejtëzën?

Ajo udhëzon nxënësit që fillimisht të përcaktojnë hapat që do të përdorin dhe më pas zgjidhjen. E kontrollojnë zgjidhjen me atë në libër. Njësoj veprohet dhe me shembullin 5 faqe 30.

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të ndahen në grupe, duke bashkuar nxënësit e dy bankave fqinje, dhe secilit grup i jep për të zgjidhur njërën nga problemat 2; 4; 5 dhe 6 në faqen 31 (dy grupe me të njëjtin ushtrim).

Pasi grupet përfundojnë zgjidhjen, këmbëjnë zgjidhjet me grupet që kanë të njëjtën detyrë dhe kontrollojnë e vlerësojnë njëri-tjetrin.

Më pas, përfaqësues të dy grupeve prezantojnë zgjidhjen dhe nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth zgjidhjes.

Grupeve që mbarojnë më shpejt ju jepet të zgjidhin ushtrimin 8 në faqen 31. Ndihej me pyetjet:

- Cilat do të jenë koordinatat e qendrës?
- Si i gjejmë ato?

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e koeficientit këndor të një drejtëze, apo ekuacionin e drejtëzës, në zbatimin e vetive të rrethit si dhe arsyetimin dhe argumentimin e zgjidhjes së situatave problemore që përmbajnë drejtëzat dhe rrathët.

Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bëjnë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.

**Detyra:** Ushtrimet 18 në faqen 29 dhe 1, 3 faqe 31. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 7 në faqen 31.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Inekuacionet (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• udhëtimi me kufi shpejtësie të përcaktuar në një zonë;</li><li>• intervali i gjatësisë së një libri.</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- dallon inekuacionet nga ekuacionet;</li><li>- paraqet në mënyra të ndryshme një inekuacion;</li><li>- zgjidh algjebrikisht inekuacionet;</li><li>- gjen zgjidhjen grafike të inekuacioneve;</li><li>- zbaton njohuritë mbi inekuacionet në situata të jetës reale.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> inekuacion; bashkësi zgjidhjesh; interval numerik; mosbarazim; interval; segment; vlera; bosht numerik; grafik.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit; vizore.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë; Fizikë.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

## Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të paraqesin në boshtin numerik inekuacionet:

$x \leq 8$ ;  $-8 < y \leq 1$ ;  $2 < z < 8$ ;  $t \leq -4$  ose  $t > 11$ . Nxënësit veprojnë fillimisht në fletore dhe pastaj disa prej tyre paraqesin zgjidhjet në tabelë. Theksohet fakti i paraqitjes së skajeve të tyre (rrethi i ngjyrosur ose jo).

Pas kësaj mësuesi/ja ju drejton nxënësve pyetjen:

- Cili është dallimi midis një mosbarazimi dhe një barazimi?
- Si mund t'i paraqesim ndryshe inekuacionet më lart, duke përdorur bashkësinë e tyre të zgjidhjeve?

Pasi dëgjon mendimet e nxënësve, komentojnë shënimet ndryshe të paraqitura në faqen 32, ku theksohet edhe paraqitja me simbolet e intervalit apo segmentit.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja i fton nxënësit të kujtojnë vetitë e barazimeve dhe mosbarazimeve:

### Vetitë e barazimeve:

$$a = b \Leftrightarrow a \pm c = b \pm c$$

$$a = b \Leftrightarrow ac = bc$$

$$a = b \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$

...

### Vetitë e mosbarazimeve:

$$a \leq b \Leftrightarrow a \pm c \leq b \pm c$$

$$a \leq b \Leftrightarrow ac \leq bc \quad \text{kur } c > 0$$

$$a \leq b \Leftrightarrow ac \geq bc \quad \text{kur } c < 0$$

$$a \leq b \Leftrightarrow \frac{a}{c} \leq \frac{b}{c} \quad \text{kur } c > 0$$

...

Sqaron se këto veti do t'i përdorim për të zgjidhur inekuacionet lineare. Për këtë, nxënësit shqyrtojnë situatën e shembullit 1 faqe 33. Një nga nxënësit paraqet zgjidhjen në tabelë dhe argumenton veprimet.

Mësuesi/ja nxit nxënësit të mendojnë një tjetër mënyrë zgjidhjeje të një inekuacioni. Për këtë, ai/ajo udhëzon të ndërtojnë grafikun e drejtëzës që paraqet ekuacionin linear dhe të gjejnë zonën e zgjidhjeve të inekuacionit me anë të pikës provë. Nxënës të ndryshëm zgjidhin në tabelë 2-3 shembuj inekuacionesh linearë me të dyja mënyrat.

Më pas, mësuesi/ja fton ata të shqyrtojnë zgjidhjen e shembullit 2/b në faqen 33, ku ka më tepër se një inekuacion. Pra, do të gjendet zona e përbashkët e zgjidhjeve për të tria inekuacionet së bashku.

Pasi komentojnë hapat që janë ndjekur, mësuesi/ja thekson se duhet të ngjyroset zona që është zgjidhje për inekuacionin. Më pas pyet:

- Si do të veprojmë për të zgjidhur grafikisht inekuacionin e fuqisë së dytë?
- Sa zgjidhje do të ketë ai?

Mësuesi/ja sqaron se do të veprojnë njësoj sikur zgjidhin ekuacionin e fuqisë së dytë dhe përgjigja do të jetë një bashkësi vlerash dhe jo vetëm dy vlera të dalluara.

Për këtë zgjidhin inekuacionin:  $x^2 + 4x - 5 \geq 0$ ; fillimisht përcaktojnë radhën e “punës”:

1. Gjejmë zgjidhjet e ekuacionit  $x^2 + 4x - 5 = 0$ .
2. Ndërtojmë grafikun  $y = x^2 + 4x - 5$ .
3. Gjejmë zonën e zgjidhjeve me anë të pikës provë.

Mësuesi/ja pyet:

- Si do të vepronit për të zgjidhur algjebrikisht inekuacionin?

Theksohet se duhet të shqyrtohen rastet kur prodhimi i dy faktorëve është pozitiv.

Mësuesi/ja ndan klasën në grupe me nga katër nxënës dhe udhëzon grupet të zgjidhin ushtrimet 1/a,b; 2/a,b; 3/a,b; 4/a,b; 5/a,b; 6/a,b. Dy grupe të ndryshme kanë të njëjtën detyrë. Pas përfundimit të ushtrimeve, grupet që kanë të njëjtën detyrë këmbëjnë fletoret dhe vlerësojnë njëri-tjetrin.

Mësuesi/ja shtron situatën e shembullit 4 faqe 36. Duhet të gjejmë kohën që i duhet Andit për të përfunduar udhëtimin e tij, duke ditur që kufiri i shpejtësisë është 70 km/h dhe rruga është 200 km.

- Si duhet të veprojmë:
- Cili është inekuacioni që i përgjigjet të dhënave në problemë?

Nxënësit shtrajnë inekuacionin dhe tregojnë zgjidhjet e ushtrimit. Një nga nxënësit, paraqet zgjidhjen në tabelë.

**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit vazhdojnë të punojnë në grupe katërshe. Mësuesi/ja i jep secilit grup për të zgjidhur njërin nga problemat 3, 5, 8 dhe 10 në faqen 37. Ai/ajo udhëzon nxënësit të përcaktojnë fillimisht inekuacionin dhe më pas të zgjidhin atë grafikisht. Pasi grupet kanë përfunduar zgjidhjet, përfaqësues të tyre prezantojnë zgjidhjen dhe nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth zgjidhjes.

<p>Në përfundim të orës, mësuesi/ja, drejton pyetjet:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cili është dallimi midis ekuacionit dhe inekuacionit?</li> <li>- Po midis zgjidhjeve të tyre?</li> <li>- A mund të jenë zgjidhjet e ekuacionit të njëjta me ato të inekuacionit?</li> </ul>
<p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në zgjidhjen e inekuacioneve lineare dhe atyre të fuqisë së dytë, në zgjidhjen grafike të këtyre inekuacioneve si dhe arsyetimin dhe argumentimin e zgjidhjes së situatave problemore që përmbajnë inekuacionet.</p> <p>Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bëjnë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.</p>
<p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 2, 4, 9 faqe 37. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.</p> <p><b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimi 11 në faqen 37.</p>

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje; Eksplorim (përtej provimeve) Vlerësim për kreun 1		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Vlerësim i nxënësit nga nxënësi</li><li>• Ushtrime dhe situata problemore</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- përdor vërtetimin e drejtpërdrejtë, vërtetimin me shqyrtim të rasteve të mundshme dhe kundërshembullin për të vërtetuar ose hedhur poshtë fjalitë;</li><li>- kryen veprimet me fuqitë dhe zbaton vetitë e tyre;</li><li>- kryen veprimet me rrënjët dhe zbaton vetitë e tyre;</li><li>- zgjidh në mënyra të ndryshme ekuacione të fuqisë së dytë dhe sisteme ekuacionesh;</li><li>- përdor ekuacionet e drejtëzave dhe rrathëve në sistemin koordinativ;</li><li>- zgjidh në mënyra të ndryshme inekuacionet lineare dhe të fuqisë së dytë.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> fuqi, rrënjë, pohim, sistem ekuacionesh, drejtëz, rreth, inekuacion, grafik, vërtetim, kundërshembull, sistem koordinativ	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, vizore, kompas, makinë llogaritëse		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca, fizika	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të rikujtojnë konceptet kryesore të kapitullit. Për këtë i udhëzon ata të punojnë në grupe katërshe dhe përcakton detyrat për secilin nga grupet.			
<div><div><div>Përshkruani vetitë e fuqive</div><div>Tregoni mënyrat e ndryshme për të zgjidhur një ekuacion të fuqisë së dytë</div></div><div><div>Përshkruani vetitë e rrethit</div><div>Tregoni mënyrat e ndryshme për të zgjidhur një inekuacion</div><div>Fakte rreth rrethit dhe drejtëzës</div></div><div><div>Përshkruani vetitë e rrënjëve</div><div>Tregoni mënyrat e ndryshme për të zgjidhur një sistem ekuacionesh</div></div></div>			

Duke punuar në grup, nxënësit plotësojnë ato që dinë për secilin prej atyre koncepteve dhe i shoqërojnë me shembuj përkatës. Grupet prezantojnë punën e tyre në tabelë. Nxënësit e tjerë mund të plotësojnë punën e grupit që prezanton.

**Ndërtimi i njohurive:** Pas kësaj veprimtarie, ku nxënësit rikujtuan dhe rifreskuan edhe njëherë njohuritë e kapitullit, mësuesi/ja i fton ata të punojnë në dyshe, me shokun e bankës ushtrime nga faqja 39.

Nxënësit në të njëjtën bankë do të jenë nxënësi numër 1 dhe nxënësi numër 2. Nxënësit me numër 1 punojnë ushtrimet: 1; 4/a,b; 5/a; 7/a; 9/a,i; 10/b; 11/a; 12; 13/a, i dhe bankat me numër 2 punojnë ushtrimet: 2; 4/c,d; 5/b; 7/b; 9/ii; 10/c; 11/b; 13/a, ii; 14.

Mësuesi/ja i udhëzon që pas 15-20 minutave, nxënësit me të njëjtin numër, të këmbëjnë fletoret dhe do të vlerësojnë njëri-tjetrin. Mësuesi/ja kontrollon në rast se kanë vepruar gabim.

Pasi përfundojnë dhe vlerësimet disa prej ushtrimeve zgjidhen edhe në tabelë si p.sh. ushtrimet 9, 11,12 dhe 14.

Më pas kalohet në rubrikën Eksplorim/përtej provimeve. Mësuesi/ja së pari paraqet para nxënësve ekuacionin e Diofantit:  $x^n + y^n = z^n$  dhe i fton ata të gjejnë vlera të  $n, x, y$  dhe  $z$  për të cilat vërtetohet ekuacioni i mësipërm.

Ai/ajo i fton nxënësit të lexojnë pjesën e historisë të paraqitur në faqen 40, dhe iu drejton pyetjet:

- *A e kishit hasur më parë këtë problem?*
- *Po juve si ju rezultoi? Arritët të gjenit zgjidhje për  $n \geq 3$ ?*

Pas kësaj vijon diskutimi në lidhjet me pyetjet e shtruara nga mësuesi/ja dhe më pas nxënësit paraqesin zgjidhjet e gjetura. Mësuesi/ja shtron para nxënësve sprovën e paraqitur në tekst dhe kërkon të gjejnë gabimin e kërkuar.

Përfundimet e sprovës diskutohen së bashku dhe zgjidhjet paraqiten në tabelë. Mësuesi/ja ju ka kërkuar nxënësve të hulumtojnë rreth “Teoremës së Vogël Ferma”. Ata diskutojnë për gjetjet e tyre lidhur me Teoremën e Vogël Ferma.

Mësuesi/ja shtron para nxënësve situatën e ushtrimit 4/b në faqen 41. Ai/ajo shtron pyetjet:

- *Si do të veproni për të gjetur gjerësinë e drejtkëndëshit?*
- *Çfarë duhet të gjeni në fillim?*
- *Ç’veprime duhet të kryeni që të paraqisni rezultatin e thjeshtuar?*

Pasi diskutojnë rreth pyetjeve më lart kalojnë në zgjidhjen e ushtrimit, të cilin një nxënës e paraqet në tabelë dhe nxënësit e tjerë komentojnë zgjidhjen.

Po kështu veprohet dhe për ushtrimin 8/a faqe 41. Nxënësit, zgjidhin algjebrikisht inekuacionin dhe dy nxënës paraqesin zgjidhjet për secilin inekuacion në tabelë.

Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të punojnë ushtrimin 8/b faqe 41, në të cilin duhet të gjejnë zgjidhjen e po të njëjtave inekuacione, por këtë herë grafikisht. Mësuesi/ja pyet sërish nxënësit për hapat që do të ndjekin. Dy nga nxënësit paraqesin zgjidhjet në tabelë.

Mësuesi/ja drejton pyetjen:

- *Cila prej mënyrave është më e shpejtë dhe më e lehtë?*

Më pas, nxit nxënësit të punojnë në grupe dhe i fton të zgjidhin ushtrimet: 5, 9, 10 në faqen 41.

Grupet fqinjë këmbëjnë fletoret me njëri-tjetrin dhe korrigjojnë zgjidhjet. Më pas, tre nxënës nga grupe të ndryshëm paraqesin zgjidhjet në tabelë.

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja fton nxënësit të vazhdojnë të punojnë në të njëjtat grupe ushtrimet: 13, 15, 16 faqe 42. Ai/ajo udhëzon ata rreth zgjidhjeve si p.sh.: për ushtrimin 13/b duhet të transformoni ekuacionin eksponencial në trajtën e ekuacionit në pikën a dhe më pas të zgjidhin atë. Për ushtrimin 15 udhëzon që të zbatojnë vetitë e barazimit të fuqive dhe prej tyre të formojnë sistemin e ri të cilin e zgjidhin me një nga mënyrat që kanë më të lehtë.

Nxënësit sërish pasi mbarojnë zgjidhjet, këmbëjnë fletoret me grupin fqinj dhe vlerësojnë njëri-tjetrin.

Zgjidhjet e këtyre ushtrimeve paraqiten dhe komentohen në tabelë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe i vlerëson duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë për të përshkruar vetitë e fuqive, rrënjëve, ekuacionit të fuqisë së dytë, në zgjidhjen e ekuacioneve dhe inekuacioneve, në përcaktimin saktë të hapave të zgjidhjes të situatave problemore si dhe në njehsimin e zonave të zgjidhjes për inekuacionet. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në vlerësimin që ata i bëjnë njëri-tjetrit.

**Detyra:** Ushtrimet 6 dhe 13/b faqe 39 dhe 17, 18 në faqen 42. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë krijuese për portofol:** Lidhja ndërmjet Teoremës Ferma dhe teoremës së Pitagorës.

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Zbërthimi dhe faktorizimi (Shkathësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Për çfarë na shërben matematika?</li><li>Trekëndëshi i Paskalit</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>dallon monomin dhe polinomin nga shprehje të tjera;</li><li>shndërron shprehje të ndryshme duke përdorur faktorizimin dhe thjeshtimin;</li><li>vërteton identitetet me ndihmën e faktorizimeve.</li><li>përdor metodën e koeficienteve të pacaktuara për të faktorizuar një polinom.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> monom; polinom; faktorizim; thjeshtim; zbërthim; identitet; metoda e koeficienteve të pacaktuara.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Teknologji.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë hyrjen e kapitullit 2 “Polinomet dhe teorema binomiale” dhe të diskutojnë nën kontekstin: Për çfarë na shërben matematika. Diskutohet me nxënësit rreth zbatimeve të shumta të tyre në jetën reale. Mësuesi/ja shkruan në tabelë fjalët: <div><div>koeficient</div><div>monom</div><div>fuqi e monomit</div><div>polinom</div><div>faktorizim</div><div>faktor</div><div>kufiza</div><div>kufiza</div><div>zbërthim</div><div>identitet</div></div>			
dhe ju kërkon nxënësve të tregojnë lidhjen midis tyre dhe kuptimin për secilën prej tyre, duke përdorur dhe shembuj konkretë.			
Nxënësit japin përgjigjet e tyre dhe mësuesja kujdeset që të rikujtohen të gjitha konceptet dhe lidhjet midis tyre. Mësuesi/ja shënon në tabelë shprehje të ndryshme, që përmbajnë mbledhje, zbritje, shumëzime, rrënjë etj., dhe kërkon që nxënësit të dallojnë ndër to: monomet, polinomet, gradën për secilin prej monomeve dhe polinomeve të caktuara.			
P.sh.: në shprehjen $x^3 - 4xy^2 + 5x^6 - 8$ përcaktoni ndryshoret, eksponentët, monomet përbërës.			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pasi janë evidentuar edhe njëherë kuptimet e: monomit, polinomit, gradës së polinomit, mësuesi/ja fton nxënësit të shndërrojnë shprehjen: $(3x + 2y)^2 - (2x - 3y)^2$ . Nxënësit punojnë në dyshe për zbërthimin e shprehjes më sipër. Fillimisht, secili nga nxënësit zbërthen në mënyrë të pavarur kllapat. Më pas, dyshet, bashkojnë rezultatet me njëri-tjetrin, duke i vendosur monomet e ngjashme nën njëra-tjetrën. Pas reduktimit, dyshet e afërta krahasojnë rezultatet. Dyshet më të shpejta mund të sfidojnë njëra-tjetrën me një shembull të dytë. Rezultati prezantohet në tabelë dhe në këtë mënyrë nxënësit kontrollojnë punën e tyre. Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë për procesin e anasjelltë të zbërthimit. Në funksion të kësaj, në tabelë shënohet barazimi: $15x^3 + 8x^2 - 26x + 8 = (3x^2 + 4x - 2)(5x - 4)$ . Nxënësit fillimisht kryejnë shumëzimin e secilës kufizë të kllapës së parë, me secilën prej kufizave të kllapës së dytë dhe më pas krahasojnë rezultatin e tyre me polinomin në anën e majtë të barazimit. Mësuesi/ja evidenton faktin se secila prej kllapave të anës së djathtë emërtohet faktor, dhe procesi quhet faktorizim. Pritshmëritë janë që nxënësit të pyesin vetë: A mund të gjejmë vetë faktorët e një polinomi? Në të kundërt, mësuesi/ja ju drejton nxënësve këtë pyetje. Fillimisht sillen në vëmendje të nxënësve, faktorizimi i polinomeve të fuqisë së dytë (të cilat janë zhvilluar në klasë të 10 dhe 11). Më pas, mësuesi/ja orienton nxënësit të studiojnë shembullin 2 dhe i kushton rëndësi emërtimeve të saj. Dyshet e nxënësve diskutojnë katër rastet e ushtrimit 8 në faqen 46, dhe disa prej tyre, prezantohen në tabelë.			

- Çfarë do të bëni në fillim?
- Cilat hapa do të ndiqni?

Theksohet fakti se barazojmë koeficientet para fuqive të njëjta të  $x$ -it.

Pasi përmbledh edhe njëherë emërtimet e ndeshura në fazën e parë, mësuesi/ja shtron përpara nxënësve situatën e shembullit 3 në faqen 46.

- Si do të veprojmë?
- Cilat janë hapat që do të ndjekim?

Duke përdorur metodën e koeficienteve të pacaktuara, nxënësit evidentojnë lartësinë e cilindrit.

**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit në dyshe punojnë ushtrimet 2, 5, 7, 11 në faqen 47. Paraprakisht mësuesi/ja ju kërkon nxënësve të rikujtojnë formulat për syprinat dhe vëllimet e trupave. Ndarja e situatave bëhet e tillë, që të ketë të paktën dy grupe me të njëjtën situatë problemore. Mësuesi/ja gjatë kësaj kohe vëzhgon punën e secilës dyshe, duke udhëzuar ata që janë në vështirësi. Dyshtet që kishin të njëjtën situatë krahasojnë rezultatet, dhe në këtë mënyrë vlerësojnë punën e tyre. Për çdo situatë problemore, prezantohet një zgjidhje në tabelë.

Në fund, mësuesi/ja shkruan barazimet:

$$(x + y)^2 =$$

$$(x + y)^3 =$$

$$(x + y)^4 =$$

Nxënësit në grupe me nga 4 veta kryejnë shndërrimet dhe plotësojnë barazimet njëri pas tjetrit si prodhim dy kllapash.

Pasi kanë zhvilluar shprehjet e mësipërme, mësuesi/ja plotëson barazimin për  $(x + y)^5 = \dots$ , dhe ju kërkon nxënësve të verifikojnë rezultatin duke kryer shndërrimet hap pas hapi  $(x + y)^5 = (x + y)^4 \times (x + y)$ .

Për të shuar kureshtjen e nxënësve, mësuesi/ja nxit ata të veçojnë koeficientet në zbërthimet më lart dhe të hulumtojnë rreth tyre për të zbuluar atë që quhet **“trekëndëshi i Paskalit”**.

Me qëllim që nxënësit të kuptojnë lidhjen mes koeficienteve binomialë, mund t’u caktohet detyrë të plotësojnë trekëndëshin edhe për fuqi të tjera më të mëdha. Kjo me qëllim për t’i paraprirë orës pasardhëse.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh saktësinë e tyre në zbërthimin apo faktorizimin e polinomeve, në përdorimin e koeficienteve të pacaktuar, si dhe në përdorimin e formulave të syprinave dhe vëllimeve të trupave. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit i bënë njëri-tjetrit.

**Detyra:** Ushtrimet 3, 6, 12 në faqen 47. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 13 në faqen 47. Mësuesi/ja ju kërkon nxënësve që fillimisht të provojnë se vëllimi i tubit rrethor njehsohet me formulën e mësipërme, dhe më pas të zbatojnë këtë formulë për **l**, **r** dhe **a** e dhënë.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Teorema binomiale (Shkathësi dhe aftësi & Arsytim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> Kombinime të të gjithë lojtarëve të një skuadre futbolli për të krijuar një ekip me 11 lojtarë.	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- formulon saktë barazimet për <math>n!</math>, <math>C_{n,k}</math>;</li><li>- njehson koeficientet binomiale në një polinom;</li><li>- përdor koeficientet binomiale për të përcaktuar numrin e mundësive;</li><li>- përdor teoremën binomiale.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> trekëndëshi i Paskalit; kombinacione; faktorial; koeficientet binomiale; kombinime; teoremë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Kombinatorikë.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			



### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të shkruajnë dy monome, dy binome, dy trinome dhe dy polinome. Nga dallojnë ata nga njëri-tjetri? A janë ata të gjithë polinome?

Më pas, mësuesi/ja ju kërkon nxënësve që të tregojnë rreth asaj që kanë “zbuluar” për trekëndëshin e Paskalit dhe në fletoret e tyre të shkruajnë atë për binomin  $(1 + x)^n$  duke filluar nga  $n = 0$ .

Mësuesi/ja orienton nxënësit që fillimisht të zbërthejnë fuqinë e  $n$ -të në polinom e më pas, të vendosin vetëm koeficientet në mënyrën e duhur, për ta bërë më të thjeshtë hulumtimin.

Orientohen nxënësit në vëzhgimin e situatës:

Çfarë vini re në lidhje me fuqitë e  $x$  nga një term te tjetri? Po koeficientet përpara  $x$ , si lidhen nga njëri rresht te tjetri? Pasi kanë hulumtuar rreth këtyre pyetjeve, mësuesi/ja formulon në mënyrë të përmbledhur, lidhjen mes koeficienteve binomiale.

### Ndërtimi i njohurive:

Pasi kanë evidentuar koeficientet në trekëndëshin e Paskalit për binomin  $(1 + x)^n$ , mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë një zbatim praktik kur  $x$  zëvendësohet me monomin  $2y$  (shembulli 1 në faqen 48).

Për këtë nxënësit, në dyshe, renditin hap pas hapi, zbërthimin e polinomit kur  $n = 1, 2, 3 \dots$  deri në  $n = 6$ .

Provojnë kështu se koeficientet përpara  $(2y)$  janë shumë e dy koeficienteve që gjenden në rreshtin paraardhës.

Mësuesi/ja kërkon që nxënësit të formojnë shprehje studimore dhe për këtë arsye u paraqet atyre situatën e re:

Po në rastin kur  $a = 1$ , dhe  $x = b$ , a mund të nxjerrim të njëjtin përfundim?

Po nëse  $a$  dhe  $b$  janë monome të ndryshme, si duhet të veprojmë?

A mund të shkruajmë një zbërthim polinomial të fuqisë  $n$ , pa pasur nevojë të përdorim trekëndëshin e Paskalit?

Në dyshe punohet shembulli 2 në faqen 49. Në përfundim të punës, mësuesi/ja pasi ka orientuar nxënësit të krahasojnë përfundimet e tyre me ato të shembullit, kalon në përkufizimin e  $n!$ ,  $C_{n,k}$  si dhe në zbatime praktike. Pra:

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

Mësuesi/ja jep detyrën: gjeni:  $7!$  dhe  $C_5^3$ . Pasi veprojnë në mënyrë të pavarur në fletore, gjetjet prezantohen dhe në tabelë.

Kalohet në diskutimin e shembujve 3 dhe 4 në faqen 50, fillimisht në dyshe dhe më pas në tabelë. Mësuesi/ja vë theksin në: **koeficientin përpara çdo monomi dhe lidhjen midis fuqive të  $a$  dhe  $b$ .**

Në dyshe, nxënësit punojnë rastet e ushtrimit 1. Dyshet e afërta krahasojnë rezultatet dhe disa prej përfundimeve diskutohen në tabelë. Pas ushtrimit 1, mësuesi/ja përcakton në ushtrimin 9 nga një situatë për çdo dyshe, dhe në përfundim të punës, dyshet që kishin situatë të njëjtë krahasojnë rezultatet.

Mësuesi/ja thekson se zbërthimi i  $(a + b)^n$  quhet teorema binomiale.

$$(a + b)^n = a^n + C_{n,1}a^{n-1}b + C_{n,2}a^{n-2}b^2 + \dots + C_{n,r}a^{n-r}b^r + \dots + b^n$$

Për të kuptuar më mirë termin: **kombinacion (kombinime)**, mësuesi/ja prezanton përpara nxënësve situatën:

- Nëse do të duhej të formonit një grup me 6 nxënës nga klasa juaj, në sa mënyra të ndryshme mund ta bëni këtë?
- Si do të veproni?
- Nga do të nisni?
- Çfarë hapash do të ndiqni?

Fillimisht nxënësit nisin të formojnë grupet për të përcaktuar numrin e kërkuar. Pasi punojnë në grupe me nga 4 nxënës, mësuesi/ja merr përgjigjet e grupeve të ndryshme. Pritshmëritë janë që përgjigjet të jenë të ndryshme dhe procesi i numërimit të mos ketë përfunduar.

Atëherë mësuesi/ja orienton nxënësit të përcaktojnë planin e zgjidhjes dhe më pas ta zgjidhin situatën. Ajo udhëzon ata të përdorin formulën për kombinimet me nga 6 të numrit total të nxënësve të klasës.

Për këtë studiojnë shembullin 5 në faqen 52. dhe formulojnë në trajtë barazimi numrin e kombinimeve të mundshme të  $k$ , nga  $n$  elemente të mundshme.

Më pas, mësuesi/ja zgjidh në tabelë situatën e shembullit 6, duke i njohur kështu nxënësit me një rast tjetër zbatimi të zbërthimit binomial.

**Përforcimi i të nxënit:** Fillimisht mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të rikujtojnë edhe njëherë barazimet për  $n!$  dhe  $C_{n,k}$  nëpërmjet ushtrimeve 15 dhe 16 në faqen 53. Këto ushtrime punohen në dyshe dhe përfundimet diskutohen në tabelë. Më pas, puna vazhdon në grupe me nga 4 nxënës.

Të ndarë në grupe me nga 4 veta, nxënësit punojnë ushtrimet 1, 9, 12 dhe 13 të faqes 53. Mësuesi/ja kujdeset që çdo situatë të punohet nga dy grupe. Gjatë kohës që nxënësit punojnë, vëzhgon punën e tyre dhe ndihmon grupet që kanë vështirësi. Fillimisht diskutohen zgjidhjet në grup e më pas nxënësit këmbëjnë fletoret duke kontrolluar dhe vlerësuar kështu veten dhe shokët. Disa nga zgjidhjet diskutohen në tabelë.
<b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në evidentimin e barazimeve të reja, në gjetjen e koeficientëve binomiale dhe mënyrën e zbatimit të tyre. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.
<b>Detyra:</b> Ushtrimet 2, 8, 11 faqe 53. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.
<b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimi 19 në faqen 53.

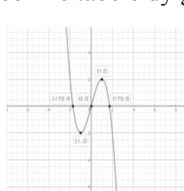
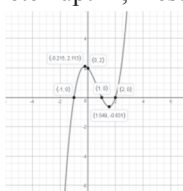
## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Pjesëtimi i polinomeve. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- gjen vlerën e <math>P(a)</math> për <math>x = a</math>;</li><li>- përcakton vlerën e <math>a</math> për të cilën <math>P(x) = 0</math>;</li><li>- kryen pjesëtimin e polinomeve;</li><li>- faktorizon polinomet, pasi ka kryer pjesëtimin.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> rrënjë e polinomit; teorema Bezu; faktorizim; pjesëtim i polinomeve; faktorë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Fillimisht kujtojmë nga klasat e mëparshme hapat që duhet të ndiqen për faktorizimin e trinomeve p.sh.: <ul style="list-style-type: none"><li>- Si do vepronit për të faktorizuar polinomin <math>P(x) = 6x^2 - 8x + 2</math> ?</li></ul> Nxënësit veprojnë në fletore për zgjidhjen e situatës më lart dhe një nxënës vepron në tabelë. Mësuesi/ja shënon në tabelë polinomin $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ dhe kërkon nga nxënësit të njehsojnë vlerën e polinomit nëse $x = 2, x = 1, x = 0, x = 3$ . Pasi kanë kryer zëvendësimet e nevojshme, mësuesi/ja shtron përpara nxënësve pyetjet: <ul style="list-style-type: none"><li>- Për cilën vlerë të <math>x</math> polinomi merr vlerën 0?</li><li>- A mund të faktorizojmë polinomin?</li></ul> Pasi merr përgjigjet e nxënësve mësuesi/ja nxit nxënësit të faktorizojnë polinomin duke shprehur monomin $-3x^2 = -x^2 - 2x^2$ dhe më pas të grupojnë në mënyrën e duhur për të kryer faktorizimin $x^3 - 3x^2 + 2x = x(x - 1)(x - 2)$ . Mësuesi/ja shkruan në tabelë polinomin e shembullit 1. Ai/ajo u drejton nxënësve pyetjet: <ul style="list-style-type: none"><li>- A mund të bëni faktorizim të polinomit si në rastin e parë?</li><li>- Sa është vlera e polinomit nëse <math>x = 5</math>, po nëse <math>x = 3</math>?</li><li>- Si e kryeni pjesëtimin e dy numrave?</li><li>- p.sh.: <math>234678 : 24 = \dots</math>?</li></ul> Pasi diskutohen përgjigjet për pyetjet e mësipërme, nxënësit në dyshe kryejnë pjesëtimin aritmetik të dy numrave. <b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja sqaron se edhe polinomet mund të pjesëtohen ashtu si edhe numrat. <ul style="list-style-type: none"><li>- Kur është i mundshëm pjesëtimi i dy polinomeve?</li><li>- Kur pjesëtimi i tyre e ka mbetjen 0?</li><li>- Çfarë themi në këtë rast?</li></ul> Diskutohet me nxënësit dhe jepen përgjigjet e pyetjeve më sipër.			



<p>Mësuesi/ja demontron në tabelë një pjesëtim polinomesh duke argumentuar hap pas hapi atë.</p> <p>Duke mbajtur parasysh njohuritë e mëparshme, nxënësit hulumtojnë në dyshe rreth shembujve 1 dhe 2 në faqen 54. Pasi interpretohen të gjithë hapat e situatave 1 dhe 2, nxënësit punojnë në dyshe disa nga rastet e ushtrimit 2 dhe 5 në faqen 56.</p> <p>Fillimisht mësuesi/ja vëzhgon punën e çdo dysheje, dhe më pas disa prej situatave diskutohen në tabelë.</p> <p>Mësuesi/ja shtron përpara nxënësve pyetjen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cili nga pjesëtimet e polinomeve me <math>(x - a)</math> nuk pati mbetje?</li> </ul> <p>Njehsoni vlerën e <math>P(a)</math> në këto polinome. Çfarë vini re?</p> <p>Pasi provojnë se <math>P(a) = 0</math>, theksohet fakti se kur mbetja e pjesëtimit të një polinomi me <math>(x - a)</math> është 0, <math>a</math> është rrënjë e polinomit. Mësuesi/ja formulon <b>teoremën Bezu</b> të njohur ndryshe si teorema e <b>faktorëve</b>.</p> <p>Nxënësit punojnë ushtrimin e shembullit 3 në faqen 55. Ndërsa kërkesa e ushtrimit është të provohet se <math>x + 3</math> është faktor i polinomit, mësuesi/ja shton kërkesën përpara nxënësve:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Kryeni pjesëtimin dhe gjeni rezultatin.</li> </ul> <p>Mësuesi/ja kërkon që nxënësit të përmendin edhe njëherë fjalët kyçe të mësimit: polinom, pjesëtim, faktorizim etj.</p> <p>Atëherë ajo shënon në tabelë polinomin <math>2x^3 + 17x^2 - 13x - 168</math> dhe fton nxënësit të provojnë teoremën Bezu.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si do të veprojmë meqenëse nuk kemi asnjë të dhënë se cili është faktori?</li> <li>- Me se do ta fillojmë pjesëtimin?</li> </ul> <p>Në këtë rast, nxënësit orientohen të provojnë vlera të ndryshme të <math>a</math>, për të cilat njehsojnë <math>P(a)</math> derisa të arrijnë barazimin <math>P(a) = 0</math>. Më pas kryhet pjesëtimi i polinomeve dhe faktorizimi i tyre.</p> <p><b>Përforcimi i të nxënësve:</b></p> <p>Gjatë kësaj faze të orës së mësimit, nxënësit rishikojnë në dyshe situatat që u trajtuan në dy fazat e para. Fillimisht nxënësit diskutojnë në dyshe shembullin 5, duke ndjekur hapat e përcaktuara:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. - pjesëtojnë polinomin me <math>(x - a)</math>;</li> <li>2. - herësin-polinom të fuqisë së dytë që përftojnë e faktorizojnë më thjeshtë.</li> </ol> <p>Më pas, në dyshe nxënësit diskutojnë rastet a, b dhe c të ushtrimit 2 në faqen 57. Dyshet që kanë të njëjtin rast, krahasojnë përfundimet dhe më pas, zgjidhjet prezantohen përpara klasës.</p> <p>Mësuesi/ja sjell në vëmendje të nxënësve mënyrën e njehsimit të SHVP dhe PMP së dy numrave me ndihmën e faktorizimit.</p> <p>Mësuesi/ja pyet nxënësit:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Po për polinomet a mund të njehsojmë SHVP dhe PMP?</li> </ul> <p>Në funksion të kësaj, fillimisht në dyshe, nxënësit faktorizojnë secilin nga polinomet e ushtrimit 4. Më pas, dyshet e afërta, bashkojnë përgjigjet, dhe për polinomet e dhëna evidentojnë faktorët e përbashkët, duke përcaktuar kështu SHVP dhe PMP.</p> <p>Kujtojmë vëllimin e trupave, konkretisht vëllimin e piramidës dhe të konit <math>V = \frac{1}{3} S_b \cdot h</math>.</p> <p>Mësuesi/ja u drejtohet nxënësve me pyetjet:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nëse njohim vëllimin dhe syprinën e bazës mund ta njehsojmë lartësinë e trupi?</li> <li>- Nëse njohim vëllimin dhe lartësinë, mund ta njehsojmë syprinën e bazës së një trupi?</li> </ul> <p>Kalohet kështu në ushtrimin 12 në faqen 57. Fillimisht diskutohet në dyshe e më pas krahasohen përgjigjet me dyshen e afërt. Mësuesi/ja vëzhgon punën në dyshe të nxënësve, dhe i orienton ata. Gjatë prezantimit të zgjidhjes në tabelë, nxënësit kontrollojnë zgjidhjen dhe korrigjojnë shokët.</p> <p><b>Vlerësimi:</b> Gjatë kësaj ore mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për disa të tjerë në fletoren evidencë. Gjatë vlerësimit, mësuesi/ja mban parasysh saktësinë e zgjidhjes, si dhe aftësinë e nxënësve për të argumentuar përgjigjen. Në vlerësim merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bënë për njëri-tjetrin.</p> <p>Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në punën që nxënësit bënë në fletore, por edhe në pjesëmarrjen në grup.</p> <p><b>Detyra:</b> Ushtrimi 7 në faqen 56 dhe ushtrimet 6, 10 në faqen 57. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.</p> <p><b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimi 15 në faqen 57. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të shprehin fillimisht vëllimin e trupit të formuar si diferencë vëllimesh, e më pas të kryejnë zbërthimin e polinomit të përfutur.</p>
---

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Skicimi i grafikut (Shkathësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- tregon në një grafik të dhënë pikat kryesore të tij;</li><li>- skicon grafikë të ndryshëm, duke u nisur nga pikat kyçe të tij;</li><li>- skicon grafikë të ndryshëm, duke u nisur nga grafikë të dhënë më parë;</li><li>- përdor grafikun për të zgjidhur situata problemore.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> grafik i funksionit; pikë; funksion; maksimum; minimum; pikë infleksoni, përkulshmëri; asimptotë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit; vizore; makinë llogaritëse grafike.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë; Vizatim.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimi:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në këtë orë mësimi, nxënësit do të mësojnë duke u përqendruar mbi argumentin kryesor: ndërtimi i grafikut. Në funksion të kësaj, mësuesi/ja ndan klasën në grupe me nga 4 vetë. Ai/ajo përcakton detyrat si më poshtë: <ul style="list-style-type: none"><li>a. Të ndërtohen grafikët:<div><div><b>Grupi 1:</b> <math>y = x^2</math> dhe <math>y = x^2 + 2</math>;</div><div><b>Grupi 2:</b> <math>y = 2x^2</math> dhe <math>y = 2(x-1)^2</math></div><div><b>Grupi 3:</b> <math>y = x^2</math> dhe <math>y = -2x^2</math>;</div><div><b>Grupi 4:</b> <math>y = x^3</math> dhe <math>y = x^3 - 2</math>;</div><div><b>Grupi 5:</b> <math>y = -x^3</math> dhe <math>y = -(2x)^3</math>;</div></div></li><li>b. Si përftohet grafiku i dytë prej të parit?</li></ul> Në varësi të numrit të grupeve përcaktohen edhe grafikët që do të ndërtohen. Grupet punojnë në mënyrë të pavarur dhe në përfundim, përfaqësuesi i secilit grup prezanton rezultatin e arritur p.sh.: Grupi i parë: – Ne vëmë re se grafiku i dytë është zhvendosur 2 njësi përgjatë boshtit të ordinatave. Grupi i dytë: – Ne vëmë re se grafiku i dytë është zhvendosur 1 njësi djathtas, përgjatë boshtit të abshisave. E kështu me radhë veprojnë të gjitha grupet. Duke dashur të risjellë në vëmendje të nxënësve të gjithë grafikët që ata njohin, mësuesi/ja, u kërkon që të skicojnë në grupet e tyre grafikë të njohur si: funksioni kubik, kuadratik, linear etj. Për secilin prej tyre, nxënësit renditin veçoritë kryesore, dhe përfaqësues të grupeve i diskutojnë në tabelë (p.sh.: në funksionin kubik kur $a < 0$ , funksioni është zbritës, kur $a > 0$ , funksioni është rritës etj.).			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Fillimisht mësuesi/ja përcakton kuptimin e saktë të fjalës skicim i një grafiku. <ul style="list-style-type: none"><li>a) skicimi tregon formën në përgjithësi;</li><li>b) skicimi tregon pikëprerjet me boshtet koordinative.</li></ul> Për të konkretizuar këtë kuptim, mësuesi/ja skicon në tabelë dy grafikë kubikë: <div></div> dhe kërkon që nxënësit të tregojnë nga grafiku: <ul style="list-style-type: none"><li>a) shenjën e a-së;</li><li>b) ekstremumet e funksionit;</li><li>c) pikat e infleksionit;</li><li>d) pikat ku grafiku pret boshtet.</li></ul> Pasi diskutojnë në grupe, përfaqësuesit e çdo grupi, prezantojnë përgjigjet përpara nxënësve, në mënyrë që të kontrollojnë dhe korrigjojnë punën e tyre.			

<p>Mësuesi/ja fton nxënësit në studimin e grafikut të funksioneve <math>y = \frac{1}{x}</math> dhe <math>y = \frac{1}{x^2}</math>. Për të ndihmuar në hulumtimin e tyre, mësuesi/ja nxit nxënësit të gjejnë: <math>f(4)</math>, <math>f(2)</math>, <math>f(1)</math>, <math>f(0,5)</math>, <math>f(0,25)</math> etj.</p> <p>Çfarë ndodh me vlerat e <math>y</math>, ndërkohë që vlerat e <math>x</math> afrohen drejt 0? Pasi nxënësit tregojnë se <math>y</math> merr vlera gjithnjë e më të mëdha, mësuesi/ja formulon kuptimin e asimptotës.</p> <p>Më pas kalohet në studimin e grafikut të shembullit 1, për të cilin nxënësit, fillimisht diskutojnë në dyshe dhe më pas diskutojnë pikat e paqarta.</p> <p>Mësuesi/ja sqaron se shndërrimet mund t'ju ndihmojnë për të dalluar si ndryshojnë funksionet në lidhje me njëri-tjetrin. Ai/ajo rikthen në vëmendje grafikët e ndërtuar në fazën e parë të mësimit dhe fton nxënësit të krahasojnë përfundimet e tyre me ato tekstit. Diskutohet rreth katër shndërrimeve që do përdoren më shpesh.</p> <p>Kalohet kështu në diskutimin e shembullit 2 të faqes 60. Fillimisht çdo grup kopjon në fletore grafikun e funksionit <math>y = f(x)</math> dhe më pas skicon njërin prej grafikëve të alternativave a, b, c, d. Më pas këmbëjnë fletoren me grupin tjetër dhe korrigjojnë kështu përgjigjen.</p> <p>Në mënyrë që nxënësit të kuptojnë sa më mirë përfundimet e nxjerra, punojnë ushtrimin 6 në faqen 61.</p> <p>Për të bërë të mundur diskutimin e të gjitha rasteve, çdo grup diskuton një nga alternativat a, b, c, d, e, f.</p> <p>Theksohen hapat që duhet të ndiqen për skicimin e një grafiku.</p> <p>Në mënyrë që nxënësit të bëjnë lidhjen e grafikëve me situata reale, mësuesi/ja i orienton ata të studiojnë shembullin 3 në faqen 62. Theksi në këtë ushtrim do të jetë në vlerat e mundshme të <math>x</math> (<math>x &gt; 0</math>).</p> <p><b>Përforsimi i të nxënësve:</b> Nxënësit vazhdojnë punën të ndarë në grupe fillimisht me ushtrimin 7 në faqen 61, dhe më pas me 4 në faqen 63.</p> <p>Mësuesi/ja vëzhgon punën e nxënësve dhe orienton që në situatën e ushtrimit 4 të krahasojnë ndryshimin e pikave kyçe të grafikut të cilat tregohen në grafik.</p> <p>Puna vazhdon me situatat e ushtrimeve 1 dhe 2 në faqen 63. Nxënësit pyeten për trajtën e barazimeve të të dy situatave dhe më pas kalohet në punën në grupe. Mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe korrigjon ose ndihmon në raste vështirësie. Përfaqësues të grupeve prezantojnë zgjidhjet në tabelë.</p> <p><b>Vlerësimi:</b> Gjatë kësaj ore, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për nxënës të tjerë lidhur me saktësinë e skicimit të grafikëve të ndryshëm si dhe leximin e vetive të tyre, duke u mbështetur në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre. Vlerësimi mbështetet në nivelet e arritjeve: kupton, interpreton, modelon (si në rastin ushtrimeve të faqes 63).</p> <p><b>Detyra:</b> Ushtrimin 10 faqe 61 dhe ushtrimet 1, 3 dhe 7 në faqen 63. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.</p> <p><b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimi 8 në faqen 63.</p>
---

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

Fusha: Matematikë	Lënda: Matematikë	Shkalla: VI	Klasa: XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje; Eksplorim (përtej provimeve) Vlerësim për kreun 2		<b>Situata e të nxënësve:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Vlerësim i nxënësve nga nxënësi</li> <li>Kutia që formohet nga copa e llamarinës.</li> <li>Lëvizja e një grimce elementare</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënësve të kompetencave matematikore sipas temës mësimore:</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>kryen veprime me polinome;</li> <li>vërteton identitete të ndryshme, duke kryer shndërrime identike;</li> <li>njehson fuqinë e një polinomi me ndihmën e koeficienteve binomiale;</li> <li>skicon grafikë të funksioneve të ndryshme;</li> <li>analizon vetitë kryesore të grafikut të funksionit si simetritë, prerjet me boshtet, asimptotat, zhvendosjet.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> polinom, monom, simetri, asimptotë, grafik, funksion, teorema Bezu, koeficiente binomiale, kombinacione, $n!$ , $C_{n,r}$	

<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makinë grafike, vizore	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<b>Organizimi i orës së mësimi:</b>	
<b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja ka shkruar në tabelë fjalët:	
shndërrim	faktorial
monom	polinom
koeficiente binomiale	pjesëtim
funksion	asimptotë
rrëshqitje	grafik
zhvendosje	faktorë
<p>dhe fton nxënësit të formojnë fjali të ndryshme ku të tregojnë lidhjen midis tyre apo fakte të ndryshme që kanë mësuar në këtë kapitull.</p> <p>Nxënësit punojnë në dyshe për kërkesën më lart. Prezantohen gjetjet e nxënësve dhe nëpërmjet kësaj veprimtarie arrihet përsëritja e njohurive kryesore të kapitullit.</p> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pas kësaj veprimtarie, ku nxënësit rikujtuan dhe rifreskuan edhe njëherë njohuritë e kapitullit, mësuesi/ja i fton ata të punojnë në dyshe, me shokun e bankës ushtrime nga faqja 64.</p> <p>Nxënësit në të njëjtën bankë do të jenë nxënësi numër 1 dhe nxënësi numër 2. Nxënësit me numër 1 punojnë ushtrimet: 2, 3/a, 5, 7, 9/a, 12, 16, 22, dhe nxënësit me numër 2 punojnë ushtrimet: 3/b, 6, 8, 9/b, 10, 12, 17, 23. Mësuesi/ja udhëzon ata që pas 15-20 minutave, nxënësit me të njëjtin numër, të këmbëjnë fletoret dhe do të vlerësojnë njëri-tjetrin. Mësuesi/ja kontrollon në rast se kanë vepruar gabim.</p> <p>Pasi përfundojnë dhe vlerësimet disa prej ushtrimeve zgjidhen edhe në tabelë si p.sh. ushtrimet 8, 10, 16 dhe 17, ku ky i fundit paraqet situatë reale.</p> <p>Më pas, ai/ajo diskuton me nxënësit ushtrimin 19 në faqen 65, ku ata evidentojnë gabimin që ka bërë Suzana dhe e korrigjojnë atë. Mësuesi/ja iu drejton pyetjen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Cili është shndërrimi që ka bërë Suzana?</i></li> <li>- <i>Si do ta ndreqni atë?</i></li> <li>- <i>A është a rrënjë e <math>f(x)</math>? Pse? Ku e kuptoni?</i></li> </ul> <p>Kalohet në rubrikën Eksplorim/përtej provimeve. Puna e nxënësve do të vazhdojë në grupe me nga 4 nxënës, dhe do të ketë qëllim nxjerrjen e përfundimeve nëpërmjet hulumtimit. Fillimisht nxënësit njihen me materialin ilustrues që përmban tekstin. Paraprakisht, ata diskutojnë rreth të dhënave që kanë gjetur për matematikanët B Pascal dhe I. Njuton. Kalohet në situatën hulumtuese të përcaktuar si <i>Sprovë</i>.</p> <p>Nxënësit duke u nisur nga barazimi i dhënë gjejnë vlerat e përafërsuara për rastet a, b dhe c dhe më pas, me ndihmën e makinës llogaritëse, kryejnë njehsimet për to. Krahasojnë përfundimet. Këtë proces, ata mund ta vazhdojnë me situata të ngjashme të sugjeruara nga mësuesi/ja. Më pas, njehsojnë vlerat e shprehjeve duke u nisur nga koeficientet binomiale. Nxënësit pas disa shembujsh nxjerrin përfundimet që: <math>(2, 01)^5</math> mund të shkruhet në formën <math>2^5(1 + \dots)^5</math>, të cilat i prezantojnë përpara shokëve.</p> <p>Të ndarë përsëri në grupe, nxënësit punojnë ushtrime të ndryshme në faqet 67-68. Në mënyrë që të kalohen sa më shumë raste, mësuesi/ja u përcakton grupeve të ndryshme situata të ndryshme.</p>	
Grupet 1 dhe 5: Ushtrimet: 5-14 faqe 67-68	Grupet 2 dhe 6: Ushtrimet: 8-16/b faqe 67-68
Grupet 3 dhe 7: Ushtrimet: 13-16/a faqe 67-68	Grupet 4 dhe 8: Ushtrimet: 12-17 faqe 67-68
<p>Gjatë kohës që nxënësit punojnë, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre, pa bërë ndërhyrje.</p> <p><b>Përforcimi i të nxënësve:</b> Pas përfundimit, mësuesi/ja kërkon që grupet që kanë të njëjtën detyrë të këmbëjnë fletoret dhe të bëjnë vlerësimin e punës së tyre. Pas vlerësimit përgjigjet e ushtrimeve diskutohen me radhë. Gjatë kësaj kohe, për ushtrime të ndryshme, ku nxënësit kanë dyshime, ose kanë mënyra të ndryshme zgjidhjeje, zgjidhja paraqitet në tabelë.</p> <p>Gjatë diskutimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja u drejton nxënësve pyetje, me qëllim që të rikujtohen të gjitha konceptet e kreut 2, si p.sh. për:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ushtrimin 5 në faqen 67: – Cilat njohuri zbatuat për të zbrëthyer polinomin e dhënë? Po për identitetin?</li> <li>- Ushtrimin 8 në faqen 67: – Cilën formulë përdorët për të njehsuar koeficientet e kërkuara?</li> <li>- Ushtrimin 13/a në faqen 68: – Cilën fakt përdorët për të treguar se <math>(x - 2)</math> është faktor?</li> </ul>	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ushtrimin 14 në faqen 68: – Cilat njohuri iu ndihmuan për të gjetur a dhe b?</li> <li>- Ushtrimin 17 në faqen 68: – Cilin shndërrim të grafikut patët parasysh në këtë rast?</li> </ul> <p>Mësuesi/ja ndërhyr në raste dhe momente të veçanta, duke bërë plotësimin ose korrigjimin e zgjidhjes.</p>
<p><b>Vlerësimi:</b> Në fund të orës së mësimit, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për nxënës të veçantë lidhur me saktësinë e tyre në zgjidhjen e situatave të ndryshme, ndërtimin e grafikëve, shndërrimet e tyre si dhe me zgjidhjen e sprovës. Një vend të veçantë në vlerësim, zë vlerësimi i nxënësit nga nxënësi.</p> <p>Vlerësimi do të mbështetet në nivelet e arritjeve, të përshtatura për konceptet e zhvilluara në këto tema.</p>
<p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 4 dhe 20 në faqen 65 dhe 4-15 në faqet 67-68. Mësuesi/ja jep udhëzimet e duhura për zgjidhjen e detyrave.</p> <p><b>Detyrë krijuese për portofol:</b> <math>(3,01)^n</math> mund të shkruhet në formën <math>\dots^n(1 + \dots)^n</math>.</p> <p>Hulumtoni dhe argumentoni rreth trekëndëshit të Paskalit.</p>

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje kreu 1 dhe 2 Test i ndërmjetëm 1		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Ushtrime dhe situata problemore</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>përdor vërtetimin e drejtpërdrejtë, vërtetimin me shqyrtim të rasteve të mundshme dhe kundërshtimet për të vërtetuar ose hedhur poshtë fjalitë;</li><li>kryen veprimet me fuqitë dhe rrënjët;</li><li>zgjidh ekuacione, inekuacione dhe sisteme ekuacionesh;</li><li>njehson largesën ndërmjet dy pikave dhe koeficientin këndor të drejtëzës;</li><li>faktorizon polinome duke evidentuar faktorin e përbashkët;</li><li>kryen zbërthime polinomiale me ndihmën e <math>C_{n,r}</math>;</li><li>skicon grafikë të ndryshëm.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> rreth, rreze, koeficient këndor, largesë, rrënjë, fuqi, polinom, faktorizim, pjesëtim, grafik, zbërthim polinomial	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, vizore, makinë llogaritëse		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fillimisht kërkon që nxënësit në dyshe, të kujtojnë çfarë kanë mësuar në kreun 1. Për këtë iu kërkon nxënësve të plotësojnë një tabelë konceptesh për: <ul style="list-style-type: none"><li>argumentimin dhe vërtetimin;</li><li>fuqitë dhe rrënjët;</li><li>ekuacionet dhe inekuacionet;</li><li>drejtëzën dhe rrethin.</li></ul> Një model i tabelës mund të jetë si më poshtë, ku nxënësit hedhin në të idetë e tyre. Nxënësit rikujtojnë njohuritë, duke plotësuar sipas rubrikave të përcaktuara. Ata janë të lirë edhe të shtojnë rreshta ose shtylla të tjera nëse mendojnë se ka koncepte që duan t'i diskutojnë.			
Konceptet kryesore	Trajta e përgjithshme	Veçoritë	Shembuj
Argumentimi dhe vërtetimi	1.aksiomë 2. teoremë 3. arsyetim hap pas hapi	Aksiomë... Teoremë... Arsyetimi ...	Vërtetoni se shuma e dy numrave tek është numër çift
Fuqitë	...	...	...
Rrënjët	...	1. Rrënjë të ngjashme quhen...	...

Funksioni i fuqisë së dytë	...	...	...
Sistemet e ekuacioneve			
Inekuacionet dhe studimi i shenjës			
Drejtëza			
Rrethi			
Zbërthimet binomiale			
Koeficientet binomiale			

#### Ndërtimi i njohurive:

Pasi dyshet e nxënësve kanë përfunduar plotësimin e tabelës, mësuesi/ja i fton të paraqesin tabelat e tyre duke pasur parasysh që ato njohuri që janë thënë nga shokët të mos përsëriten. Jepet një tabelë e përbashkët e këtyre njohurive. Mësuesi/ja, në varësi të situatës që vëzhgon në plotësimin e tabelës, për secilin nga kuptimet e renditura përcakton një ushtrim në mënyrë që nxënësit të plotësojnë njohuritë e tyre. Situatat e reja, nxënësit i punojnë në dyshe dhe dyshet e afërta kontrollojnë njëra-tjetrën. P.sh. disa ushtrime mund të jenë:

- Racionalizoni emëruesin:  $\frac{2\sqrt{3}}{4-3\sqrt{2}}$ .
- Thjeshtoni:  $\frac{3^{1958} - 3^{1959}}{3^{1960}}$ .
- Vërtetoni se “Katrori i një numri tek është numër tek”.
- Zgjidhni sistemin:  $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 50 \\ 2x - y = 25 \end{cases}$ .
- Gjeni rrezen dhe qendrën e rrethit:  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 11 = 0$ .
- Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika (1, 3) dhe është pingule me drejtëzën  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 11 = 0$ .
- Zbërtheni:  $(2x - 3y)^7$ . Cili është koeficienti para  $x^5$ ?
- Njehsoni  $C_{7,3}$  dhe  $C_{n,4}$ .

Nxënësit punojnë në dyshe për zgjidhjen e këtyre ushtrimeve.

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja i udhëzon që dyshet fqinje të kontrollojnë njëri-tjetrin për zgjidhjen. Më pas, disa prej nxënësve paraqesin zgjidhjet në tabelë duke argumentuar veprimet që kanë kryer. Kjo shërben për të shmangur edhe ndonjë paqartësi që mund të dalë gjatë zgjidhjeve.

**Vlerësimi:** Në fund të orës së mësimi, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për disa të tjerë në lidhje me saktësinë e zgjidhjes së problemave dhe zbatimin e njohurive të marra. Këtë vlerësim mësuesi/ja e mbështet në punën që ata bënë në fazën e parë të mësimi në fletoret e tyre, si dhe në argumentimin e përgjigjeve.

**Detyra:** Ushtrimet 6, 7, 9, 10 në faqen 67. Mësuesi/ja jep udhëzimet e duhura për zgjidhjen e detyrave.

**Test i ndërmjetëm 1 (Kreu 1 dhe 2)**

**Matematikë XII – bërthamë**

**Algjebra. Polinomet dhe teorema binomiale**

a.  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$  (2 pikë)

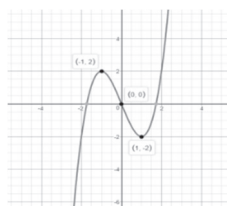
b.  $\sqrt{128}-\sqrt{72}+3\sqrt{8}$  (1 pikë)

c.  $\frac{16^m \cdot 8^n}{4^{m+n}}$  (2 pikë)

d.  $(3^m)^2 \cdot \sqrt{(3^m)}$  (2 pikë)



1. Një firmë, e cila prodhon syze, fiton  $y$  miliona lekë nga mijëra syze sipas ekuacionit  $y = -x^2 + 5x - 4$ .
  - a. Skiconi grafikun që paraqet këtë funksion. (2 pikë)
  - b. Përcaktoni vlerën e  $x$  që jep fitimin më të madh. (1 pikë)
  - c. Vlerën e  $x$  për të cilën ferma nuk ka humbje. (1 pikë)
  - d. Intervalin e vlerave të  $x$ , për të cilat fitimi është më i madh se 3 milionë lekë. (1 pikë)
2. Një balonë me ajër u ndërtua duke përdorur bambu për brinjët dhe diagonalet, dhe letër për velën. Kur u skicua në figurë, skajet e diagonales së madhe janë në pikat  $P(2, -2)$  dhe  $R(-14, -14)$  dhe diagonalet priten në pikën  $M$ . Diagonalja e vogël  $QS$  e ndan  $RP$  në raportin  $3 : 1$  dhe  $MP = MQ = MS$ .  
Njehsoni:
  - a. koordinatat e  $M$ ,  $Q$  dhe  $S$ ; (3 pikë)
  - b. ekuacionet e diagonaleve; (2 pikë)
  - c. ekuacionet e brinjëve të balonës; (2 pikë)
  - d. syprinën e letres që u nevojiti për të bërë balonën; (2 pikë)
  - e. gjatësinë e të gjithë bambusë që u përdor për të bërë strukturën e balonës. (2 pikë)
3. Njehsoni syprinën dhe perimetrin e rrethit me ekuacion  $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 2 = 0$ . (2 pikë)
4. Vërtetoni se nëse një numër është tek, edhe katrori i tij është tek. (2 pikë)
5. Jepet polinomi  $2x^3 - 5x^2 + 6x - 8$ .
  - a. Njehsoni  $f(2)$ ,  $f(3)$ . (2 pikë)
  - b. Kryeni faktorizimin e plotë të polinomit. (2 pikë)
  - c. Nëse  $(x - 1)$  dhe  $(x + 3)$  janë rrënjë të polinomit  $ax^3 + bx^2 - 16x + 15$ , gjeni vlerat e  $a$  dhe  $b$ . (2 pikë)
6. Për shprehjen  $(1 + 2x)^6$  tregoni:
  - a. kufizën që përmban fuqinë e tretë të  $x$ ; (2 pikë)
  - b. kufizën e 5 të tij. (2 pikë)
7. Në rrjetin koordinativ është ndërtuar grafiku i një funksioni.
  - a. Skiconi grafikun e funksionit  $f(x - 2)$  duke u nisur nga grafiku i dhënë. (2 pikë)
  - b. Tregoni koordinatat e reja të pikës  $A(-1, 2)$  në këtë zhvendosje. (1 pikë)



Nota	4	5	6	7	8	9	10
Pikët	0 – 10	11 – 15	16 – 20	21 – 25	26 – 30	31 – 35	36 – 40

### Çelësi i zgjidhjes

<b>Ushtrimi 1:</b>	<b>1/a:</b> përcakton dhe shumëzon me të konjuguarën e emëruesit kryen shndërrimet dhe sjell në trajtë të thjeshtuar	1 pikë 1 pikë
	<b>1/c:</b> shpreh faktorët si fuqi me bazë 2 zbaton vetitë e fuqive	1 pikë 1 pikë
	<b>1/d:</b> shpreh faktorët si fuqi me bazë 3 zbaton vetitë e fuqive	1 pikë 1 pikë
<b>Ushtrimi 2:</b>	<b>2/a:</b> përcakton kulmin e parabolës dhe dy pika të tjera skicon grafikun	1 pikë 1 pikë
<b>Ushtrimi 3:</b>	<b>3/a:</b> përcakton koordinatat e M përcakton koordinatat e P përcakton koordinatat e S	1 pikë 1 pikë 1 pikë
	<b>3/b:</b> shkruan ekuacionin e diagonales së parë shkruan ekuacionin e diagonales së dytë	1 pikë 1 pikë
	<b>3/c:</b> shkruan ekuacionet e dy prej brinjëve shkruan ekuacionet e dy brinjëve të tjera	1 pikë 1 pikë
	<b>3/d:</b> gjen gjatësitë e dy diagonaleve gjen syprinën e balonës	1 pikë 1 pikë
	<b>3/e:</b> gjen gjatësitë e dy brinjëve të barabarta gjen gjatësitë e dy brinjëve të tjera të barabarta dhe perimetrin	1 pikë 1 pikë
<b>Ushtrimi 4</b>	përcakton koordinatat e qendrës dhe rrezen e rrethit njuhson perimetrin dhe syprinën e kërkuar	1 pikë 1 pikë
<b>Ushtrimi 5</b>	shpreh numrin tek në trajtën $2k-1$ shkruan katrorin e numrit dhe argumenton pse është tek	1 pikë 1 pikë
<b>Ushtrimi 6</b>	<b>6/a:</b> njehson $f(2)$ njehson $f(3)$	1 pikë 1 pikë
	<b>6/b:</b> evidenton faktin se $x-2$ është faktor i polinomit kryen pjesëtimin e polinomit dhe shpreh atë si prodhim faktorësh	1 pikë 1 pikë
	<b>6/c:</b> zbaton faktet se $f(1) = 0$ dhe $f(-3) = 0$ dhe formon sistemin zgjidh sistemin duke përcaktuar vlerat e a dhe b	1 pikë 1 pikë
<b>Ushtrimi 7</b>	<b>7/a:</b> shkruan kufizën që përmban fuqinë e tretë të $x$ , me ndihmën e $C_{n,k}$ kryen veprimet dhe jep trajtën e thjeshtuar të kufizës	1 pikë 1 pikë
	<b>7/b:</b> shkruan 5 kufizat e para të zbërthimit polinomial paraqet në trajtën më të thjeshtë kufizën e kërkuar	1 pikë 1 pikë
<b>Ushtrimi 8</b>	<b>8/a:</b> argumenton zhvendosjen që do të bëjë grafiku i dhënë skicon grafikun e kërkuar	1 pikë 1 pikë

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII—
<b>Tema mësimore:</b> Projekt 1. Ora e dytë & e tretë		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Aftësimi praktik. Ecuria e restorantit</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>përzgjedh temën e projektit;</li><li>përcakton metodën e punës në grup për realizimin e projektit dhe burimet përkatëse;</li><li>realizon detyrat e tij e në grup dhe merr përgjegjësitë për to.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> projekt, grup, lider, detyrë, biznesi, produkt, klient, restorant	
<b>Burimet:</b> teksti i projektit, revista biznesi, materiale nga interneti etj.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> ekonomi, biznes	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Punë paraprake:</b> Përcaktimi i detyrës hulumtuese për secilin grup <ul style="list-style-type: none"><li>Nëpërmjet teknikës “<i>Brainstorming</i>”, mësuesi/ja në bashkëpunim me nxënësit përzgjedhin temën e projektit dhe detyrat e fazës së parë të tij.</li><li>Ndarja e nxënësve të klasës në grupe me 4-5 vetë duke pasur parasysh edhe aftësitë matematikore të secilit nxënës.</li><li>Sqarimi për secilin grup për situatën konkrete që ata duhet të përzgjedhin lidhur me temën e projektit. Çdo grup merr njërën nga 4 detyrat e para hulumtuese të projektit.</li><li>Orientimi nga mësuesi/ja për burimet që nxënësi mund të përdorë për përpunimin e informacionit. Ai/ajo udhëzon secilin nga grupet rreth detyrës që ata do të kryejnë.</li><li>Zgjedhja e liderit të grupit, që do të drejtojë punën dhe do të raportojë për etapat e punës së kryer nga secili anëtar i grupit.</li><li>Zgjedhja e liderit të klasës që do të hartojë draftin përfundimtar të projektit.</li></ul>			
<b>Tema të sugjeruara për çdo grup pune:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Numri i klientëve dhe tavolinat</li><li>Numri i tavolinave dhe syprina e sallës së restorantit</li><li>Numri më i madh i mundshëm i tavolinave</li><li>Paneli diellor</li></ul>			
Mësuesi/ja udhëzon nxënësit që të mund të vizitojnë dhe ndonjë nga restorantet në lagjen e tyre dhe të bisedojnë me personelin dhe pronarët e tij lidhur me faktet që ata interesohen.			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b>			
<b>Ora e parë e projektit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Nxënësit punojnë në grupet e tyre.</li><li>Nëpërmjet teknikës “Rrjeti i diskutimit”, nxënësit diskutojnë situatat dhe të dhënat e siguruar nga burime të ndryshme.</li><li>Nëpërmjet metodës “Mbajtja e strukturuar e shënimeve”, lideri i grupit mban shënime për të gjitha diskutimet dhe zgjidhjet e mundshme të situatave përkatëse. Më pas bën një përmbledhje të tyre i ndihmuar dhe nga shokët e grupit.</li><li>Nxënësit përzgjedhin materialet që do të përdorin për projektin.</li><li>Nxënësit shkruajnë projektin e plotë dhe diskutojnë për mënyrën e prezantimit.</li><li>Lideri i klasës mbledh liderët e grupeve dhe punojnë së bashku për të hartuar draftin përfundimtar të fazës së dytë të projektit. Më pas, ai harton dhe draftin përfundimtar të projektit.</li></ul>			
<b>Ora e dytë e projektit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Nxënësit prezantojnë punën sipas grupeve të tyre.</li><li>Nxënësit i përgjigjen pyetjeve të shokëve nga grupet e tjerë dhe komenteve të mësuesit.</li><li>Grupet respektojnë kohën e përcaktuar për prezantim.</li></ul>			

Mësuesi/ja udhëzon nxënësit se të gjitha grupet duhet të vlerësojnë punën e njëri-tjetrit. Për këtë, ata duhet të mbajnë shënime për prezantimet e çdo grupi. Për vlerësimin duhet të kenë parasysh:

- Çfarë iu pëlqeu më shumë nga ky prezantim?
- Cilën etapë të punës do të vlerësoni më shumë?
- Çfarë sugjeroni të përmirësohet nga puna e secilit grup?

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja vlerëson duke mbajtur parasysh disa këndvështrime:

- cilësinë e organizimit të punës për të arritur objektivat e projektit;
- sa qartë e kanë paraqitur nxënësit objektivin e tyre;
- sa janë zbatuar afatet e vendosura më parë;
- etikën e punës në grup;
- mënyrën e bashkëpunimit brenda grupit, frymën e tolerancës, përgjegjësitë, mirëkuptimin etj.;
- aftësinë krijuese, përdorimin e teknikave tërheqëse dhe përdorimin e një gjuhe të zgjedhur, të pasur, dhe pa gabime drejtshkrimore në prezantimin e projektit.

Mësuesi/ja pasi dëgjon të gjitha grupet përcakton vlerësimin në bazë të kriterëve të njohura për vlerësimin.

**Nivelet dhe kriteret e vlerësimit:**

- **Niveli pakalues – Nota 4:** Nuk paraqitet raporti dhe nuk dorëzohet produkti (kur ka të tillë). Ose: Raporti ka gabime të shumta për sa u përket njohurive. Mungojnë argumentet. Nuk ka bashkëpunim në grup. Nuk janë respektuar afatet.
- **Niveli bazë – Notat 5 dhe 6:** Pak burime informacioni. Kopjime nga informacionet. Pak argumente. Nxënësit përpiqen të bashkëpunojnë. Përgjithësisht janë zbatuar afatet. Raporti me gabime gjuhësore dhe i pastrukturuar. Prezantimi i përciptë.
- **Niveli mesatar – Notat 7 dhe 8:** Disa burime informacioni. Përpunim i mirë i informacioneve. Argumente të mira. Të përpiktë në afatet. Nxënësit bashkëpunojnë. Parashtrimi me shkrim me pak gabime gjuhësore dhe i strukturuar mirë.
- **Niveli i lartë – Notat 9 dhe 10:** Larmi burimesh të informacionit. Gjykime kritike ndaj informacioneve. Ide origjinale. Të gjithë nxënësit punojnë në mënyrë të pavarur dhe në grup. Parashtrimi me shkrim korrekt dhe i strukturuar mirë.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Sinusi, kosinusi dhe tangjenti (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Për çfarë na shërben matematika?</li> <li>• Ndryshimi i thellësisë së detit.</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- njehson funksionet trigonometrike të këndit në trekëndëshin kënddrejtë dhe në rrethin trigonometrik trigonometrik;</li> <li>- njehson vlerat e sinusit, kosinusit dhe tangjentit të një këndi;</li> <li>- përdor identitetet trigonometrike;</li> <li>- skicon grafikët e funksioneve sinus, kosinus dhe tangjent;</li> <li>- zgjidh ekuacione të thjeshta trigonometrike.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> sinus; kosinus; tangjenti; kënde; brinjë; trekëndësh; rreth trigonometrik; grafik; ekuacione.	

**Burimet:** libri i nxënësit; libri i mësuesit; programet grafike në internet ose makinë grafike.

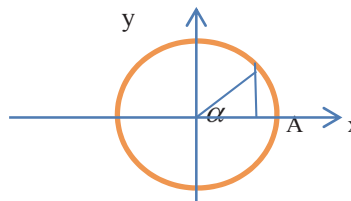
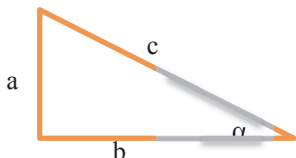
**Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:** Shkencë; Inxhinieri; Topografi; Teknologji.

### Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

#### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë hyrjen e kapitullit 3 “Trigonometria” dhe të diskutojnë nën kontekstin: Për çfarë na shërben matematika. Diskutohet me nxënësit rreth zbatimeve të shumta të trigonometrisë në jetën reale.

Mësuesi/ja vizaton një trekëndësh kënddrejtë si në figurë dhe i fton nxënësit të shkruajnë barazimet për teoremën e Pitagorës dhe funksionet trigonometrike të këndit  $\alpha$ . Nxënësit punojnë në dyshe dhe pasi përfundojnë disa prej tyre i shkruajnë barazimet në tabelë.



- Nëse në barazimin e Pitagorës pjesëtoni anë për anë me  $c^2$ , cilin identitet përftojme?
- Cilat janë identitetet trigonometrike që njihni?
- Si i gjejmë funksionet trigonometrike të një këndi nëse njohim njërën prej tyre?

Nxënësit shprehin mendimet e tyre rreth përgjigjeve të pyetjeve më lart.

Mësuesi/ja paraqet situatën: Jepet  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$  ku  $\alpha$  është kënd i ngushtë. Gjeni  $\cos \alpha$  dhe  $\tan \alpha$ . Diskutojnë rreth

mënyrave të zgjidhjes dhe më pas paraqiten ato në tabelë.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja shtron pyetjen:

- Si veprojmë për të vërtetuar një identitet?

Theksohet fakti që në një identitet nuk kalohen kufizat nga njëra anë te tjetra. Punohet shembulli 2 në faqen 71.

- Ç’kuptoni me rreth trigonometrik?
- Sa janë koordinatat e një pike në rrethin trigonometrik? Si i gjejmë ato?

Udhëzon nxënësit të ndërtojnë një rreth trigonometrik dhe të marrin në të një pikë P. Bashkoni P me O dhe projektoni P në Ox. Në trekëndëshin kënddrejtë që formohet shënoni këndin që formon OP me boshtin OX me  $\alpha$  dhe shprehni  $\sin \alpha$  dhe  $\cos \alpha$ . Çfarë vini re? Pra  $P(\sin \alpha; \cos \alpha)$ .

Mësuesi/ja sqaron se duke përdorur rrethin trigonometrik dhe pikën P që lëviz mbi të mund të ndërtojmë grafikët e funksioneve  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ; dhe  $\tan x$ , duke njehsuar vlerat e x dhe y për çdo vlerë të  $\alpha$ . Për këtë ndan klasën në grupe dhe secili grup do ndërtojë njërën nga grafikët më lart duke nxjerrë dhe vetitë e tyre.

Pasi përfundojnë, kërkon që grupet që kanë të njëjtën detyrë të këmbëjnë zgjidhjet dhe të kontrollojnë dhe vlerësojnë njëri-tjetrin. Më pas, përfaqësues të të dy grupeve prezantojnë grafikun dhe vetitë e funksionit. Bëhet kujdes që me ndihmën e grafikut të theksohet periodiciteti i tyre. Gjatë prezantimit të grupeve u kërkohet të gjejnë pika simetrike në grafik dhe nëpërmjet tyre theksohet se fakti që  $\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$ . Pra, mjafton të njohim tabelën e vlerave të funksioneve trigonometrike të këndeve të kuadrantit të parë dhe i gjejmë ato për të gjitha këndet e tjera.

Pas kësaj veprimtarie, u kërkohet grupeve të ndërtojnë kënde të ndryshme dhe të tregojnë se në cilin kuadrant bien dhe çfarë shenje kanë. Punohen disa shembuj të tillë. Më pas, grupet e nxënësve punojnë ushtrimet 1, 2, 5, 7 në faqen 73. Paraqiten disa nga zgjidhjet në tabelë. Diskutohet në veçanti zgjidhja e ushtrimit 7.

Mësuesi/ja në vazhdimësi paraqet për zgjidhje situatën: - Zgjidhni ekuacionin:  $5 \cos 2x + 3 = 0$  për  $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ , dhe kërkon fillimisht nga nxënësit të përcaktohen hapat e zgjidhjes, dhe më pas të zgjidhet duke dhënë argumentin përkatës për çdo veprim.

Gjatë zgjidhjes, i kushtojmë vëmendje dhe rëndësisë që ka grafiku për të zgjidhur këto lloj ekuacionesh.

Mësuesi/ja kujdeset që nxënësit t’i gjejnë këndet që janë zgjidhje dhe grafiksht.

**Përforcimi i të nxënësve:** Nxënësit të ndarë në grupe duhet të zgjidhin ushtrimet  $1/a$ ;  $d - 2/a$ ;  $c$ ;  $e - 7/b$ ;  $d$  dhe  $10/a$ .

Mësuesi/ja udhëzon secilin grup për detyrën që ka.

Pasi e përfundojnë zgjidhjen, përfaqësues të grupeve prezantojnë atë në tabelë. Nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth prezantimit të zgjidhjes së ekuacionit.

Pas kësaj, mësuesi/ja shtron pyetjet:

- *A mund të jenë njëkohësisht zero dhe  $\sin x$  dhe  $\cos x$ ? Pse? Argumentoni mendimin tuaj.*
- *Si do ta zgjidhnit ekuacionin  $\sin x = 2 \cos x$ ?*
- *Në cilin ekuacion shndërrohet ai?*
- *Cilat janë zgjidhjet?*

Punohen dy-tri ekuacione nga ushtrimi 6 faqe 75.

Mësuesi/ja tërheq vëmendjen e nxënësve me pyetjet:

- *Sa zgjidhje ka një ekuacion trigonometrik? Pse?*

Pra, theksohet se një ekuacion trigonometrik mund të ketë një pafundësi zgjidhjesh. Kjo për vetë periodicitetin e funksioneve trigonometrike.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e vlerave të funksioneve trigonometrike të një këndi, në vërtetimin e një identiteti si dhe në arsyetimin dhe argumentimin e zgjidhjes së ekuacioneve të thjeshta trigonometrike. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.

**Detyra:** Ushtrimet 4, 9, 11 faqe 75. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 13 në faqen 75.

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Teoremat e sinusit dhe të kosinusit (Shkathësi dhe aftësi)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- përdor teoremën e sinusit në trekëndëshin e çfarëdoshëm, për të gjetur gjatësi dhe kënde të panjohura;</li> <li>- përdor teoremën e kosinusit në trekëndëshin e çfarëdoshëm, për të gjetur gjatësi dhe kënde të panjohura;</li> <li>- njehson syprinën e trekëndëshit dhe të paralelogramit nëse njeh dy brinjë dhe këndin midis tyre;</li> <li>- argumenton veprimet e kryera për zgjidhjen e situatave që lidhen me zbatimin e këtyre teoremave.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> sinus; kosinus; teoremë; kënd; brinjë; trekëndësh; paralelogram; syprinë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë; Inxhinieri; Teknologji.	

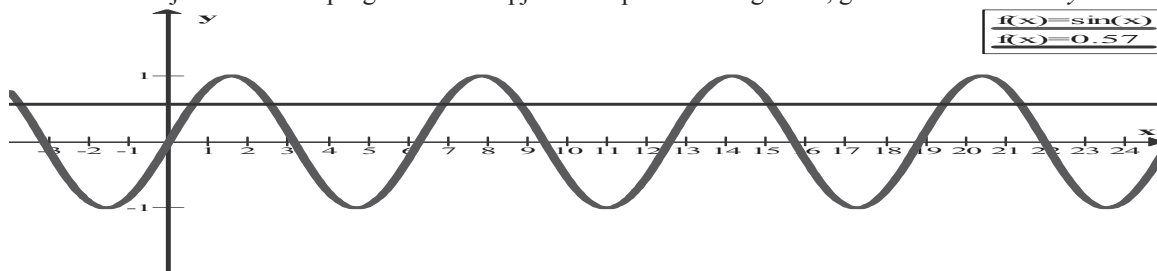
**Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve****Organizimi i orës së mësim:**

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të tregojnë si do të gjejnë funksionet e mëposhtme trigonometrike:  $\sin 398^\circ$ ;  $\cos 752^\circ$ ;  $\tan 1245^\circ$ ;  $\sin 2487^\circ$ . Nxënësit punojnë në dyshe me shokun/shoqen e bankës. Mësuesi/ja ndjek punën e tyre nëpër banka.

Nxënës të ndryshëm tregojnë veprimet e tyre në tabelë. Në fund ritheksohet fakti se mjafton të dimë vlerat e funksioneve trigonometrike të këndeve të kuadrantit të parë, dhe mund të gjejmë ato për çdo kënd tjetër.

- Si mund të argumentohet kjo duke përdorur grafikun e secilit prej funksioneve trigonometrike?

Për këtë ndërtojme me anë të programeve kompjuterike apo makinës grafike, grafikun e funksionit  $y = \sin x$ .



Tregojmë në këtë grafik se nëse kemi  $\sin x = 0,57$  sa zgjidhje gjejmë për  $x$ ?

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të plotësojnë hartën e mëposhtme:

	Elementet e njohura	Elementet e panjohura	Barazimi që do të përdoret për të gjetur elementet e panjohura	Syprina S
	a; b; $\gamma$ ;			
	$\alpha$ ; $\beta$ ; a;			
	a; b; c;			
	c; b; $\alpha$ ;			
	S; a; $\beta$ ;			

Fillimisht nxënësit punojnë në fletoret e tyre dhe më pas disa prej tyre plotësojnë dhe rreshtat në tabelë. Çdo rresht që plotësohet, shoqërohet me argumentin përkatës.

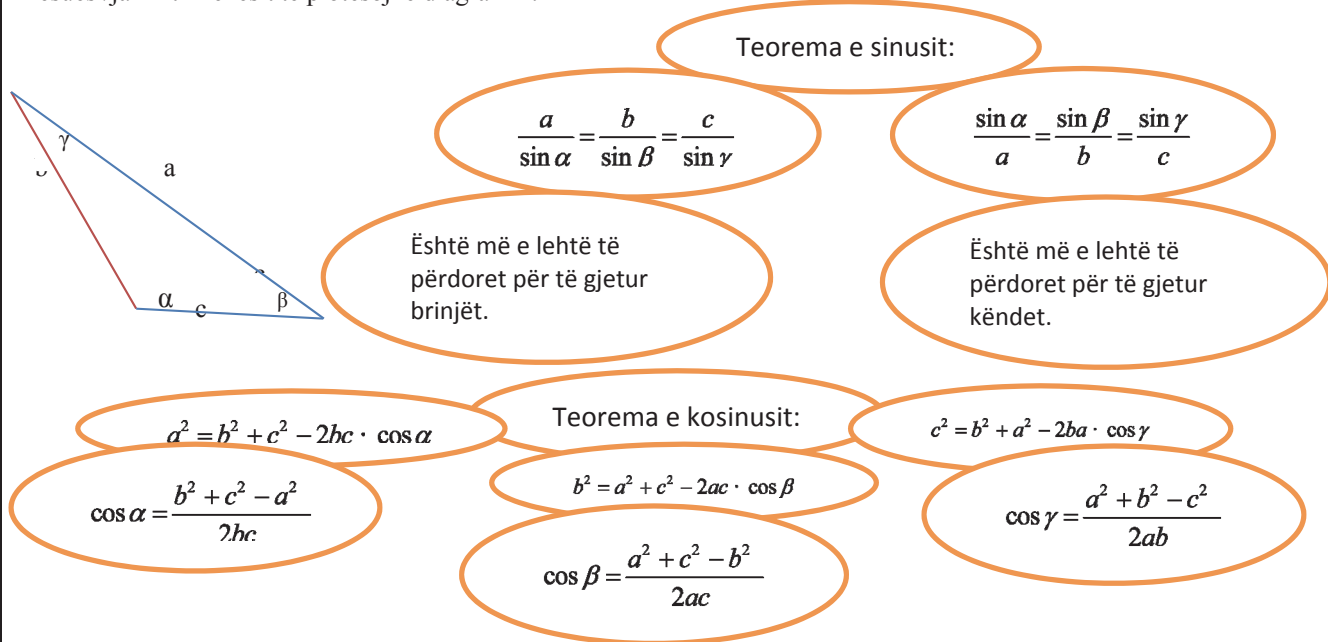
Ajo pyet:

- Ç'ndodh nëse njëri nga këndet e trekëndëshit është i drejtë?
- A mund t'i zbatoni barazimet që ju keni shkruar?

- Po nëse trekëndëshi është i gjerë?

Mësuesi/ja sqaron se duke përdorur formulën për syprinën e trekëndëshit mund të nxjerrim dhe formulën për syprinën e paralelogramit kur njohim dy brinjë të tij dhe këndin midis tyre:  $S = absinA$ .

Mësuesi/ja nxit nxënësit të plotësojnë diagramin:



Më pas, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të zbatojnë 2-3 shembuj konkretë me rastet e mësipërme.

**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit në dyshe zgjidhin ushtrimet 1, 3, 4/b; e në faqen 77 dhe më pas zgjidhjet e tyre komentohen në tabelë.

Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e ushtrimit 7 në faqen 78 dhe me anë të teknikës MP-P (marrëdhëniet pyetje-përgjigje) ndihmon nxënësit për zgjidhjen e saj. Theksohet fakti se gjenden dy kënde që janë shtues me njëri-tjetrin, që kanë të njëjtën vlerë për sinusin, prandaj gjejmë dy pozicione të mundshme për pikën C.

Në fund, mësuesi/ja shtron pyetjet:

- Nëse njohim vetëm dy elemente të trekëndëshit a mund ta zgjidhim atë? Pse?
- Po nëse njohim vetëm dy kënde të tij? Pse?

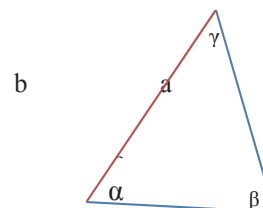
Diskutohet rreth këtyre pyetjeve dhe nxjerrin përfundimin se trekëndëshi zgjidhet nëse njohim tri elemente të tij ku të paktën një të jetë brinjë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e vlerave të funksioneve trigonometrike të një këndi, në zgjidhjen e trekëndëshit të çfarëdoshëm duke përdorur teoremat përkatëse, në paracaktimin saktë të hapave të zgjidhjes si dhe në njehsimin e syprinës së figurës me formulën e duhur. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.

**Detyra:** Ushtrimet 2, 5, 6 faqe 77-78. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.



<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Teoremat e sinusit dhe të kosinusit (Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- identifikon teoremën që do të përdorë për zgjidhjen e trekëndëshit;</li><li>- përdor teoremat e sinusit dhe kosinusit në trekëndëshin e çfarëdoshëm, për të gjetur gjatësi dhe kënde të panjohura;</li><li>- njehson syprinën e trekëndëshit dhe të paralelogramit nëse njeh dy brinjë dhe këndin midis tyre;</li><li>- argumenton veprimet e kryera për zgjidhjen e situatave që lidhen me zbatimin e këtyre teoremave.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> sinus; kosinus; teoremë; kënd; brinjë; trekëndësh; paralelogram; syprinë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë; Inxhinieri; Teknologji.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të plotësojnë barazimet e mëposhtme:  <div><math display="block">\frac{\dots}{\sin \gamma} = \frac{b}{\dots}; \quad \frac{\sin \alpha}{\dots} = \frac{\sin \dots}{b}; \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \dots; \quad \dots = a^2 + c^2 - 2\dots \cdot \cos \dots; \quad \dots = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}</math><ul style="list-style-type: none"><li>- Ku do të mbështeteni për plotësimin e tyre?</li><li>- Si do të veproni?</li><li>- Kur përdoret teorema e sinusit?</li><li>- Po teorema e kosinusit?</li></ul></div> <p>Diskutohet rreth përgjigjeve të nxënësve, të cilat mund të shoqërohen dhe me shembuj të thjeshtë.</p>			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë rreth hapave që ata duhet të ndjekin për të zgjidhur situata problemore me teoremat e mësipërme. Pas diskutimeve, përcaktohen qartë hapat që ndiqen si: <ul style="list-style-type: none"><li>- vizatohet një figurë për të paraqitur informacionin që jepet dhe atë që kërkohet;</li><li>- identifikohet teorema ose kombinimet e teoremave që duhet të përdorim;</li><li>- njehsohen vlerat që mungojnë dhe vendosen ato në figurë gjatë zgjidhjes së problemës.</li></ul> Në zbatim të asaj që u përcaktua më sipër, mësuesi/ja nxit nxënësit të diskutojnë rreth mënyrës që duhet të përdorin për të zgjidhur situatën e mëposhtme: Ne $\triangle ABC$ , jepen këndi $\alpha = 49^\circ$ , këndi $\beta = 76^\circ$ dhe brinja $c = 12$ cm. Njehsoni brinjët dhe këndet e panjohura të trekëndëshit. Problema zgjidhet në tabelë, ku nxënës të ndryshëm japin mendimet e tyre. Ata veprojnë paralelisht në fletore. Në fillim, mësuesi/ja ju kërkon të bëjnë fig. dhe të hedhin të dhënat në të. Më pas përcaktojnë teoremën që do të përdorin. Nxënës të ndryshëm kryejnë njehsimet e kërkuara. Njehsojnë dhe syprinën e trekëndëshit duke përdorur dy formula si p.sh.: $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma \text{ dhe } S = \frac{1}{2} ac \sin \beta .$ Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e ushtrimit 10 në faqen 79 dhe me anë të teknikës MP–P (marrëdhëniet pyetje-përgjigje) ndihmon nxënësit për zgjidhjen e saj. <ul style="list-style-type: none"><li>- Kur themi që trekëndëshi është i brendashkuar në një rreth?</li><li>- Çfarë janë brinjët e trekëndëshit për rrethin në këtë rast?</li></ul>			



- Po këndet e trekëndëshit, çfarë lloj këndesh janë në rreth?
- Çfarë vetie ka OP e hequr pingul me kordën BC?
- Cili është lloji i trekëndëshit BOC? Po BPO?
- Çlidhje ekziston midis këndeve A dhe BOC?
- Sa është këndi POB? Pse?

Në përfundim të përgjigjeve të pyetjeve më lart dhe diskutimeve që zhvillohen gjendet

$$\sin \angle BOP = \frac{BP}{OP} = \frac{\frac{a}{2}}{r} = \frac{a}{2r} \Rightarrow \frac{a}{\sin \angle BOP} = 2r. \text{ Por } \begin{cases} \angle BOC = 2 \angle BOP \\ \angle BOC = 2 \angle A \end{cases} \Rightarrow \angle BOP = \angle A \Rightarrow \frac{a}{\sin \angle A} = 2r.$$

Duke u mbështetur te ky përfundim, si do të veproni për të vërtetuar teoremën e sinusit?

Pra vërtetohet barazimi:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2r.$

**Përforsimi i të nxënësve:** Klasa ndahet në grupe me nga 5 veta dhe punojnë ushtrimet 2/a;b, 4, 5/a;b, 7, 8 në faqen 79. Secili prej grupeve ka një ushtrim. Mësuesi/ja udhëzon grupet për zgjidhjen dhe kujdeset që nxënësit të tregojnë njëherë hapat që do të përdorin për zgjidhjen e ushtrimit dhe më pas ta zgjidhin atë.

Pasi përfundojnë, kërkon që grupet fqinjë të këmbëjnë zgjidhjet dhe të kontrollojnë dhe vlerësojnë njëri-tjetrin. Më pas, përfaqësues të grupeve prezantojnë zgjidhjet në tabelë. Nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth prezantimit të zgjidhjes së paraqitur.

Pasi prezantohen të gjitha detyrat e grupeve, mësuesi/ja shtron pyetjet:

- Si mendoni, a na ndihmon trigonometria të zgjidhim më lehtë dhe më shpejt situatat problemore në një trekëndësh? Pse dhe si?

Diskutohet rreth kësaj pyetje dhe nxjerrin përfundimin se trekëndëshi zgjidhet më lehtë me rregullat dhe teoremat e trigonometrisë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson ata duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në zgjidhjen e trekëndëshit të çfarëdoshëm duke përdorur teoremat përkatëse, në përcaktimin saktë të hapave të zgjidhjes si dhe në njehsimin e syprinës së figurës me formulën e duhur. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bëjnë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.

**Detyra:** Ushtrimet 8, 9, 11 faqe 79. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 12 në faqen 79.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje Eksplorim (përtej provimeve) Vlerësim për kreun 3		<b>Situata e të nxënësve:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vlerësim i nxënësit nga nxënësi</li> <li>• Ushtrime dhe situata problemore</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënësve të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- njehson vlerat e sinusit, të kosinusit dhe të tangjentit të çdo lloj këndi;</li> <li>- përdor identitetet trigonometrike dhe ekuacionin e një rrethi;</li> <li>- skicon dhe përshkruan funksionet trigonometrike;</li> <li>- përdor teoremat e sinusit dhe të kosinusit, si edhe formulën e syprinës së trekëndëshit.</li> <li>- zgjidh ekuacionet trigonometrike;</li> <li>- hulumton për vërtetimin e formulave të trigonometrisë.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> sinus, kosinus, tangjenti, kënde, brinjë, trekëndësh, rreth trigonometrik, grafik, ekuacione, teoremë, paralelogram, syprinë, eksplorim, provë	

<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makinë llogaritëse, materiale nga interneti për trigonometrinë, tabletë	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca, inxhinieria
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<b>Organizimi i orës së mësimi:</b>	
<b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të rikujtojnë konceptet kryesore të kapitullit. Për këtë, ai/ajo udhëzon nxënësit të punojnë në grupe katërshe dhe përcakton detyrat për secilin nga grupet.	
Duke punuar në grup nxënësit plotësojnë ç' dinë për secilin prej atyre koncepteve dhe shoqërojnë ato me shembuj përkatës.	
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Grupet prezantojnë punën e tyre në tabelë. Nxënësit e tjerë mund të plotësojnë punën e grupit. Pas kësaj veprimtarie, ku nxënësit rikujtuan dhe rifreskuan edhe njëherë njohuritë e kapitullit, mësuesi/ja i fton ata të punojnë në mënyrë individuale ushtrime nga faqet 80-81. Për këtë nxënësit e çdo banke do të jenë nxënësi 1 dhe nxënësi 2.	
Nxënësit me nr. 1 do të punojnë ushtrimet 2/a, 3/b, h, 4/b, 5, 8/a, 10/b, e, f, kurse nxënësit me nr. 2 ushtrimet 2/b, 3/g,i, 4/c, 6, 8/b, 10/d,c, në faqet 80-81.	
Mësuesi/ja udhëzon ata që pas 15 minutave, nxënësit e të njëjtës bankë, do të këmbëjnë fletoret dhe do të vlerësojnë njëri-tjetrin. Mësuesi/ja kontrollon në rast se kanë vepruar gabim.	
Pasi përfundojnë dhe vlerësimet disa prej ushtrimeve zgjidhen dhe në tabelë si p.sh. ushtrimet 5; 6 dhe 10.	
Më pas, mësuesi/ja vijon me situatat e ushtrimeve 11/f dhe 12/c;d në faqen 81. Fillimisht i udhëzon nxënësit të përcaktojnë hapat e zgjidhjes dhe më pas të zgjidhin atë.	
Nxënës të ndryshëm prezantojnë zgjidhjet në tabelë. Nxënësit argumentojnë veprimet që kryejnë.	
Kalohet në rubrikën Eksplorim/përtej provimeve. Mësuesi/ja iu ka kërkuar nxënësve të hulumtojnë rreth trigonometrisë dhe zhvillimit të saj.	
Lexohet rubrika histori dhe më pas kalohet në diskutimin e materialeve që nxënës të ndryshëm kanë mbledhur rreth historisë së trigonometrisë dhe përdorimeve të shumta të saj në inxhinieri e degë të tjera.	
Më pas nxënësit në dyshe punojnë për plotësimin e tabelës për të njehsuar dhe llogaritur vlerat e $\sin(x + y)$ dhe $(\sin x \cos y + \cos x \sin y)$ për vlera të ndryshme të $x$ dhe $y$ .	
Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të përdorin makinën llogaritëse apo dhe programe kompjuterike në tabletat e tyre për plotësimin e saj. Ai/ajo kujdeset që dyshe të ndryshme të marrin vlera të ndryshme për $x$ dhe $y$ , në mënyrë që të përdoren sa më shumë vlera për të kaluar më pas në përgjithësim.	
Pasi përfundojnë lexojnë përfundimet.	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Çfarë vini re?</li> <li>- A mund ta përgjithësojmë këtë veprim?</li> </ul>	
Pra ne mund të shkruajmë: $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$	
Kjo ka lidhje dhe me rubrikat “Sprovë 1” dhe “Sprovë 2” të cilat iu lihen nxënësve detyrë për portofol.	
Mësuesi/ja shtron para nxënësve situatën e ushtrimit 3 në faqen 83. Ai/ajo shtron pyetjet:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Si do të veproni për të ndërtuar grafikun e funksionit <math>y = \sin 2x</math>?</li> <li>- Çfarë duhet të gjeni në fillim?</li> <li>- Sa është perioda e këtij funksioni? Pse?</li> <li>- A ka asimptota ky funksion? Pse?</li> </ul>	

- Si do të përfitohej grafiku  $y = \sin 2x$  nga grafiku  $y = \sin x$ ?

Pasi diskutojnë rreth pyetjeve më lart kalojnë në ndërtimin e grafikut, të cilin një nxënës e ndërton me tabelë vlerash kurse një nxënës tjetër me “tërheqje” të grafikut  $y = \sin x$ .

Po kështu veprohet dhe për grafikun e funksionit  $y = \tan(x - 20^\circ)$ . Edhe këtu grafikun e ndërtojmë me të dy mënyrat, edhe me tabelë vlerash edhe me zhvendosje të grafikut  $y = \tan x$  me vektor  $\begin{pmatrix} 20 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Tregojnë asimptotat e grafikut dhe periodën e tij. Pasi

përfundojnë mësuesja shtron pyetjen:

- Cila prej mënyrave është më e shpejtë dhe më e lehtë?

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e problemave me numër 5, 7, 10 në faqet 83-84. Ai/ajo iu lë 8 minuta kohë për zgjidhjen e tyre dhe më pas tre nxënës prezantojnë zgjidhjet në tabelë.

Nxënësit në dyshe veprojnë për zgjidhjen e ushtrimeve 16, 17, 19 në faqen 84. Pasi përfundojnë zgjidhjen, e krahasojnë atë me dyshe fqinjë. Më pas, disa nxënës paraqesin zgjidhjet në tabelë.

Nxënësit që tregojnë zgjidhjet në tabelë japin në fillim planin e zgjidhjes dhe argumentet përkatëse.

Nxënësit e tjerë mund t’u drejtojnë pyetje rreth zgjidhjeve.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson ata duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë për të përshkruar vetitë e funksioneve trigonometrike, në zgjidhjen e ekuacioneve trigonometrike, në përcaktimin saktë të hapave të zgjidhjes të situatave problemore si dhe në njehsimin e syprinës së figurës me formulën e duhur. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bëjnë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në vlerësimin që ata i bëjnë njëri-tjetrit.

**Detyra:** Ushtrimet 12/b,e, 13 faqe 81 dhe 12, 20 faqe 83-84. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë krijuese për portofol:** Zbulimin e formulës  $\sin(x + y)$

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përkufizimi i derivatit (shkathtësi dhe aftësi & arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Për çfarë na shërben matematika?</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>njihson koeficientin këndor të tangjentes ndaj vijës;</li><li>njihson limitin e koeficientit këndor të tangjentes kur <math>h \rightarrow 0</math>;</li><li>njihson derivatin e funksionit me anë të përkufizimit.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> koeficient këndor, tangjente, pjerrësi, limit, derivat.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca, Fizika.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Nxënësit lexojnë hyrjen e kreut 4 dhe komentojnë rreth saj. Mësuesi/ja inkurajon nxënësit të sjellin shembuj të ndryshëm nga jeta reale ku gjen zbatim njehsimi diferencial. Në vazhdim, mësuesi/ja pyet nxënësit: <ul style="list-style-type: none"><li>Si e gjejmë koeficientin këndor të drejtëzës që kalon në dy pika?</li><li>Çfarë tregon ai?</li><li>Si e gjejmë koeficientin këndor të një vije në një pikë të saj?</li></ul> Nxënësit rikujtojnë shkrimin e ekuacionit të drejtëzës me koeficient këndor $m$ ; formulën e zbërthimit binomial ( $n = 2$ ) dhe hapat për skicimin e një grafiku. Për këtë, mësuesi/ja paraqet për zgjidhje situatat: <ul style="list-style-type: none"><li>Shkruani ekuacionin e drejtëzës me koeficient këndor 2 e cila pret boshtin <math>Oy</math> në pikën me ordinatë 3.</li><li>Zbërtheni binomin <math>(x + 3)^2</math>, <math>(2 + h)^2</math>.</li><li>Skiconi grafikun e funksionit <math>y = 2x^2</math>.</li></ul>			

Nxënësit punojnë në dyshe për zgjidhjen e situatave më lart. Pasi përfundojnë, kontrollojnë zgjidhjet me dyshet fqinje. Disa prej nxënësve paraqesin në tabelë zgjidhjet për secilën situatë.

**Ndërtimi i njohurive:** Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të rikujtojnë njohuritë e marra në klasën e 11 për koeficientin këndor të një vije në një pikë. Mësuesi/ja shtron pyetjen:

- Çfarë tregon koeficienti këndor i tangjentes ndaj vijës, në një pikë të dhënë?
- Si mund të gjejmë pjerrësinë e grafikut të një funksioni? (normën e ndryshimit)

Pasi dëgjon mendimet e nxënësve, mësuesi/ja kujton faktin se koeficienti këndor i një vije në një pikë, është koeficientin këndor i tangjentes me vijën në atë pikë. Gjithashtu, kujton se pjerrësia e vijës tregon shpejtësinë e ndryshimit të funksionit.

Mësuesi/ja udhëzon nxënësit:

Në grafikun që ndërtuat më lart, merrni pikën P me abshisë 2.

- Sa është ordinata e saj? Shënojeni pika P(2; 8).

Shumë afër saj merrni pikën Q me abshisë  $2 + h$ ;

- Sa janë koordinatat e pikës Q?

Bashkoni P dhe Q.

- Sa është  $m$  për PQ? Cila është formula për njehsimin e saj?

Nxënësit gjejnë se  $m_{PQ} = 4 + h$ . Më pas, mësuesi/ja pyet:

- Për vlera shumë, shumë të vogla të  $h$  ç'ndodh me pikat P dhe Q? Ç'themë në këtë rast për koeficientin këndor  $m$  të PQ? Pse?
- A mund ta përgjithësojmë këtë rast?

Pra, në rastin kur P(x;  $2x^2$ ) dhe Q(x + h;  $2(x + h)^2$ ) marrim barazimin:  $m_{PQ} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ;

- Po në këtë rast çfarë themi për  $m$  nëse  $h$  shkon drejt 0?

Mësuesi/ja i njeht nxënësit me përkufizimin e derivatit të funksionit:  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ; vlera e limitit është një vlerë e caktuar të cilës vlerat e funksionit i afrohen pambarimisht. Mësuesi/ja sqaron shënimin për limitin.

Më pas paraqet në tabelë situatën e shembullit 1 në faqen 87. Nxënësit punojnë në dyshe për zgjidhjen e saj.

Argumentohen hapat për njehsimin e derivatit të kërkuar.

Në vijim, mësuesi/ja nxit nxënësit të diskutojnë rreth derivatit të konstantes duke e lidhur atë me shpejtësinë e ndryshimit.

Funksioni konstant nuk ndryshon  $(c)' = 0$ . Gjithashtu theksohet dhe vetia:  $f'(kx) = kf'(x)$

Punohet shembulli 2 në faqen 87 duke zbatuar vetitë e derivatit të funksionit konstant dhe funksionit të shumëzuar me një konstante.

Më pas, nxënësit punojnë në dyshe me ushtrimet 1d/e 2, 3 dhe 5 b në faqen 87. Pasi përfundojnë,

dyshtet të cilat kanë të njëjtin rast, krahasojnë përfundimet me njëra-tjetrën dhe nxënësit argumentojnë hapat e përdorur për njehsimin e derivatit të funksionit.

Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e shembullit 3 faqe 89 dhe u kërkon nxënësve të hulumtojnë në grupe mbi hapat që ndiqen për të identifikuar pikën ku koeficienti këndor i tangjentes merr një vlerë të dhënë.

Nxënësit, të ndarë në grupe me 4 vetë, punojnë ushtrimet 1 dhe 3 faqe 89 dhe prezantojnë zgjidhjet në tabelë. Për secilin rast, argumentojnë veprimet që kanë kryer duke u mbështetur në hapat për zgjidhjen e problemave me gjetjen e derivatit.

**Përforcimi i të nxënësve:** Mësuesi/ja shtron pyetjen:

- A mendoni se ka një mënyrë më të shkurtër për njehsimin e derivatit të një funksioni?

Pasi merr mendimet e tyre, mësuesi/ja fton nxënësit të hulumtojnë mbi ushtrimin 5 në faqen 89 duke vazhduar të punojnë në grupe. Secili grup zgjidh një kërkesë. Grupet diskutojnë së bashku mbi rezultatet e arritura dhe vlerësojnë punën e njëri-tjetrit.

Nxënësve u kërkohet të formulojnë në mënyrë të qartë rregullat e gjetura dhe t'i paraqesin ato në tabelë.

Nxirret rregulli për derivatin e funksionit:  $y = ax^n$

Më pas, punohen në fletore ushtrimet 2 dhe 4 faqe 89. Pasi përfundojnë diskutohen shkurt zgjidhjet e tyre në tabelë.

- Sa është derivati i funksionit:  $y = 5x^n$ ? Pse?

Nxënësit njehsojnë derivate të ndryshme.
<b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në evidentimin e metodës së nevojshme për njehsimin e koeficientit këndor të tangjentes, në njehsimin e derivatit sipas përkufizimit si dhe në argumentimin e zgjidhjes. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bëjnë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.
<b>Detyra:</b> Ushtrimet 5/a faqe 88 dhe 4 faqe 89. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.
<b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimi 6 në faqen 89
Informacione nga interneti lidhur me figurën e Gotfrid Lajbnic dhe arritjet e tij në fushën e njehsimeve diferenciale.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Derivati i $y = ax^n$ dhe simbolika e Lajbnicit (Shkathtësi dhe aftësi)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mëimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njehson derivatin e funksionit të trajtës <math>y = ax^n</math>;</li><li>- njehson derivatin e një polinomi;</li><li>- përdor simbolikën e Lajbnicit për derivatin;</li><li>- njehson pjerrësinë e grafikut të funksionit në një pikë.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat, koeficient këndor, pjerrësi, diferencim, polinom, fuqi, grafik, eksponent, rrënjë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse, materiale nga interneti.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mëimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja shkruan në tabelë fjalën: <div style="text-align: center;"><div>Derivat</div></div> dhe fton nxënësit të shkruajnë çfarë dinë rreth tij. Nxënësit shprehin mendimet e tyre duke përmendur pjerrësinë e funksionit, koeficientin këndor të tangjentes, njehsimin e derivatit sipas përkufizimit etj. Nxënës të ndryshëm mund të plotësojnë dhe hartën e konceptit derivat me njohuritë e mësipërme si p.sh.: <div style="text-align: center;"><div>Derivati:</div><div><math>f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}</math></div><div><math>(x^n)' = nx^{n-1}</math></div><div><math>(c)' = 0</math></div><div><math>f'(kx) = kf'(x)</math></div><div>Është pjerrësia e vijës në një pikë</div><div>Është koeficienti këndor i tangjentes ndaj vijës në atë pikë</div></div> Më pas, disa prej nxënësve paraqesin informacionet e mbledhura paraprakisht rreth figurës së Gotfrid Lajbnicit dhe nënvizohen faktet më të rëndësishme lidhur me arritjet e tij në fushën e njehsimeve diferenciale. <b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja shkruan në tabelë disa funksione dhe nxit nxënësit të njehsojnë derivatet e tyre, si p.sh.: $y = x$ ; $y = 3x$ ; $y = x^{12}$ ; $y = \pi$ ; $y = x^{125}$ ; $y = \sqrt{2}$ Nxënës të ndryshëm njehsojnë ato në tabelë duke komentuar veprimin që kryejnë dhe rezultatin që gjejnë. Mësuesi/ja pyet: <ul style="list-style-type: none"><li>- Si do ta njehsonit derivatin e <math>y = 2x + x^5</math> ?</li></ul>			

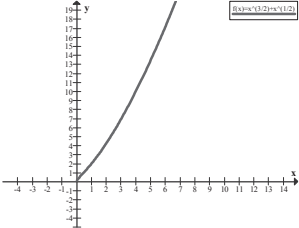
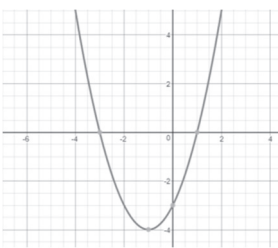


<p>dhe më pas sqaron se në këtë rast do të derivohen funksionet veç e veç dhe mblidhen rezultatet. Ajo shkruan rregullën për njehsimin e derivatit të shumës së dy funksioneve: <math>(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)</math>.</p> <p>Thekson se kjo rregull është e vlefshme dhe kur kemi më tepër se dy funksione.</p> <p>Diskutohet rreth simbolikës së përdorur nga Lajbnic për derivimin e funksionit dhe gjetjen e koeficientit këndor të tangjentes ndaj grafikut të funksionit në një pikë.</p> <p>Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e shembullit 1 faqe 90 dhe nxënësit evidentojnë hapat që ndiqen për derivimin e një polinomi. Ajo udhëzon të përdorin rregullën e derivimit të shumës së funksioneve si më sipër.</p> <p>Në vijim, nxënësit punojnë në dyshe rastet e ushtrimit 1 në faqen 91. Dyshtet e afërta kontrollojnë së bashku rezultatet dhe disa prej tyre paraqiten edhe në tabelë.</p> <p>Më pas paraqet në tabelë funksionin e shembullit 2 në faqen 91. Tërheq vëmendjen e nxënësve me pyetjet:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si do ta derivonit <math>\frac{1}{x}</math>?</li> <li>- A mund ta shkruani atë si fuqi?</li> <li>- Po <math>\frac{1}{x^2}</math>? Po <math>\sqrt{x}</math>?</li> </ul> <p>Arrihet në përfundimin që të gjitha do t'i shkruajmë në trajtë fuqie dhe më pas i derivojmë. Për këtë, mësuesi/ja fton nxënësit të kujtojnë vetitë e fuqive me eksponent negativ dhe fuqive me eksponent racional.</p> <p>Vazhdohet puna në dyshe me rastet e ushtrimeve 2 dhe 3 faqe 91 (dyshe të ndryshme punojnë raste të ndryshme) dhe disa prej rasteve paraqiten në tabelë duke argumentuar hapat e ndjekur për të arritur te zgjidhja.</p> <p><b>Përforcimi i të nxënësve:</b> Nxënësit ndahen në grupe me 4–5 vetë dhe punohet ushtrimi 4 faqe 91. Secili prej grupeve ka nga dy raste të ushtrimit. Grupet që kanë të njëjtat raste, kontrollojnë rezultatet me njëri-tjetrin dhe i korrigjojnë ato.</p> <p>Mësuesi/ja nxit nxënësit të gjejnë edhe ekuacionin e tangjentes me vijën në pikën e dhënë.</p> <p>Nxënësit që paraqesin zgjidhjet në tabelë tregojnë fillimisht hapat që do të ndjekin dhe më pas zgjidhjen duke argumentuar çdo veprim që kryejnë.</p> <p>Mësuesi/ja fton nxënësit të hulumtojnë mbi mënyrën si mund të njehsojnë pjerrësinë e grafikut në një pikë duke përdorur makinën llogaritëse shkencore dhe butonin “nderiv” apo “<math>\frac{d}{dx}f(x)</math>”.</p> <p>Më pas, përdorin makinën llogaritëse për të gjetur rezultatet dhe i krahasojnë ato me zgjidhjet e gjetura.</p> <p>Diskutohet ushtrimi 7 faqe 92 duke zgjidhur kërkesat e tij hap pas hapi, dhe argumentohet zgjedhja e pohimit të saktë.</p> <p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në përdorimin e simbolikës së Lajbnic, në njehsimin e derivatit sipas rregullave të mësuara, në njehsimin e pjerrësisë së vijës në një pikë si dhe në argumentimin e zgjidhjes së situatës. Vlerësimin e mbështet gjithashtu edhe në punën që nxënësit bëjnë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në aktivizimin gjatë orës.</p> <p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 5-6 faqe 91. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.</p>
--

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Derivati i $y = ax^n$ dhe simbolika e Lajbnic (Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënësve:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënësve të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- njehson derivatin e funksionit të trajtës <math>y = ax^n</math>;</li> <li>- njehson pjerrësinë e grafikut të funksionit në një pikë duke përdorur simbolikën e Lajbnic;</li> <li>- interpreton grafikisht shenjën e derivatit.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat, koeficient këndor, pjerrësi, diferencim, polinom, fuqi, grafik, eksponent, rrënjë.	

<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse.	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<b>Organizimi i orës së mësimi:</b>	
<b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja paraqet në tabelë funksionet:	
$y = 3x^2 + 6x - 5$ ; $y = 3 + x + \frac{1}{x^2}$ .	
Nxënësit punojnë në dyshe për të njehsuar derivatin e funksionit dhe pjerrësinë e grafikut të funksionit në pikën me abshisë $x = 2$ . Dyshet e afërta krahasojnë rezultatet së bashku dhe pastaj zgjidhjet paraqiten në tabelë.	
Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të hulumtojnë për funksionin $y = \frac{x^2+x}{\sqrt{x}}$ . Mësuesi/ja shtron pyetjen:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- A mund të njehsoni derivatin e tij?</li> <li>- Si do të veproni?</li> <li>- A mund ta shkruani funksionin si shumë të monomeve që përmbajnë fuqi të <math>x</math>-it?</li> </ul>	
Diskutohen mendimet dhe idetë e nxënësve dhe arrihet në përfundimin që funksioni mund të shkruhet si më poshtë:	
$y = \frac{x^2 + x}{\sqrt{x}} = \frac{x^2}{\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt{x}} = x^{2-\frac{1}{2}} + x^{1-\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}}$ dhe më pas derivohet.	
Një nxënës gjen derivatin e tij në tabelë.	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cila është bashkësia e përcaktimit të këtij funksioni?</li> <li>- Çfarë forme ka grafiku i tij?</li> </ul>	
	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cila është bashkësia e vlerave?</li> <li>- Sa do të ishte pjerrësia e këtij grafiku në pikën <math>x = 1</math>?</li> <li>- Po në <math>x = 0</math>? Pse?</li> </ul>	
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit që, duke u nisur nga shembujt më lart, të diskutojnë rreth hapave që ndiqen për zgjidhjen e problemave që përmbajnë derivimin e funksioneve polinomialë me eksponentë racionalë. Pasi nxënësit japin mendimet e tyre, mësuesi/ja i udhëzon të lexojnë hapat për zgjidhjen e problemave që përmbajnë derivimin e funksioneve polinomialë me eksponentë racionalë në libër në faqen 92.	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- A keni përcaktuar dhe ju po këto hapa? Kuptohet që po.</li> </ul>	
Ai/ajo udhëzon nxënësit të zbatojnë hapat për zgjidhjen e situatave që vijnë. Paraqet në tabelë situatën e shembullit 3 në faqen 92. Nxënësit, të ndarë në grupe me 4-5 veta punojnë për njehsimin e derivatit të funksionit. Në përfundim të punës, krahasohen rezultatet me ato në tekst. Një nxënës tregon zgjidhjen në tabelë dhe argumenton hapat e ndjekur dhe veprimet e kryera.	
Nxënësit vazhdojnë punën në grupe për zgjidhjen e ushtrimeve 1/a – d – f – g në faqen 92 dhe 2/b – c – g – h në faqen 93. Pasi përfundojnë, grupet që kanë të njëjtat raste kontrollojnë dhe vlerësojnë punën e njëri-tjetrit dhe më pas paraqiten zgjidhjet në tabelë.	
Mësuesi/ja paraqet në tabelë funksionin $y = (x - 1)(x + 3)$ dhe u kërkon nxënësve të skicojnë grafikun e tij.	
	



- Cilat janë pikëprerjet e grafikut me boshtin Ox?
- Për cilat pika pjerrësia e vijës është negative? Po pozitive?

Më pas, nxënësit njehsojnë derivatin e funksionit në pikat me abshisë  $x = -2$  dhe  $x = 2$ . Çfarë vini re?

Nxënësit punojnë në mënyrë të ngjashme ushtrimin 4 faqe 93 dhe më pas, duke u nisur nga rezultatet e përfutuara, në të dy rastet, hulumtojnë për të gjetur një lidhje midis shenjës së derivatit dhe monotonisë së vijës.

Nxënësit përpunojnë rezultatet e gjetura në formën e pohimeve matematike dhe i japin më pas përgjigje pikës 4/e në faqen 93.

**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit punojnë në grupe për zgjidhjen e rasteve të ushtrimit 3 faqe 93. Secili grup zgjidh dy raste. Pasi përfundojnë zgjidhjet, nga një përfaqësues i secilit grup paraqet në tabelë zgjidhjen duke argumentuar rrugën e ndjekur. Anëtarët e grupeve të tjera vlerësojnë zgjidhjen dhe i drejtojnë pyetje rreth saj.

Më pas, grupet e nxënësve punojnë ushtrimin 5 në faqen 93. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit se si do të arsyetojnë për shenjën e derivatit të atij funksioni dhe si do të interpretojnë ata grafikisht.

Zgjidhja e ushtrimit komentohe në tabelë duke argumentuar hapat që ndiqen dhe arsyetimet e bëra.

Në vijim diskutohet ushtrimi 6 në rubrikën “Sfidë” në faqen 93. Nxënësit hulumtojnë në dyshe për rrugën që duhet ndjekur për zgjidhjen dhe mësuesi/ja udhëzon nxënësit drejt zgjidhjes duke rikujtuar përkufizimin e derivatit dhe identitetet algjebrike.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në derivimin e funksioneve polinomiale me eksponentë racionalë, në argumentimin e zgjidhjes dhe në interpretimin grafik të pjerrësisë. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.

**Detyra:** Ushtrimet 1/b – c – e – g – h – i dhe 2/a – d – e – f – 1 faqe 93. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 7 faqe 93

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Shpejtësia e ndryshimit (Shkathtësi dhe aftësi)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mëimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- identifikon derivatin e parë si shpejtësi të ndryshimit të funksionit;</li><li>- njehson shpejtësinë e lëvizjes duke përdorur derivatin e funksionit;</li><li>- njehson nxitimin e lëvizjes duke përdorur derivatin e rendit të dytë;</li><li>- identifikon pikat stacionare të funksionit.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> shpejtësi ndryshimi, lëvizje, nxitim, derivat i rendit të dytë, pikë stacionare, funksion, derivat, shpejtësi ndryshimi, vlerë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca, Fizika.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

## Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja shkruan në tabelë fjalët:



dhe fton nxënësit të shkruajnë çfarë dinë rreth tyre dhe si lidhen ato me njëra-tjetrën.

Mësuesi/ja drejton vëmendjen e nxënësve drejt shprehjes së pjerrësisë së grafikut si shpejtësi e ndryshimit të funksionit.

Nxënësit rikujtojnë formulën e njohur për njehsimin e shpejtësisë  $v = \frac{ds}{dt}$  dhe e krahasojnë atë me shpejtësinë e ndryshimit të funksionit  $v = \frac{dy}{dx}$ .

- Çfarë vini re?
- Çfarë tregon pjerrësia e grafikut rrugë–kohë?

Diskutohen mendimet dhe idetë e nxënësve.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja thekson se pjerrësia e grafikut rrugë–kohë jep shpejtësinë e ndryshimit të rrugës ( $s$ ) në lidhje me kohën ( $t$ ). Kjo quhet shpejtësi e lëvizjes.

Mësuesi/ja fton nxënësit të kujtojnë nga klasa e njëmbëdhjetë:

- Çfarë tregon pjerrësia e grafikut shpejtësi–kohë?

Theksohet se pjerrësia e grafikut shpejtësi–kohë tregon shpejtësinë e ndryshimit të shpejtësisë në njësinë e kohës dhe e shënojmë  $a = \frac{dv}{dt}$ .

Mësuesi/ja paraqet në mënyrë të përmblëdhur në tabelë konceptin e derivatit të rendit të dytë duke u nisur nga kuptimi fizik i nxitimit si shpejtësi e ndryshimit të shpejtësisë në njësinë e kohës. Shpjegon shënimet përkatëse të derivatit

të dytë:  $y = f(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = f'(x) \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = f''(x)$

Më pas paraqitet situata e shembullit 1 faqe 94 dhe nxënësit punojnë në dyshe për të gjetur zgjidhjen e më pas e paraqesin atë në tabelë.

Nxënësit rikujtojnë nga ora e kaluar lidhjen mes shenjës së derivatit dhe monotonisë së tij.

Mësuesi/ja sqaron se nëse ndërtojmë grafikun e derivatit të një funksioni mund të gjejmë nëse ai është rritës apo zbritës.

Ai/a shtron pyetjen:

- Për cilin funksion derivati është zero?

Nxënësit rikujtojnë funksionin konstant.

- Çfarë ndodh kur derivati i një funksioni bëhet zero në një pikë të caktuar?

Nxënësit duhet të kuptojnë se në këto pika, funksioni nuk është as rritës as zbritës dhe më pas mësuesi/ja paraqet kuptimin e pikave stacionare si pika ku derivati i parë i funksionit bëhet zero në një interval.

Nxënësit ndahen në grupe m 4–5 vetë dhe punojnë për të zgjidhur situatën e shembullit 2 në faqen 95.

Grupet krahasojnë më pas zgjidhjet dhe i krahasojnë ato me tekstin.

Grupet e nxënësve ftohen të punojnë ushtrimet 1/a – c – f – j – k – p në faqen 96. Çdo grup zgjidh dy raste nga ato më lart. Përfaqësues të secilit grup prezantojnë zgjidhjen në tabelë dhe argumentojnë veprimet e kryera.

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të punojnë në dyshe tashmë për të zgjidhur ushtrimet 2/b – c – g – h – l dhe 3/a – e – f – h në faqet 96-97. Dyshet fqinje kontrollojnë zgjidhjet e njëri-tjetrit dhe më pas i prezantojnë ato në tabelë.

Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të zgjidhin ushtrimin 4/d në faqen 97. Ajo udhëzon rreth zgjidhjes duke treguar hapat që do të ndiqen. Pasi përfundojnë, një nxënës e argumenton zgjidhjen e ushtrimit në tabelë.

Mësuesi/ja nxit nxënësit të lexojnë mënyrën e skicimit të grafikut të një funksioni dhe derivatit të tij me anë të makinës llogaritëse grafike. Ata mund të ndërtojnë vetë grafikun e funksionit dhe vijën derivat të tij për funksionin:  $y = 3x^4 - x^3 + 1$ .

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e derivatit të funksionit në një pikë, derivatit të rendit të dytë të funksionit në një pikë si dhe gjetjes së intervaleve ku funksioni është rritës apo zbritës me anë të grafikut të derivatit të funksionit. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bëjnë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.

**Detyra:** Ushtrimet 2/i;j – 3/i;j – 4/b;c faqe 96-97. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Shpejtësia e ndryshimit (Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Shpejtësia e ndryshimit të vëllimit të ujit në një vaskë.</li> <li>Përcaktimi i tarifës së udhëtimit me taksë.</li> <li>Njehsimi i shpejtësisë dhe nxitimit të rënies me parashutë.</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>njehson shpejtësinë e lëvizjes së duke përdorur derivatin e funksionit;</li> <li>njehson nxitimin e lëvizjes duke përdorur derivatin e rendit të dytë;</li> <li>zgjidh situata problemore në kërkim të shpejtësisë së ndryshimit;</li> <li>interpretin shpejtësinë e ndryshimit në kontekstin e dhënë.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> funksion, shpejtësi ndryshimi, lëvizje, nxitim, derivat, derivat i rendit të dytë, pikë stacionare, vlerë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, problema me njehsimin e normës së ndryshimit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë, Fizikë.	

### Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

#### Organizimi i orës së mësim:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të komentojnë rreth fakteve të mëposhtme:

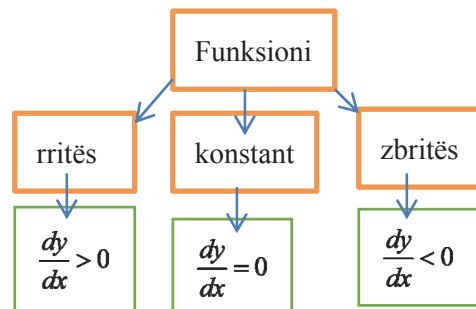
$$\frac{dy}{dx} > 0 \Rightarrow f(x) \dots$$

$$\frac{dy}{dx} < 0 \Rightarrow f(x) \dots$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow f(x) \dots$$

$$f'(x_0) = 0 \Rightarrow x_0 \dots$$

Nxënësit japin mendimet e tyre të cilat paraqiten në një diagram.



Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatat:

- Njehsoni shpejtësinë e ndryshimit të funksionit  $y = x + \frac{1}{x}$  në  $x = 4$ .
- Njehsoni shpejtësinë e ndryshimit të shpejtësisë së këtij funksioni në të njëjtën pikë. Interpretoni dy rezultatet e gjetura.

Nxënësit punojnë në dyshe për të përcaktuar zgjidhjen dhe më pas e paraqesin atë në tabelë. Interpretohet zgjidhja.

Më pas, mësuesi/ja vizaton në tabelë një vazo në formë rrethore dhe fton nxënësit të hulumtojnë rreth funksionit që do të paraqiste shpejtësinë e mbushjes me ujë të vazos.

- Në çfarë përfundimi arrihet?
- Cila do të ishte forma e grafikut të shpejtësisë së mbushjes në lidhje me kohën?

Diskutohet rreth përgjigjeve të nxënësve dhe arrihet në një përfundim.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë hapat që duhen të ndiqen për zgjidhjen e problemave që përfshijnë shpejtësinë e ndryshimit dhe duke rikujtuar shembujt e punuar orën e kaluar, nxënësit ilustronë secilin prej hapave.

Nxënësit njihen me situatën reale të shpejtësisë së ndryshimit të vëllimit të ujit në një vaskë dhe udhëzohen ta zgjidhin atë duke zbatuar hapat më sipër (shembullit 3 faqe 97).

- Cili është funksioni që shpreh vëllimin e ujit në varësi të kohës? Ku bazohemi për gjetjen e tij?
- Si do të veproni për të përcaktuar shpejtësinë me të cilën mbushet vaska?
- Cila është shpejtësia e mbushjes pas 3 sek? Po pas 5 sek?
- Çfarë forme do të kishte grafiku i shpejtësisë së mbushjes së vaskës?

Nxënësit punojnë në dyshe për zgjidhjen e situatës. Pasi përfundojnë, dyshet fqinje krahasojnë dhe vlerësojnë zgjidhjet e njëri-tjetrit dhe më pas verifikohen edhe me rezultatet e paraqitura në tekst.

Kalohet në shqyrtimin e shembullit 4 në faqen 98 dhe përpara së të nisin me modelimin e zgjidhjes, nxënësit diskutojnë se bashku për hapat që duhet të ndiqen dhe interpretimin fizik të situatës së hedhjes së trupit vertikalisht lart.

- Çfarë paraqet grafikisht ky funksion?
- Cilën vlerë arrin ai? Si e gjejmë atë?
- Në çfarë sekonde ai arrin pikën më të lartë në ngjitje?
- Çfarë ndodh më pas?

Nxënësit zgjidhin situatën dhe një përfaqësues interpreton dhe argumenton zgjidhjen në tabelë.

Mësuesi/ja fton nxënësit të punojnë ushtrimin 1 faqe 98 ku duhet të përcaktojnë shpejtësinë e ndryshimit të pagesës së pasagjerit në lekë për km. Për këtë situatë, ajo ndihmon me pyetjet:

- Si do ta gjeni shpejtësinë e ndryshimit të pagesës?
- Si e interpretoni përfundimin e gjetur?
- Me sa ndryshon pagesa për 100 m?

Pasi përfundojnë zgjidhjen, një nxënës e paraqet atë në tabelë dhe diskutojnë rreth saj. Iu kërkon nxënësve të tregojnë hapat e zgjidhjes dhe argumentimin përkatës.

Më pas diskutohet situata e ushtrimit 2 faqe 98 me shkrirjen e bllokut të akullit. Ata duhet të gjejnë shpejtësinë e ndryshimit të masës së akullit në frigorifer.

Pasi nxënësit kryejnë njehsimet e kërkuara, mësuesi/ja pyet:

- Përse shpejtësia me të cilën ndryshon masa është negative?
- Interpretoheni rezultatit e gjetur duke kryer argumentimet e rastit.

**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit punojnë në grupe me nga 4-5 vetë me ushtrimet 3, 5, 6, 9. Dy grupe të ndryshme do të kenë të njëjtin ushtrim. Kjo për arsye se pasi të mbarojnë, ata do të këmbëjnë zgjidhjet me njëri-tjetrin dhe do t'i krahasojnë ato. Vëzhgoj dhe asistoj nxënësit gjatë punës. Secili grup zgjedh një përfaqësues i cili paraqet dhe argumenton zgjidhjen në tabelë. Mësuesi/ja kërkon që nxënësit e grupeve të tjera (që nuk kanë punuar për këtë problem) t'ju bëjnë pyetje rreth ushtrimit që po prezantohet. Pyetjet duhet të jenë rreth zgjidhjes ose dhe për të gjetur shpejtësinë e ndryshimit në momente të ndryshme. Kjo përsëritet për të katër ushtrimet.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në evidentimin e funksionit të kërkuar, në llogaritjen shpejtësisë së ndryshimit si dhe në argumentimin që ata i bëjnë zgjidhjes së paraqitur. Vlerësimin e mbështes në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në diskutime si dhe në saktësinë dhe argumentimin e përgjigjeve.

**Detjra:** Ushtrimet 5, 7, 8 faqe 99. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detjra hulumtuese:** Ushtrimi 10 faqe 99

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Tangjentja dhe pingulja (shkathtësi dhe aftësi & arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- shkruan ekuacionin e tangjentës ndaj vijës në një pikë të saj;</li><li>- shkruan ekuacionin e pingules ndaj vijës në një pikë të saj;</li><li>- interpreton ekuacionin e tangjentës ndaj vijës në një pikë të saj;</li><li>- njehson syprinën e zonës së kufizuar nga tangjentja, pingulja dhe boshti <math>ox(oy)</math>.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> koeficient këndor, vijë, tangjente, pikë, pingule, syprinë, derivat, kushti i pingultësisë, boshte.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, vizore, makinë llogaritëse.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatat: <ul style="list-style-type: none"><li>- Shkruani ekuacionin e drejtëzës pingule me <math>y = 2x + 4</math> dhe që kalon nga pika (3; 7).</li><li>- Gjeni koeficientin këndor të tangjentës ndaj vijës <math>y = \frac{1}{2}x^2 + 3</math> në pikën (2; 5).</li></ul> <p>Nxënësit punojnë në dyshe për zgjidhjen e tyre dhe pasi përfundojnë, diskutohen rezultatet në tabelë.</p> <p>Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të përmbledhin në fletoret e tyre njohuritë për koeficientin këndor të drejtëzës; shkrimin e ekuacionit të drejtëzës që kalon nga një pikë dhe është pingule ose paralele me një drejtëz të dhënë; kushtin e pingultësisë mes dy drejtëzave si dhe formulat që përdoren përkatësisht në secilin rast. Nxënësit vazhdojnë punën në dyshe dhe më pas plotësohet një diagram e përbashkët të cilën e paraqesin në tabelë.</p>			
<div><div><div>Drejtëza d:</div><div><div>Ekuacioni: <math>y = mx + c</math></div><div><div>Koeficienti këndor: <math>m</math></div><div>Pret boshtin <math>Oy</math> në pikën (0; <math>c</math>).</div></div></div><div><div>Drejtëza <math>d_2 \parallel d</math></div><div><math>m_d = m_{d_1}</math></div></div><div><div>Drejtëza <math>d_2 \perp d</math></div><div><math>m_d \cdot m_{d_2} = -1</math></div></div><div><div>Drejtëza kalon në pikën <math>(x_0; y_0)</math> dhe ka koeficient këndor <math>m</math>.</div><div>Ekuacioni: <math>y - y_0 = m(x - x_0)</math></div></div></div></div>			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja pyet: <ul style="list-style-type: none"><li>- Si gjendet koeficienti këndor i një vije në një pikë të saj?</li><li>- Si do ta gjenit ekuacionin e tangjentës ndaj vijës në një pikë?</li></ul> <p>Ajo sqaron kuptimin e pingules ndaj vijës dhe shton pyetjen:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Si do ta gjenit ekuacionin e pingules ndaj vijës në një pikë?</li></ul> <p>Më pas paraqet në tabelë situatën e shembullit 1 në faqen 100.</p> <p>Nxënësit, të ndarë në grupe me 4-5 veta, punojnë për zgjidhjen e situatës. Mësuesi/ja drejton pyetjet:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Çfarë metode do të përdorni për të njehsuar koeficientin këndor të tangjentës?</li><li>- Përse është e nevojshme të njehsohet derivati i funksionit edhe në rastin kur kërkohet ekuacioni i pingules ndaj vijës?</li><li>- A mund ta njehsonit ndryshe ekuacionin e tangjentës dhe pingules?</li></ul> <p>Pasi diskutohen mendimet dhe idetë e nxënësve, paraqitet zgjidhja dhe krahasohen rezultatet me ato në tekst.</p>			

Në vijim, nxënësit vazhdojnë punën në grupe me ushtrimet 1/a, d, e, g dhe 2/b, c, e, g. Pasi përfundojnë, grupet fqinje krahasojnë dhe vlerësojnë zgjidhjet e njëri-tjetrit e më pas i paraqesin ato në tabelë.

Mësuesi/ja ju kërkon nxënësve të lexojnë hapat për gjetjen e pikës ku një tangjente ose një pingule takon vijën dhe më pas fton nxënësit të hulumtojnë mbi zgjidhjen e situatës së shembullit 2 në faqen 102. Nxënësit zbatojnë hapat njëri pas tjetrit për të arritur te zgjidhja.

- Pse barazohet  $\frac{dy}{dx}$  me koeficientin këndor të tangjentes?

Një nxënës paraqet dhe argumenton zgjidhjen në tabelë dhe nxënësit e tjerë diskutojnë rreth saktësisë së zgjidhjes.

Kalohet më pas në diskutimin e situatës së shembullit 3 në faqen 103.

Fillimisht, mësuesi/ja diskuton me nxënësit hapat për njehsimin e syprinës së kufizuar nga tangjentja, pingulja dhe boshti Ox (Oy).

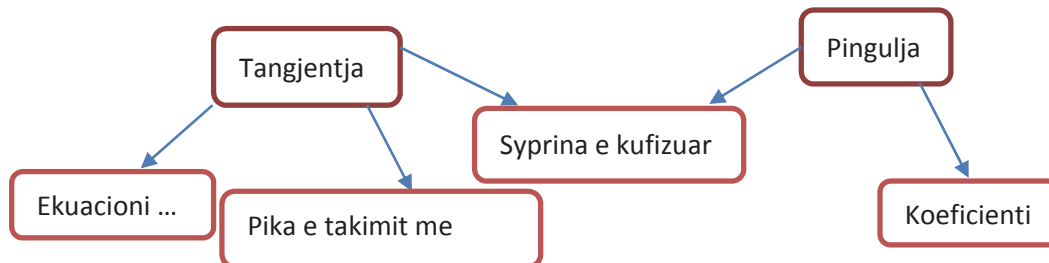
Nxënësit skicojnë në fletore grafikun e funksionit  $y = x^3 + x$  dhe më pas shkruajnë ekuacionin e tangjentes dhe pingules ndaj saj në pikën T(1; 2). Për të njehsuar syprinën e kërkuar mësuesi/ja pyet nxënësit:

- Çfarë figure është formuar?
- Si njehsohet syprina e trekëndëshit?
- Sa është lartësia e trekëndëshit të formuar?

Pasi nxënësit kanë përfunduar zgjidhjen, krahasohen rezultatet me ato në tekst dhe komentohet zbatimi i hapave të mësuar.

Nxënësit punojnë në pas, të ndarë në grupe, ushtrimet 1, 3 dhe 7 faqe 104. Grupet që kanë të njëjtat ushtrime kontrollojnë dhe vlerësojnë punën e njëri-tjetrit. Më pas, përzgjidhet nga një përfaqësues për çdo grup i cili paraqet zgjidhjen në tabelë

**Përforsimi i të nxënësve:** Mësuesi/ja fton nxënësit të përmbledhin edhe njëherë njohuritë e përvetësuara duke plotësuar hartën:



Pasi kanë plotësuar secilën pikë me të dhënat e nevojshme, nxënësit punojnë në dyshe ushtrimet 4, 6 faqe 101 dhe 8, 9, 11 faqe 104-105. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të tregojnë hapat që zbatojnë si dhe të argumentojnë veprimet që kryejnë. Dyshet me të njëjtat ushtrime krahasojnë zgjidhjet dhe më pas diskutohen disa prej tyre në tabelë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e derivatit të funksionit, shkrimin e ekuacionit të tangjentes dhe pingules me vijën dhe në njehsimin e syprinës së kufizuar nga tangjentja, pingulja dhe boshti Ox (Oy). Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.

**Detyra:** Ushtrimet 6, 12 faqe 104-105. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 13 faqe 105.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Ekstremumet (Shkathtësi dhe aftësi & Arsytetimi dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënësve:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënësve të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- tregon kur një vijë ka ekstremum;</li> <li>- gjen ekstremumet e një funksioni;</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> rritës, zbritës, ekstremum, maksimum, minimum, derivat, funksion.	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- identifikon saktë llojin e ekstremumit;</li> <li>- përcakton karakteristikat kryesore të vijës.</li> </ul>	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse.	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë.
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<p><b>Organizimi i orës së mësimit:</b></p> <p><b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja paraqet në tabelë grafikun dhe u kërkon nxënësve të diskutojnë rreth tij:</p> <div data-bbox="1177 346 1469 640" data-label="Figure"> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si “sillet” funksioni në intervalin <math>]-\infty; -3[</math> ? Po në intervalin <math>]-3; -1[</math> ?</li> <li>- Si “sillet” funksioni në intervalin <math>]-1; 2[</math> ? Po në intervalin <math>]2; 4[</math> ?</li> <li>- Po në intervalin <math>]4; +\infty[</math> ?</li> <li>- Çfarë janë pikat <math>(-3; 2)</math> dhe <math>(2; 1)</math> për funksionin?</li> <li>- Po pikat <math>(-1; -3)</math> dhe <math>(4; -1)</math>?</li> <li>- Gjeni derivatin e funksionit në këto pika. Çfarë vini re?</li> </ul> <p>Më pas, nxënësve u kërkohet të ndërtojnë në fletore grafikun e funksionit <math>y = x^3</math>.</p> <div data-bbox="576 703 966 1018" data-label="Figure"> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sa është derivati i këtij funksioni në pikën 0?</li> <li>- Po funksioni është rritës apo zbritës?</li> </ul> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja paraqet konceptin e ekstremumeve të funksionit si pika ku funksioni ndryshon sjellje: nga rritës bëhet zbritës dhe anasjelltas. Pra, pikat në grafikun e parë janë ekstremume. Vumë re se derivati në ato pika është 0. Pra: “Në një pikë ekstremumi, koeficienti këndor i tangjentes është zero”.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si do gjenden koordinatat e pikave të ekstremumeve?</li> <li>- Po tek grafiku i dytë a mund të themi që <math>x = 0</math> është pikë ekstremumi?</li> </ul> <p>Mësuesi/ja sqaron se një pikë ekstremumi është një pikë ku derivati i parë i funksionit është zero, por jo të gjitha pikat që e kanë zero derivatin e parë të funksionit janë pika ekstremumi.</p> <p>Më pas, nxënësve u kërkohet të ndërtojnë në fletore grafikun e funksionit <math>y = (x + 1)^2</math>. Mësuesi/ja pyet nxënësit:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A ka ekstremum ky funksion?</li> <li>- Çfarë lloj ekstremumi është?</li> <li>- Njehsoni derivatin e funksionit në pikën ekstremum. Çfarë vini re?</li> </ul> <p>Diskutohen rezultatet dhe idetë e nxënësve.</p> <p>Mësuesi/ja përmbledh edhe njëherë në mënyrë të strukturuar njohuritë për ekstremumet e funksionit, llojet e ekstremumeve dhe thekson se derivati i funksionit në pikën ekstremum është gjithmonë zero.</p> <p>Nxënësit tregojnë dallimin mes minimumit dhe maksimumit dhe më pas lexojnë situatën e shembullit 1 në faqe 106. Ata hulumtojnë në dyshe për metodën e përcaktimit të ekstremumit dhe mësuesi/ja udhëzon nxënësit duke iu kërkuar që të barazojnë me zero derivatin e funksionit për të njehsuar pikën ekstremum.</p> <p>Krahasohen rezultatet me ato të tekstit dhe komentohet zgjidhja.</p> <p>Nxënësit më pas, njihen me mënyrën se si mund të gjejnë ekstremumet e funksionit me makinën llogaritëse.</p> <p>Mësuesi/ja paraqet mënyrën e përcaktimit të natyrës së ekstremumit përmes njehsimit të derivatit të dytë të funksionit. E demonstron këtë me funksionin: <math>y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1</math>.</p> <p>Pas kësaj, në bashkëpunim me nxënësit plotësojnë fjalitë:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Kur derivati i parë i funksionit në një pikë është zero dhe derivati i dytë i funksionit në atë pikë është negativ, atëherë funksioni ka _____ në atë pikë.</li> </ul>	



<p>- Kur derivati i parë i funksionit në një pikë është zero dhe derivati i dytë i funksionit në atë pikë është pozitiv, atëherë funksioni ka _____ në atë pikë.</p> <p>Nxënësit punojnë në dyshe më situatën e shembullit 2 në faqen 107 dhe diskutohet zgjidhja në tabelë. Më pas, në mënyrë të ngjashme, nxënësit punojnë ushtrimin 5 në faqen 108. Dyshet e afërta kontrollojnë zgjidhjet me njëra-tjetrën dhe më pas paraqitet zgjidhja në tabelë.</p> <p>Mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë hapat për gjetjen e karakteristikave kryesore të një vijë: pikat ku pret boshtet koordinative; sjelljen e funksionit; asimptotat; ekstremumet.</p> <p>Diskutohet situata e shembullit 3 faqe 109 dhe duke përdorur informacionin e gjetur për funksionin, nxënësit ndërtojnë grafikun e tij.</p> <p>Nxënësit mund të ndërtojnë grafikun e funksionit me një aplikacion për ndërtimin e grafikëve dhe krahasojnë rezultatin e arritur. Mësuesi/ja fton nxënësit të përshkruajnë me fjalë sjelljen e grafikut të funksionit duke u kujdesur të përdorin fjalorin e duhur matematik.</p> <p>Nxënësit ndahen në grupe me 4-5 vetë dhe pasi diskutohen hapat për të zgjidhur një problemë në kërkim të vlerës më të madhe ose të më të vogël të funksionit, paraqitet në tabelë situata e shembullit 4 në faqen 110.</p> <p>Mësuesi/ja shtron pyetjet:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si do t'i shprehni brinjët e drejtkëndëshit?</li> <li>- Cilat janë kufizimet e nevojshme për gjatësitë e tyre?</li> <li>- Cilat janë formulat për perimetrin dhe syprinën e drejtkëndëshit?</li> <li>- Çfarë situatë shfaqet pasi kemi modeluar matematikisht problemën? Përse nevojitet derivimi?</li> </ul> <p>Pasi kanë përfunduar zgjidhjen, nxënësit diskutojnë pse drejtkëndëshi me syprinën më të madhe është katror?</p> <p><b>Përforcimi i të nxënësve:</b> Nxënësit do të vazhdojnë të punojnë të ndarë në grupe me ushtrimet 4, 6 në faqen 108 dhe ushtrimet 5, 7 në faqen 111. Udhëzohen nxënësit të tregojnë dhe hapat që do të ndjekin për zgjidhjen dhe më pas ta zgjidhin atë. Grupet që kanë të njëjtat ushtrime krahasojnë zgjidhjet dhe më pas i paraqesin ato në tabelë.</p> <p>Nxënësit e tjerë drejtojnë pyetje dhe vlerësojnë zgjidhjet e paraqitura në tabelë.</p> <p>Kujdes tregohet në përcaktimin e vlerave të pikave ekstremume.</p> <p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e derivatit të funksionit, identifikimin e ekstremumeve, zgjidhjen e problemeve në kërkim të vlerës më të madhe e më të vogël të funksionit. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.</p> <p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 5, 6 faqe 111. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.</p> <p><b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimi 9 faqe 111.</p>
--

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Integrimi (Shkathtësi dhe aftësi)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- gjen integralin e një funksioni duke realizuar procesin e kundërt të derivimit;</li><li>- integron një funksion duke zbatuar rregullat e integrimit;</li><li>- identifikon konstanten e integrimit nëse është e mundur.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> integrim, derivim, konstante integrimi, rrugë, shpejtësi, nxitim, kohë, funksion.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë, Fizikë.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			



**Organizimi i orës së mësimi:**

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të plotësojnë pohimet e mëposhtme:

- derivati i funksionit jep shpejtësinë e ... të  $y$  në lidhje me ...;
- derivati i funksionit  $y = ax^n$  është ...;
- shpejtësia është derivati i ... në lidhje me ...;
- nxitimi është derivati i ... në lidhje me ...;

Pasi dëgjon përgjigjet e nxënësve, mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën:

- Një pikë materiale ka kryer lëvizje me shpejtësi që ndryshon sipas ligjit  $v(t) = x^2$ . A mund të gjeni rrugën që ka përshkruar pika për 10 s e para?

Mësuesi/ja tërheq vëmendjen e nxënësve duke theksuar se:

- Si e gjejmë shpejtësinë e një lëvizjeje?
- Si mundet të gjejmë lidhjen e rrugës me kohën kur njohim shpejtësinë në lidhje me kohën?
- Për të njehsuar shpejtësinë, kur njohim rrugën, realizojmë procesin e derivimit.
- A mund të gjeni një shprehje që pasi derivohet të dalë  $x^2$ ?

Nxënësit do të punojnë në dyshe për të zgjidhur situatën. Ata diskutojnë së bashku dhe paraqesin idetë e tyre.

(Shënim: Në këtë rast nxënësit mund edhe ta gjejnë funksionin e rrugës. Për këtë, mësuesi/ja i përgëzon dhe i sqaron se në mjaft raste është e vështirë që kjo të gjendet me mend.)

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja i ndihmon të zgjidhin situatën dhe paraqet kështu konceptin e anasjellë të derivatit.

- A mund të gjeni një veprim të kundërt me derivatin i cili t'ju çojë nga shpejtësia tek rruga?
- Çfarë forme do të kishte funksioni që do të paraqiste rrugën?
- A ju mjaftojnë të dhënat për të zgjidhur plotësisht ushtrimin?

Mësuesi/ja thekson se procesi i kundërt i derivimit quhet integrim.

Paraqitet në tabelë simbolika e integritit dhe rregulla e integritit të funksionit të trajtës

$$y = ax^n: \quad \int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$$

Duke u mbështetur te ky rregull, nxënësit ftohen të punojnë përsëri situatën e fazës së parë të mësimi dhe të kontrollojnë rezultatet me ato të gjetura më parë.

Më pas, mësuesi/ja paraqet kuptimin e konstantes së integritit dhe tregon se vlera e saj përcaktohet vetëm në rast se kemi informacion shtesë.

Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e shembullit 1 në faqen 113 dhe diskutohet në tabelë zgjidhja e tij. Nxënësit nxiten të rikujtojnë vetitë e rrënjëve dhe fuqive dhe të shprehin secilin monom si fuqi të  $x$ . Duke kryer hap pas hapi integrimin, sqarohen rregullat e mëposhtme:

- *Integrali i shumës së dy funksioneve është i barabartë me shumën e integraleve të secilit funksion;*
- *Konstantja del përpara shenjës së integralit.*

Nxënësit punojnë në dyshe për të njehsuar konstanten e integritit dhe krahasojnë rezultatin e gjetur me atë në tekst.

Nxënësit punojnë në dyshe ushtrimet 1/a, c, g, i, o, u, z dhe 2/a, d, g, h, j, k. Dyshet që kanë të njëjtat raste krahasojnë zgjidhjet dhe vlerësojnë punën e kryer. Më pas, disa prej rasteve punohen edhe në tabelë dhe nxënësit e tjerë mbajnë shënim dhe komentojnë zgjidhjet.

Pasi kanë përfunduar zgjidhjet, nxënësit bëjnë provën duke derivuar funksionin e gjetur.

- A është e saktë zgjidhja?
- Si ndikon konstantja e integritit në rezultat gjatë derivimit?

Mësuesi/ja fton nxënësit t'i rikthehen edhe njëherë situatës së diskutuar në fillim të mësimi. Shtrohen pyetjet:

- Çfarë paraqet integrali i shpejtësisë?
- Çfarë paraqet integrali i nxitimit?

Nxënësit përgjigjen dhe argumentojnë vërtetësinë e tyre duke u mbështetur në njohuritë e tyre mbi derivatin e funksionit.

Përfundimi: Integrali i shpejtësisë jep rrugën dhe integrali i nxitimit jep shpejtësinë.

Më pas, mësuesi/ja paraqet në tabelë formulën e Njuton-Lajbnic-it dhe shpjegon pse quhet teorema themelore e njehsimit diferencial dhe integral.

Për të ritheksuar edhe njëherë lidhjen mes integralit dhe derivatit punohet në tabelë ushtrimi 5 d në faqen 114.

<p><b>Përforcimi i të nxënit:</b> Nxënësit do të vazhdojnë të punojnë të ndarë në dyshe me ushtrimet 3/a, c, g, i, k, m, o, q në faqen 113 dhe 5/a, b në faqen 134. Pasi përfundojnë zgjidhjen dyshet fqinje krahasojnë rezultatet dhe më pas i paraqesin ato në tabelë. Nxënësit e tjerë drejtojnë pyetje dhe vlerësojnë zgjidhjet e paraqitura në tabelë.</p> <p>Më pas, dyshet grupohen në grupe me 4 vetë dhe punojnë zgjidhjen e ushtrimit 4 në faqen 114.</p> <p>Mësuesi/ja udhëzon dhe asiston grupet gjatë zgjidhjes. Theksohet edhe njëherë mënyra se si do të gjejnë konstanten e integrit.</p>
<p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e integralit të funksionit dhe identifikimin e konstantes së integrit.</p> <p>Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.</p>
<p><b>Detjra:</b> Ushtrimi 5/a, b, c faqe 114. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.</p> <p><b>Detjërë hulumtuese:</b> Mblidhni informacion mbi figurën e Keplerit dhe studimet e tij mbi periodat orbitale.</p>

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Integrimi (Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> Lëvizja e një grimce elementare me nxitim të caktuar e cila fillon nga prehja.	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- integron një funksion duke zbatuar rregullat e integrit;</li><li>- identifikon konstanten e integrit kur është e mundur;</li><li>- zgjidh situatat problemore me integrim.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> integrim, derivim, konstante integrimi, rrugë, shpejtësi, nxitim, funksion, pikë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca, Fizikë.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja shkruan në tabelë fjalën:			
		Integrali	
Nxënësit ftohen të shkruajnë njohuritë e tyre mbi integralin duke përfshirë rregullat e integrit, integralin e shpejtësisë dhe nxitimit, formulën e Njuton-Lajbnic, konstanten e integrit etj. Diskutohen idetë e nxënësve dhe plotësohet diagrami edhe në tabelë.			
Integrimi është procesi i anasjellë i derivimit			
$\int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$		$\int af(x) dx = a \int f(x) dx$	
$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$			
$\int v(t) dt = s(t) + c$		$\int a(t) dt = v(t) + c$	
$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$			
Më pas, mësuesi/ja sjell në vëmendjen e nxënësve kuptimin e grimcës elementare, gjendjes së prehjes, shpejtësisë dhe nxitimit të grimcës duke përgatitur kështu nxënësit për fazën e dytë të orës së mësim.			

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë hapat për zgjidhjen e problemave që kërkojnë integrim dhe diskutohet shkurt rreth tyre.

1. përcaktoni ndryshoren dhe formoni një ekuacion matematik sipas kushteve të problemës;
2. integroni;
3. përdorni kushtet fillestare për të gjetur konstanten e integrit;
4. zëvendësoni  $c$  në ekuacion dhe përgjigjuni problemës.

Më pas, mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e shembullit 2 në faqen 114 dhe nxënësit punojnë në grupe me 4 veta për zgjidhjen e problemës. Mësuesi/ja shtron pyetjet:

- Si do të vepron për të njehsuar shpejtësinë kur njihni funksionin e nxitimit?
- A mund ta gjeni rrugën pa e gjetur më parë shpejtësinë?
- Përse konstantja e integrit është zero në rastin e shpejtësisë?

Zgjidhja paraqitet në tabelë nga grupi që përfundon më shpejt dhe nxënësit e tjerë vlerësojnë zgjidhjen dhe krahasojnë rezultatet e paraqitura në tekst. Gjatë prezantimit të zgjidhjes komentohen dhe hapat e ndjekur sipas pikave më lart.

Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë rreth informacionet që kanë mbledhur paraprakisht për Keplerin duke u kujdesur që të përmenden:

- kush ishte Kepleri?
- cila ishte fusha e tij e veprimtarisë?
- si lidhen periodat orbitale me largësinë e tyre nga Dielli?

Pasi janë diskutuar dhe komentuar informacionet e përzgjedhura, paraqitet në tabelë situata e ushtrimit 3 në faqen 115.

Nxënësit vazhdojnë punën në grupe dhe pasi kanë realizuar integrimin kryejnë njehsimet e kërkuara për periodën e Tokës, Marsit dhe Saturnit.

Mësuesi/ja në bashkëpunim me nxënësit, rikujton edhe njëherë lidhjen integralit dhe derivatit si dhe kuptimin e derivatit të dytë të funksionit.

Më pas punohet ushtrimi 5 në faqen 115 dhe nxënësit, duke u nisur nga derivati i dytë i funksionit njehsojnë derivatin e parë dhe më pas vetë funksionin.

- Cilat janë kushtet shtesë që nevojiten për njehsimin përfundimtar të funksionit?

Punohet në tabelë zgjidhja e ushtrimit.

**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit do të punojnë të ndarë në grupe për zgjidhjet e problemave 2, 4 dhe 7 në faqen 115.

Mësuesi/ja udhëzon nxënësit që në fillim të përcaktojnë hapat dhe më pas të zgjidhin situatën. Pasi grupet përfundojnë zgjidhjet, i krahasojnë ato me grupet fqinje dhe më pas nga një përfaqësues i secilit grup i paraqet ato në tabelë. Për ushtrimin 7 diskutohet rreth kërkesës  $b$ , dhe nxënësit i përgjigjen pyetjeve:

- Si ndikojnë kushtet fillestare në rezultatet e zgjidhjeve të problemave?

Nxënësit e tjerë drejtojnë pyetje dhe vlerësojnë zgjidhjet e paraqitura në tabelë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e integralit të funksionit dhe zgjidhjen e situatave problemore me integrim.

Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.

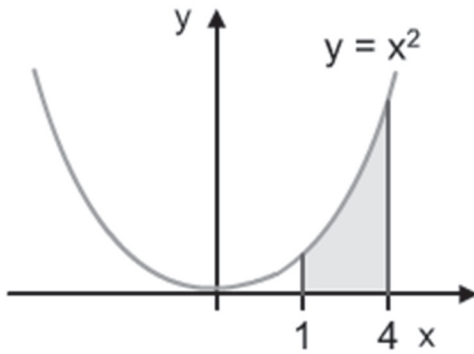
**Detyra:** Ushtrimet 1 dhe 6 faqe 115. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 9 faqe 115.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Syprina nën një vijë (Shkathtësi dhe aftësi)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b>		<b>Fjalët kyçe:</b> integrim, integral i caktuar, syprinë, kufi i poshtëm, kufi i sipërm, shtesë e funksionit.	
<b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> - njehson integralin e caktuar të një funksioni;			

<ul style="list-style-type: none"> <li>- njehson syprinën e kufizuar nga një vijë dhe boshti Ox;</li> <li>- njehson syprinën e një zone që ndodhet poshtë boshtit Ox.</li> </ul>	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse.	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca, Fizikë.
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<p><b>Organizimi i orës së mësim:</b></p> <p><b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja vizaton në tabelë grafikun:  Nxënësve ju kërkohet të hulumtojnë mbi një mënyrë për të njehsuar syprinën e kufizuar nga grafiku i funksionit <math>y = x^2</math>, boshti ox dhe drejtëzat <math>x = 1</math> dhe <math>x = 4</math>.  Nxënësit ndahen në grupe me 4-5 vetë dhe hulumtojnë për të gjetur zgjidhjen duke përdorur fillimisht ndarjen e zonës në drejtkëndësha apo trapezë.  Mësuesi/ja asiston nxënësit gjatë punës dhe i ndihmon ata të gjejnë me përafrim syprinën e kërkuar.  Më pas shtrohet pyetja:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A ka ndonjë mënyrë për të gjetur me saktësi syprinën në figurë?</li> </ul>	
	
<p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja i përgjigjet pyetjes së shtruar duke paraqitur kuptimin e integralit të caktuar. Paraqitet në tabelë simbolika e shkrimit të integralit të caktuar dhe nxënësit identifikojnë kufirin e poshtëm dhe të sipërm të integrimit: <math>\int_a^b f(x)dx</math></p> <p>Mësuesi/ja thekson se rregullat e integrimit mbeten të njëjtat.</p> <p>Nxënësit i rikthehen situatës së paraqitur në fillim të mësim. Shënohet me <math>S(4)</math> syprinën e kufizuar nga boshti ox dhe drejtëza <math>x = 4</math> dhe <math>S(1)</math> syprina e kufizuar nga boshti Ox dhe drejtëza <math>x = 1</math>. Nxënësit arsyetojnë dhe tregojnë se syprina e kërkuar është pikërisht <math>S(4) - S(1)</math>.</p> <p>Ata kryejnë njehsimet e nevojshme dhe krahasohen rezultatet e gjetura me parashikimet e kryera më parë.</p> <p>Mësuesi/ja paraqet më pas në mënyrë të përmblendhur rezultatin e gjetur se: <math>\int_a^b f(x)dx = S(b) - S(a)</math>.</p> <p>Nëpërmjet teknikës së leximit të drejtuar dhe mbajtjes së strukturuar të shënimeve, nxënësve u kërkohet të lexojnë informacion në faqen 116 dhe më pas, në fletoren e klasës, do të përkthejnë simbolikën e Lajbnic-it në gjuhën e njohur të njehsimit diferencial dhe integral.</p> <p>Interpretohet përfundimi i arritur duke rikujtuar formulën e Njuton-Lajbnic-it për njehsimin integral.</p> <p>Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e shembullit 1 në faqen 117 dhe nxënësit kryejnë në dyshe veprimet për të njehsuar integralin e kërkuar. Rezultati i gjetur krahasohet me atë në tekst.</p> <p>Në mënyrë të ngjashme, veprohet edhe për rastet a, c, d dhe f të ushtrimit 1 në faqen 118. Pasi dyshet e nxënësve përfundojnë zgjidhjet, këmbëjnë fletoret me dyshet që kanë të njëjtin rast për të zgjidhur, dhe krahasojnë rezultatet. Pas kësaj nxënës të ndryshëm paraqitin zgjidhjet në tabelë.</p> <p>Kalohet në shqyrtimin e shembullit 2 në faqen 117. Nxënësit kryejnë integrimin dhe mësuesi/ja shtron pyetjen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Përse rezultati që gjetët është negativ?</li> <li>- Çfarë kemi bërë gabim?</li> <li>- Ku qëndron gabimi në arsyetim?</li> </ul> <p>Nxënësit, duke theksuar se syprina nuk mund të marrë vlerë negative, hulumtojnë dhe në bashkëpunim me mësuesin, sqarohet se për të njehsuar syprinën që ndodhet poshtë boshtit Ox duhet të vendosim shenjën ( - ) përpara integralit të funksionit.</p> <p>Punohet në tabelë ushtrimi 2 d dhe argumentohet edhe njëherë rruga e zgjidhjes dhe hapat e ndjekur për njehsimin e syprinës.</p> <p><b>Përforcimi i të nxënit:</b> Nxënësit, lexojnë mënyrën e njehsimit të integralit të caktuar me anë të makinës llogaritëse dhe punojnë në dyshe për të njehsuar: <math>\int_1^2 (3x^4 - x^3 + 1)dx</math>.</p> <p>Njëri nga nxënësit kryen integrimin në fletore, tjetri me makinë llogaritëse dhe krahasohen rezultatet.</p>	

<p>Më pas nxënësit do të punojnë të ndarë në grupe me ushtrimin 1/b, g, h, k, q, r. Pasi përfundojnë zgjidhjet, grupi zgjedh një përfaqësues i cili do të paraqesë dhe argumentojë zgjidhjen në tabelë. Nxënësit e tjerë i drejtojnë pyetje dhe vlerësojnë zgjidhjen.</p> <p>Kalohet më pas në ushtrimin 2/a, b, e dhe f. Për secilin rast, pasi është përfunduar zgjidhja, nxënësit kontrollojnë me makinë llogaritëse saktësinë e rezultatit.</p> <p>Mësuesi/ja fton nxënësit të hulumtojnë për rastin 2a.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A mund të gjeni një mënyrë për të paraqitur syprinën e zonës nëse nuk do të kishit kufij të përcaktuar?</li> </ul> <p>Diskutohen idetë e nxënësve dhe mësuesi/ja i drejton drejt zgjidhjes.</p> <p>Nxënësit e gjejnë syprinën e kërkuar të 2/a me dy kërkesa.</p>
<p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e integralit të caktuar të funksionit dhe njehsimin e syprinës së kufizuar nga <math>f(x)</math> dhe boshti Ox. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.</p>
<p><b>Detyra:</b> Ushtrimi 1/m, n, o, p dhe 2/c, g, h, i në faqen 118. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.</p>

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

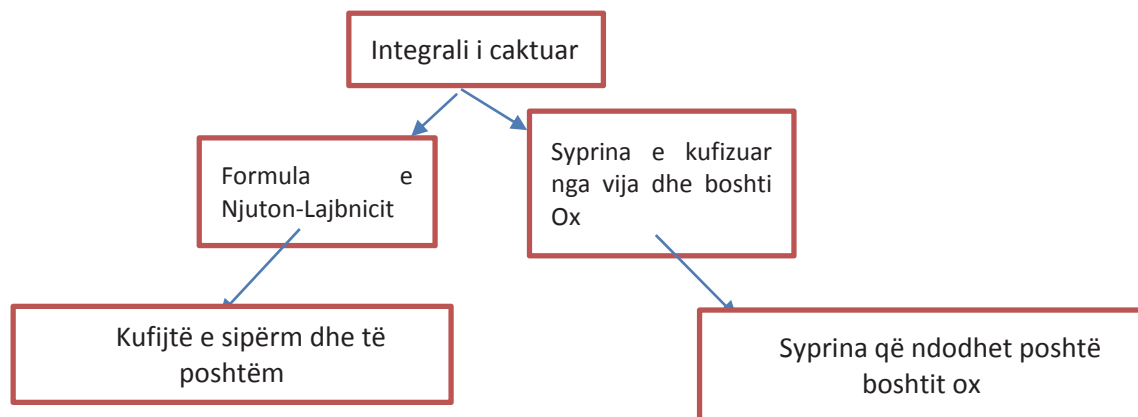
Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Syprina nën një vijë (Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënët:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënët të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- njehson integralin e caktuar të një funksioni;</li> <li>- njehson syprinën e kufizuar nga një vijë dhe boshti Ox;</li> <li>- njehson syprinën e zonës që ndodhet poshtë boshtit Ox.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> integrim, integral i caktuar, syprinë, kufi i poshtëm, kufi i sipërm, shtesë e funksionit.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca, Fizikë.	

### Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

#### Organizimi i orës së mësim:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të plotësojnë hartën e koncepteve me njohuritë e përvetësuara mbi integralin e caktuar:



Nxënësit identifikojnë rregullat, formulat dhe përkufizimet e njohura dhe më pas diskutohen përfundimet në tabelë.

Mësuesi/ja fton nxënësit të punojnë në dyshe për të njehsuar syprinën e kufizuar nga grafiku i funksionit:

- $y = x^3$ , boshti ox dhe drejtëzat  $x = 1$ ,  $x = 3$

- $y = \sqrt{2x}$ , boshti  $Ox$  dhe drejtëzat  $x = 0$ ,  $x = 5$
- $y = x^2 - 4$ , boshti  $Ox$  dhe drejtëzat  $x = -2$ ,  $x = 2$

Mësuesi/ja udhëzon që ata në fillim duhet të ndërtojnë grafikun dhe më pas të gjejnë zonën së cilës duhet t'i njehsojnë syprinën. Dyshtet e afërta kontrollojnë zgjidhjet me njëra-tjetrën dhe rezultatet paraqiten në tabelë.

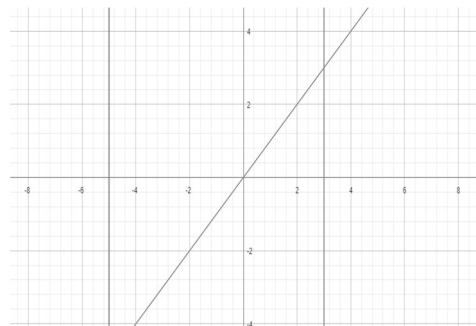
**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja paraqet në tabelë hapat për njehsimin e syprinës nën vijë dhe nxënësit diskutojnë rreth tyre.

Paraqitet në tabelë situata e ushtrimit 1 në faqen 119.

Mësuesi/ja fillimisht fton nxënësit të skicojnë grafikun duke hamendësuar një vlerë të caktuar të  $a$ -së.

Më pas drejton pyetjet:

- Si do ta njehsonit syprinën në fjalë nëse  $a = -5$ ?
- Cila është rruga që duhet të ndiqni për të njehsuar  $a$ ?
- A varet procesi i integrit nga shenja e  $a$ ?
- Si do të veproni për pjesën e grafikut që ndodhet poshtë boshtit  $Ox$ ?

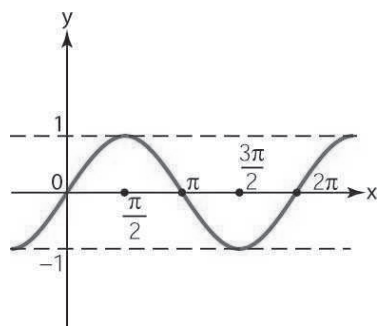


Nxënësit vijojnë punën për zgjidhjen e problemës dhe mësuesi/ja i udhëzon ata të njehsojnë syprinën e kufizuar nga  $x = 0$  dhe  $x = 3$  dhe më pas të arsyetojnë mbi atë pjesë të syprinës që ndodhet nën boshtin  $Ox$ .

- A garantohet në këtë rast saktësia e zgjidhjes?
- Pse nuk mund të arsyetoni menjëherë për kufijtë “nga  $a$  deri në 3”?

Pasi përfundohet zgjidhja, nxënësit e paraqesin atë në tabelë duke argumentuar veprimet e kryera.

Më pas vazhdohet puna me ushtrimin 8 në faqen 119.



Nxënësit fillimisht skicojnë grafikun e  $y = \sin x$ . Mësuesi/ja e ndan klasën në dy grupe të mëdha.

Grupit të parë i kërkohet të gjejë duke integruar syprinën e kufizuar nga ky grafik, boshti  $Ox$  dhe drejtëzat  $x = 0$ ;  $x = 360^\circ$ .

Grupit të dytë i kërkohet të argumentojë nisur nga grafiku për vlerën e syprinës së kërkuar.

Mësuesi/ja asiston dhe udhëzon të dy grupet dhe më pas dy përfaqësues paraqesin zgjidhjen në tabelë.

- Përse syprina është e barabartë me zero për grupin e parë?
- A është i drejtë ky përfundim?
- Si duhet vepruar për të korrigjuar gabimin?

Nxënësit paraqesin idetë e tyre dhe mësuesi/ja udhëzon nxënësit të njehsojnë integralin nga zero deri në  $180^\circ$  dhe më pas ta shumëzojnë atë me 2. Diskutohet rezultati përfundimtar.

**Përforcimi i të nxënësve:** Nxënësit do të vazhdojnë të punojnë të ndarë në grupe me 4-5 veta, situatat problemore 2, 4, 6 dhe 7 në faqen 119.

Grupet që kanë të njëjtin ushtrim do të vlerësojnë zgjidhjen e njëri-tjetrit dhe më pas do të zgjedhin një përfaqësues i cili do të paraqesë zgjidhjen në tabelë dhe do ta argumentojë e interpretojë atë për pjesën tjetër të klasës.

Mbahen shënime zgjidhjet dhe nxënësit i drejtojnë pyetje njëri-tjetrit mbi paqartësitë e mundshme.

Mësuesi/ja asiston dhe udhëzon grupet gjatë punës.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e integralit të caktuar të funksionit dhe njehsimin e syprinës së kufizuar nga  $f(x)$  dhe boshti  $Ox$ . Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.

**Detyra:** Ushtrimet 3, 5, 9 në faqen 119. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 10 në faqen 119



<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje Eksplorim. Përtej provimeve Vlerësim për kreun 4		<b>Situata e të nxënës:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Vetëvlerësim i nxënësit</li><li>Ngjitja me ashensor</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënës të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>njihson derivatin e një funksioni;</li><li>njihson shpejtësinë dhe nxitimin me ndihmën e derivatit;</li><li>përcakton ekstremumet e një funksioni;</li><li>njihson integralin e pacaktuar dhe integralin e caktuar të funksionit me ndihmën e formulës së Njuton -Laibnicit;</li><li>njihson syprinën e kufizuar nga vija të ndryshme, me ndihmën e integralit të caktuar;</li><li>shkruan ekuacionin e tangjentës me grafikun e funksionit.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat, integral, shpejtësi e ndryshimit të funksionit, koeficient këndor i tangjentës, integral i pacaktuar, integral i caktuar, syprinë, tangjente, pingule, koeficient këndor i tangjentës	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse, vizore		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në këtë orë mësimi, puna do të ndahet në dy faza. Në fazën e parë, do të përsëriten në mënyrë të përmbledhur kuptimet kryesore të kreut 4 (derivatet dhe integrale). Në funksion të kësaj, mësuesi/ja shënon në tabelë:			
		Derivati funksionit	Integrali funksionit
Dhe fton nxënësit të ndërtojnë hartën e konceptit për secilin prej këtyre koncepteve, ku të theksojnë dhe lidhjen midis tyre. Ai/ajo nxit nxënësit të kujtojnë:			
1. Ç’është derivati? Si gjendet ai? 2. Çfarë tregon derivati? 3. Përse shërben? 4. Cili është kuptimi gjeometrik i tij? Po ai mekanik?		5. Ç’është integrali? Si gjendet ai? 6. Çfarë tregon integrali? 7. Nga dallon integrali i pacaktuar nga ai i caktuar? 8. Ku përdoret integrali i caktuar?	
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Nxënësit plotësojnë hartën fillimisht në fletore dhe më pas idetë hidhen tek harta e përbashkët në tabelë. Diskutohet rreth plotësimit të saj duke bërë të mundur kështu dhe përsëritjen e kreut 4. Në përfundim të diskutimit, mësuesi/ja në bashkëpunim me nxënësit, formulon edhe njëherë kuptimet themelore të kreut. Një pamje e hartës së plotësuar mund të jetë si më poshtë. Më pas, mësuesi/ja udhëzon nxënësit të punojnë me ushtrimet: 2/a, d, g, 3/a, c, 5/b, 6/d, 7/d, 8/b, c, dhe 10/a faqe 122-123. Për këtë, ai/ajo ju lë 20 minuta kohë. Mësuesi/ja vëzhgon punën e nxënësve pa ndërhyrë në veprimet e tyre. Pasi përfundojnë diskutohen zgjidhjet në tabelë për disa nga ushtrimet, ku secili prej nxënësve bën edhe vetëvlerësimin e vetes për mënyrën se si i ka zgjidhur ato. Më pas, mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e ushtrimit 4/d. Për këtë nxënësit punojnë në dyshe. Njëra nga dyshet e paraqet zgjidhjen në tabelë. Më tej do të vazhdohet me rubrikën Eksplorim/përtej provimeve, në faqen 124. Kjo rubrikë, ka në qendër, përvetësimin e njohurive nëpërmjet hulumtimit. Fillimisht nxënësit njihen me materialin historik të prezantuar në faqen 124. Më pas, mësuesi/ja kërkon që nxënësit në dyshe të hulumtojnë rreth zbatimit të teoremës themelore të njehsimit integral, në njehsimin e syprinave. Për këtë nxënësit zgjidhin ushtrimet 11 dhe 29 në faqet 126-127. Duke studiuar grafikët e dhënë, mësuesi/ja orienton nxënësit të ndajnë zonën e kufizuar nga grafikët dhe boshtet koordinativë, fillimisht në 4 zona (në intervale të barabarta), dhe të njehsojnë syprinën. Për secilën nga zonat, nxënësit			

njehsojnë syprinat duke formuar trapezë të ndryshëm. Pasi kanë njehsuar syprinat në këtë mënyrë, nxënësit njehsojnë syprinën edhe me ndihmën e teoremës themelore, duke krahasuar kështu përfundimet.



**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit do të vazhdojnë punën në dyshe për zgjidhjen e ushtrimeve 6, 17, 25, 30 në faqet 125, 126, 127. Mësuesi/ja udhëzon që të argumentojnë çdo veprim që ata kryejnë.

Pasi përfundojnë, dyshet fqinje, këmbëjnë zgjidhjet me njëra-tjetrën dhe i kontrollojnë ato, duke bërë kështu edhe një vlerësim për njëri-tjetrin. Zgjidhjet e këtyre ushtrimeve diskutohen edhe në tabelë.

Në varësi të kohës mund të punohen edhe ushtrimet 39-45 në faqen 128 (Këto ushtrime iu jepen nxënësve që mbarojnë më shpejt zgjidhjen e ushtrimeve të para dhe në varësi të kohës ato zgjidhen prej tyre në tabelë.).

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e derivatit, shpejtësisë së ndryshimit, integralit të caktuar të funksionit dhe njehsimin e syprinës së kufizuar nga  $f(x)$  dhe boshti  $Ox$ . Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.

Gjithashtu në vlerësim merret parasysh edhe vetëvlerësimi që nxënësi bën për veten, edhe vlerësimet për njëri-tjetrin.

**Detyra:** Ushtrimet 18, 24, 32, 45 në faqen 126, 127, 128. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë krijuese për portofol:** Zbuloni kontributet që kanë dhënë Njutoni dhe Lajbnici për teoremën e njehsimit diferencial dhe integral dhe më pas shkruani një ese. Përshkruani çdo ngjashmëri dhe ndryshim midis punimeve të secilit matematikan, si dhe tregoni që rezultatet e tyre plotësuan ose mbështetën atë çka ishte zbuluar më parë në fushën e njehsimit diferencial dhe integral.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Ushtrime për përsëritje Kreu 1-4		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ushtrime dhe problema faqe 129-134</li> <li>Njehsimi i përmasave të kutisë</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b>		<b>Fjalët kyçe:</b> rreth, rreze, koeficient këndor, largesë, rrënjë, fuqi, polinom, faktorizim, pjesëtim, grafik, zbërthim	



<ul style="list-style-type: none"> <li>- përdor vërtetimin e drejtpërdrejtë, vërtetimin me shqyrtim të rasteve të mundshme dhe kundërshebullin;</li> <li>- kryen veprimet me fuqitë, rrënjët, polinomet;</li> <li>- zgjidh në mënyra të ndryshme ekuacione përfshirë dhe ekuacionet trigonometrike, sisteme ekuacionesh dhe inekuacione;</li> <li>- shkruan ekuacionet e drejtëzave dhe rrathëve në sistemin koordinativ dhe ekuacionin e tangjentes me grafikun e funksionit;</li> <li>- kryen zbërthime polinomiale me ndihmën e <math>C_{n,r}</math>;</li> <li>- përdor teoremat e sinusit dhe të kosinusit, si edhe formulën e syprinës së trekëndëshit;</li> <li>- njehson derivatin dhe integralin e një funksioni;</li> <li>- njehson syprinat e kufizuara nga grafiku i një funksioni dhe boshti <math>Ox</math>.</li> </ul>	polinomial, derivat; shpejtësi e ndryshimit të funksionit, integral i caktuar, integral i pacaktuar, syprinë, tangjente, pingule, koeficient këndor i tangjentes, funksion
--	--

**Burimet:** libri i nxënësit, libri i mësuesit, letër  $A_3$ , vizore, raportor, makinë llogaritëse

**Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:** shkenca

### Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

#### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja ndan klasën në tetë grupe dhe secilit grup i jep detyrë të ndërtojë një kllaster për njohuritë e një kapitulli. Dy grupe të ndryshme do të kenë të njëjtën detyrë.



Për këtë iu lihet në dispozicion 7 minuta kohë. Secili grup prezanton kllasterin e vet. Grupet e tjera mund të plotësojnë nëse ata kanë lenë pa përmendur ndonjë njohuri.

Mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të bëjnë vlerësimin e punës së grupeve.

- Cili grup ishte më i qartë dhe kishte punuar më mirë?
- Çfarë do kishit bërë ju ndryshe për këtë kapitull?

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të hapin librat në faqen 129 dhe zhvillojnë me gojë ushtrimin 1 duke argumentuar përgjigjen që japin. Më pas, ai/ajo drejton pyetjet:

- Cila është mënyra që do të përdornit për të zgjidhur sistemin në ushtrimin 2? Pse?
- Pse ekuacioni i ushtrimit 3 nuk ka zgjidhje për  $k = 10$ ?
- Sa zgjidhje ka ai për  $k = 6$ ?

Më pas, mësuesi/ja secilit i jep detyrën grup. Udhëzon nxënësit që në fillim të përcaktojnë njohuritë që do të përdorin për zgjidhjen e ushtrimeve përkatëse dhe më pas të argumentojnë veprimet që do të kryejnë për zgjidhjen.

Detyrat përcaktohen si më poshtë:

Grupi 1: Ushtrimet 3 dhe 9 fq. 129-130	Grupi 2: Ushtrimet: 6 dhe 14 fq. 129-130	Grupi 3: Ushtrimet 4 dhe 10 fq. 129-130	Grupi 4: Ushtrimet 7 dhe 11 fq. 129-130
Grupi 5: Ushtrimet 5 dhe 13 fq. 129-130	Grupi 6: Ushtrimet 15 dhe 21 fq. 130-131	Grupi 7: Ushtrimet 17 dhe 24 fq. 130-131	Grupi 8: Ushtrimet 8 dhe 20 fq. 130-131

Nxënësit punojnë për zgjidhjen e problemave ku dhe brenda grupit mund të ndahen në dy nëngrupe dhe secili zgjidh njërën nga dy situatat e dhëna. Zgjidhjet e grupeve do korrigjohen nga një grup tjetër duke i këmbyer ato zinxhir. P.sh. grupi 1 ia jep detyrën e vet grupit 2 për ta korrigjuar dhe korrigjon detyrën e grupit 6; grupi 2 ia jep detyrën e vet grupit

<p>3 dhe korrighon detyrën e grupit 1 e kështu me radhë. Duhet të kihet në vëmendje nëse ndonjë grup ka gabuar zgjidhjet, të korrighohet nga grupi korrighues dhe t'i shpjegohet gabimi grupit fillestar. Pas vlerësimeve të bëra, secili grup e prezanton detyrën e vet në tabelë ku komenton dhe argumenton veprimet e kryera.</p> <p><b>Përforcimi i të nxënësve:</b> Nxënësit vazhdojnë të punojnë në grupe ku tashmë secili grup ka një nga ushtrimet 35, 39, 44, 46, 48, 50, 52, 55 në faqet 132, 133, 134. Pasi përfundojnë përsëri, grupet këmbëjnë fletoret zinxhir me njëri-tjetrin (si më lart) dhe korrighojnë zgjidhjet. Më pas, secili grup prezanton zgjidhjet në tabelë. Grupet e tjera i drejtojnë pyetje ose plotësojnë në argumentimet e veprimeve.</p> <p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson ata duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë për të përcaktuar saktë hapat e zgjidhjes të situatave problemore si dhe në zgjidhjen dhe argumentimin e tyre. Gjithashtu vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në vërtetimet e ndryshme, në veprimet me fuqitë dhe rrënjët, në zbatimet e teoremave të trigonometrisë, në njehsimin e derivatit, shpejtësisë së ndryshimit, integralit të caktuar të funksionit dhe njehsimin e syprinës së kufizuar nga <math>f(x)</math> dhe boshti Ox. Vlerësimin e mbështet dhe në aktivizimin në grup apo dhe për vlerësimin e saktë të punës së nxënësve të tjerë.</p> <p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 33, 34, 45 në faqet 132-133. Mësuesi/ja jep udhëzimet e duhura për zgjidhjen e detyrave.</p> <p><b>Detyrë hulumtuese:</b> Njehsoni syprinën e kufizuar nga grafikët e funksioneve:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>y = \sqrt{x}</math> boshti Ox dhe drejtëzat <math>x = 0</math> dhe <math>x = 4</math></li> <li><math>xy = 8</math> boshti Ox dhe drejtëzat <math>x = 1</math> dhe <math>x = 4</math></li> </ol>
---

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Test përmbledhës (kreu 1, 2, 3, 4) Diskutim dhe vetëvlerësim për testin përmbledhës		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- përdor vërtetimin e drejtpërdrejtë, vërtetimin me shqyrtim të rasteve të mundshme dhe kundërshtimet;</li><li>- kryen veprimet me fuqitë, rrënjët, polinomet;</li><li>- zgjidh në mënyra të ndryshme ekuacione përfshirë dhe ekuacionet trigonometrike, sisteme ekuacionesh dhe inekuacione;</li><li>- përdor ekuacionet e drejtëzave dhe rathëve në sistemin koordinativ;</li><li>- kryen zbërthime polinomiale me ndihmën e <math>C_{n,r}</math>;</li><li>- skicon grafikë të ndryshëm;</li><li>- përdor teoremat e sinusit dhe të kosinusit, si edhe formulën e syprinës së trekëndëshit.</li></ul>		<b>Njohuritë kryesore matematikore që do kontrollohen gjatë zhvillimit të testit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- veprimet me numrat irracionalë;</li><li>- vërtetime sipas metodave të mësuara;</li><li>- zbërthimi i <math>C_{n,r}</math>;</li><li>- zbërthimi i polinomeve;</li><li>- njehsimi i vlerave të funksioneve trigonometrike;</li><li>- identitetet dhe ekuacionet trigonometrike;</li><li>- teoremat e sin, cos;</li><li>- derivatet dhe monotonia;</li><li>- integralet;</li><li>- problemat me optimizim</li></ul>	
<b>Burimet:</b> teksti i nxënësit, testi i përgatitur nga mësuesi		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Ora e parë:</b> 45 minutat e para zhvillohet testi. <b>Ora e dytë:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Pasi nxënësit kanë përfunduar testin, mësuesi/ja kërkon që të shprehin mendimet e tyre rreth ushtrimeve të testit dhe vështirësive që hasën. Zhvillohet një diskutim ku nxënësit shprehen lirshëm rreth testit. Mësuesi/ja dëgjon mendimet e tyre dhe bën edhe sqarimet përkatëse.			

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë tani zgjidhjen një për një të të gjitha kërkesave të testit. Për ushtrimet që nxënësit s'kanë hasur vështirësi apo s'kanë gjë të paqartë, mund të diskutohet vetëm përgjigjja pa e zgjidhur atë në tabelë.

Ushtrimet e tjera zgjidhen në tabelë nga nxënës të ndryshëm, duke pasur parasysh që të paraqiten të gjitha mënyrat që ata kanë përdorur për zgjidhjen. Pasi dëgjon sqarimet dhe argumentimet e tyre rreth zgjidhjeve, mësuesi/ja ndërhyr në rast gabimi apo bën edhe vlerësim kur ata kanë arsyetuar në mënyrë të drejtë.

Për ndonjë kërkesë të veçantë ku mund të mos jetë zgjidhur drejt nga asnjë nxënës, mësuesi/ja me anën e pyetjeve që ajo drejton, i nxit nxënësit drejt zgjidhjes, duke theksuar edhe njohuritë që do të përdorin dhe pse pikërisht duhet të përdorin ato.

**Përforcimi i të nxënit:** Pasi janë diskutuar të gjitha ushtrimet e testit, mësuesi/ja fton nxënësit të vlerësojnë veten për sa i përket testit dhe të nxjerrin pikat e tyre të dobëta për këta kapituj. Dëgjon vetëvlerësimet e disa prej nxënësve.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime për disa prej nxënësve duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë për të përcaktuar saktë hapat e zgjidhjes të situatave problemore, si dhe në zgjidhjen dhe argumentimin e tyre. Gjithashtu, interes paraqet edhe vetëvlerësimi që nxënësit i bëjnë vetes.

**Detyra:** Mund të jepen ushtrime rreth njohurive ku ata paraqitën vështirësi.

## Test përmbledhës 1:

### Lënda: Matematikë bërthamë Kreu (1, 2, 3, 4)

### Algjebra, Polinomet dhe teorema binomiale, Trigonometria, Derivimi dhe integrimi

1. Syprina e një katrori me brinjë  $2 + \sqrt{3}$ , është e barabartë me syprinën e një trekëndëshi kënddrejtë me njërin katet 4 cm. Njehsoni gjatësinë e katetit tjetër. **(3 pikë)**
2. Vërtetoni  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ . **(2 pikë)**
3. Paraqitni më thjeshtë:
  - a.  $C_{n,3} =$  **(1 pikë)**
  - b.  $\frac{(n+3)!}{n(n+1)!}$  **(2 pikë)**
4. Jepet polinomi:  $P(X) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ 
  - a. Tregoni nëse  $x = 1$  është rrënjë e polinomit. **(1 pikë)**
  - b. Shprehni polinomin  $P(x)$  në trajtën  $\mathbf{P(x) = (x-1)(x^2 + ax + b) + c}$  **(2 pikë)**
5.
  - a. Për këndin  $\alpha$ , jepet  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ . Njehsoni vlerat e  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$  nëse  $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$  **(2 pikë)**
  - b. Thjeshtoni shprehjen:  $(\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - (\tan \alpha - \cot \alpha)^2$  **(2 pikë)**
6. Zgjidhni ekuacionin trigonometrik  $\sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0$  në  $[0, 2\pi]$  **(3 pikë)**
7. Në trekëndëshin ABC, jepen brinjët  $AB = 12$  m,  $AC = 17$  m dhe këndi  $BAC = 30^\circ$ .
  - a. Njehsoni perimetrin e trekëndëshit ABC. **(2 pikë)**
  - b. Njehsoni syprinën e trekëndëshit ABC. **(2 pikë)**
8. Njehsoni derivatin e funksionit:
  - a.  $y = 3x^3$  në pikën  $x = -1$ . **(2 pikë)**
  - b.  $y = \frac{x+3}{x}$  në pikën  $x = 1$ . **(3 pikë)**
  - c.  $\int_1^4 (x+6) dx$  **(2 pikë)**
  - d.  $\int_1^9 \frac{x+1}{2\sqrt{x}} dx$  **(3 pikë)**
9. Një parashutist, hidhet nga një avion në ngjitje. Lartësia e tij nga Toka jepet me formulën  $h = 4000 + 3t - 4,9t^2$ .
  - a. Në cilin çast shpejtësia është 46 m/s? **(2 pikë)**
  - b. Sa do të jetë nxitimi në këtë çast? **(2 pikë)**
10. Një sipërfaqe toke ka formën e një sektori qarkor me rreze  $r$ . Nëse perimetri i sipërfaqes së tokës do të jetë 200 m, sa duhet të merret rrezja që të përftohet syprina më e madhe e mundshme? **(4 pikë)**

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Pikët	0 – 9	10 – 15	16 – 20	21 – 25	26 – 30	31 – 35	36 – 40

### Çelësi i zgjidhjes:

<b>Ushtrimi 1:</b> shkrimi i barazimit për syprinën e katrorit	1 pikë;
njehsimi i syprinës në katrorit	1 pikë;
gjetja e katetit tjetër	1 pikë;
<b>Ushtrimi 2:</b> zbatimi i mosbarazimit $(a-b)^2 \geq 0$	1 pikë;
vërtetimi i kërkuar	1 pikë;
<b>Ushtrimi 3/b:</b> zbërthimi i faktorialit	1 pikë;
Thjeshtimi dhe njehsimi i saktë	1 pikë;
<b>Ushtrimi 4/b:</b> pjesëtimi i polinomit	1 pikë;
shkrimi si prodhim faktorësh	1 pikë;
<b>Ushtrimi 5/a:</b> njehsimi i $\cos x$	1 pikë;
njehsimi i $\tan x$	1 pikë;
<b>Ushtrimi 5/b:</b> zbërthimi i formulës	1 pikë;
njehsimi i vlerës së shprehjes	1 pikë;
<b>Ushtrimi 6:</b> njehsimi i vlerave për $\sin x$	1 pikë;
njehsimi i $x_1$	1 pikë;
njehsimi i $x_2$	1 pikë;
<b>Ushtrimi 7/a:</b> njehsimi i brinjës BC	1 pikë;
njehsimi i $P$	1 pikë;
<b>Ushtrimi 7/b:</b> shkrimi i formulës për S	1 pikë;
njehsimi i S	1 pikë;
<b>Ushtrimi 8/a:</b> njehson derivatin	1 pikë;
njehson derivatin në pikën e kërkuar	1 pikë;
<b>Ushtrimi 8/b:</b> zbaton formulën për derivatin e raportit	1 pikë;
njehson derivatin	1 pikë;
njehson derivatin në pikën e kërkuar	1 pikë;
<b>Ushtrimi 8/c:</b> njehson integralin e pacaktuar	1 pikë;
zbaton formulën e Njuton-Lajbnic	1 pikë;
<b>Ushtrimi 8/d:</b> zbaton vetitë e integralit dhe ndan atë në dy integrale më të thjeshta	1 pikë;
njehson integralin e pacaktuar	1 pikë;
zbaton formulën e Njuton-Lajbnic	1 pikë;
<b>Ushtrimi 9/a:</b> përcakton shpejtësinë si derivat i lëvizjes	1 pikë;
formon ekuacionin $f'(x) = 46 \text{ m/s}$ dhe njehson $t$	1 pikë;
<b>Ushtrimi 9/b:</b> përcakton nxitimin si derivat i dytë i lëvizjes ose si derivat i shpejtësisë	1 pikë;
njehson nxitimin për $t$ e gjetur	1 pikë;
<b>Ushtrimi 10</b> përcakton lidhjen $2r + l = 200 \text{ m}$ , dhe zëvendëson $l$ , në formulën e syprinës	
së sektorit qarkor	1 pikë;
shpreh $S$ në varësi të $r$ , dhe përcakton vlerat e lejuara të $r$ dhe $l$	1 pikë;
studion monotoninë	1 pikë;
përcakton me argumentim vlerën e kërkuar të $r$	1 pikë;

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII—
<b>Tema mësimore:</b> Diskutimi i portofolit të nxënësit në fund të tremujorit të parë		<b>Situata e të nxënit:</b> Detyra krijuese	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b>			
<b>Nxënësi/ja në fund të orës së mëimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- diskuton punimet në portofolin e tij;</li><li>- jep mendime për portofolin e nxënësve të tjerë;</li><li>- jep gjykimin për portofolin e tij.</li></ul>			
<b>Detyrat në portofol:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Detyrë krijuese për portofol: Lidhja ndërmjet Teoremës Ferma dhe teoremës së Pitagorës</li><li>- Detyrë krijuese për portofol: <math>(3,01)^n</math> mund të shkruhet në formën <math>...^n(1 + ...) ^n</math>. Hulumtoni dhe argumentoni rreth trekëndëshit të Paskalit.</li><li>- Detyrë krijuese për portofol: Zbulimin e formulës <math>\sin(x + y)</math></li><li>- Detyrë krijuese për portofol : Zbuloni kontributet që kanë dhënë Njutoni dhe Lajbnici për teoremën e njehsimit diferencial dhe integral dhe më pas shkruani një ese. Përshkruani çdo ngjashmëri dhe ndryshim midis punimeve të secilit matematikan, si dhe tregoni që rezultatet e tyre plotësuan ose mbështetën atë çka ishte zbuluar më parë në fushën e njehsimit diferencial dhe integral.</li><li>- Detyra hulumtuese nga kapitulli 1: Ushtrimet: 11 në faqen 7, 14 në faqen 10, 15 në faqen 15, 8 në faqen 21, 14 në faqen 25, 7 në faqen 31, 11 në faqen 37</li><li>- Detyra hulumtuese nga kapitulli 2: Ushtrimet: 13 në faqen 47, 19 në faqen 53, 15 në faqen 57, 8 në faqen 63</li><li>- Detyra hulumtuese nga kapitulli 3: Ushtrimet: 13 në faqen 75, 12 në faqen 79</li><li>- Detyra hulumtuese nga kapitulli 4: Ushtrimet: 6 faqe 89, 7 faqe 93, 10 faqe 99, 13 faqe 105, 9 faqe 111, 9 faqe 115, 10 faqe 119 Ushtrimi: Njehsoni syprinën e kufizuar nga grafikët e funksioneve:<ul style="list-style-type: none"><li>1. <math>y = \sqrt{x}</math> boshti Ox dhe drejtëzat <math>x = 0</math> dhe <math>x = 4</math></li><li>2. <math>xy = 8</math> boshti Ox dhe drejtëzat <math>x = 1</math> dhe <math>x = 4</math></li></ul></li><li>- Projekti 1. Faza e parë</li></ul>			
<b>Burimet:</b> Teksti i nxënësit, interneti, libra shkencorë, enciklopedi		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b>	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mëimit:</b> Nxënësit kanë përgatitur dhe kanë me vete portofolat e tyre. Nxënësi ka të detyruar të paraqesë në portofol projektin dhe 3 nga detyrat hulumtuese më lart ku të paktën njëra prej tyre do të jetë nga tri detyrat krijuese. Prezantojnë detyrat që kanë zhvilluar dhe japin gjykimin e vet për saktësinë dhe qartësinë e tyre. Mësuesi/ja diskuton portofolin e secilit nxënës duke pasur parasysh shënimet që ka vendosur në projektin kurrikular ose në detyrat hulumtuese gjatë kohës së zhvillimit të tyre. Mësuesi/ja komunikon vlerësimin e portofolit duke argumentuar anët e forta dhe të dobëta për secilin nxënës, duke pasur parasysh edhe gjykimin e vetë nxënësit. Udhëzon sipas rastit kur është e nevojshme përmirësimin e ndonjë detyre apo pasurimin e portofolit me punë të tjera hulumtuese. Vlerësohet si bonus ndonjë hulumtim i veçantë i nxënësit në lidhje me temat e zhvilluara.			

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja vlerëson nxënësit bazuar në shënimet që ai ka vendosur në projektin kurrikular dhe detyrat përkatëse. Vlerësimi i portofolit sugjerohet të bazohet mbi përcaktimin e peshave. Në rast se një detyrë është më krijuese dhe origjinale se të tjerat, asaj mund t'i vendoset një peshë më e madhe. Këtë e vendos mësuesi/ja rast pas rasti. Një mënyrë vlerësimi për detyrat e sugjeruara:

Projekti	40%
Detyra krijuese	25%
Detyra hulumtuese	10% – 15% (sipas vështirësisë)

Nxënësi duhet të llogarisë detyrat që do të zhvillojë sipas peshave të paraqitura nga mësuesi/ja.

**Shënim:** Kjo temë zhvillohet në dy orë mësimore, me qëllim që të kontrollohen dhe diskutohen të gjithë portofolat. Kujdes, vlerësimi i portofolit të çdo nxënësi duhet të motivohet nga mësuesi/ja.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Vetitë e logaritmeve (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Për çfarë na shërben matematika</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>përkufizon logaritmin si funksion i anasjelltë i fuqisë;</li><li>formulon vetitë e logaritmeve;</li><li>shndërron shprehje duke zbatuar vetitë e fuqive dhe logaritmeve;</li><li>zgjidh ekuacione eksponenciale dhe logaritmike.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> fuqi, logaritëm, bazë e logaritmit, ekuacione logaritmike, fuqi, eksponencial.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> <p>Fillimisht nxënësit njihen me pjesën hyrëse të kreut 5 (në faqen 135). Në funksion të kësaj, mësuesi/ja prezanton përpara nxënësve situata problemore nga jeta reale që kanë në qendër përlllogaritjen me ndihmën e funksioneve eksponencialë dhe logaritmikë si p.sh.:</p> <p>Masa e një lënde radioaktive në çastin t të kohës jepet nga formula <math>m = m_0e^{-kt}</math>, ku k dhe <math>m_0</math> janë konstante. Gjeni vlerën e k nëse <math>m = 0,9\ m_0</math> dhe <math>t = 10</math>. Pasi kanë kryer zëvendësimet e nevojshme njehsojnë vlerën e kërkuar të k.</p> <p>Më pas, mësuesi/ja shënon në tabelë kërkesat:</p> <p>a) Njehsoni : <math>2^3; 2^{-3}; 2^{\frac{1}{2}}; 2^{-\frac{2}{3}}</math></p> <p>b) Ktheni si fuqi me bazë 3 numrat: <math>3; 1; \sqrt{3}; \frac{1}{9}; 3\sqrt{3}; \frac{1}{3\sqrt{3}}</math>.</p> <p>c) Gjeni disa vlera të x që plotësojnë kushtin: 1) <math>2^3 &lt; 2^x</math></p> <p style="text-align: center;">2) <math>\left(\frac{1}{2}\right)^x &lt; \left(\frac{1}{2}\right)^3</math></p> <p>Nxënësit punojnë në dyshe për zgjidhjen e ushtrimeve. Në përfundim të zgjidhjeve, dyshet e afërta krahasojnë përfundimet.</p> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Duke u mbështetur në rezultatet e arritura, mësuesi/ja thekson emërtimet: fuqi, eksponent, bazë, dhe njeh nxënësit me përkufizimin e logaritmit, duke e vënë theksin se logaritmi është veprimi që kryhet për të gjetur</p>			

eksponentin e fuqisë. Pikërisht këtë përkufizim të logaritmit, mësuesi/ja e shënon në tabelë, në mënyrë të dukshme:

$\log_a x = n \Leftrightarrow a^n = x$  p.sh:  $\log_2 8 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 8$  (kujdes vlerat e  $x$  dhe  $a$ ). Thekson se  $a$  quhet baza e logaritmit, dhe  $x$  është shprehja nën logaritëm.

Mësuesi/ja fton nxënësit që së bashku të vërtetojnë vetinë e shumës së logaritmeve, duke u nisur nga vetitë e fuqive:

$$\log(xy) = \log x + \log y.$$

Për këtë ndihmon me udhëzimet:

- nisuni nga barazimi  $p = \log_a x$  dhe  $q = \log_a y$
- Si e shkruajmë  $x$ ? Po  $y$ ?
- Gjeni  $xy$  ...
- Merrni  $\log_a xy = \dots$

Më pas, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të vërtetojnë vetë vetinë e ndryshesës së logaritmeve.

Në vijim, ajo, formulon edhe vetitë e tjera të logaritmeve. Një rëndësi të veçantë u kushton, rasteve kur  $n = 1$ ;  $n = 0$ ;  $n = -1$  si dhe shënimin  $\log a = \log_{10} a$ .

Për të kuptuar më mirë vetitë, nxënësit studiojnë shembujt 1 dhe 2 në faqen 137 dhe më pas, në dyshe, diskutojnë ushtrimet 1, 6 në faqen 137 (çdo dyshe diskuton 1 situatë p.sh.:  $1/a$ ,  $2/b$  etj.). Në tabelë diskutohet një situatë për çdo ushtrim.

Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë hapat që duhet të përdorin për të zgjidhur problemat me logaritme dhe më pas diskutojnë zgjidhjen e situatës së shembullin 3 në faqen 138. Për të kuptuar më mirë ushtrimin, fillimisht nxënësit mund të zgjidhin ekuacionin:  $2^x = 32 \Leftrightarrow 2^x = 2^5 \Leftrightarrow x = 5$ . Nxënësit argumentojnë shndërrimet e kryera. Duke lexuar shembullin 3, natyrshëm mund të vijë konstatimi nga nxënësit:

Po nuk jemi në të njëjtat kushte, 36 nuk është fuqi e plotë e 2?

Mësuesi/ja nxit nxënësit të kujtojnë kalimin nga barazimi i fuqive në atë logaritmik (përkufizimi i logaritmit).

Përveç mënyrës algjebrike, mësuesi/ja u kujton nxënësve, se me makinat llogaritëse, shpeshherë mund të kryejmë veprime të tilla. Përpara nxënësve demonstroi zgjidhjen e ekuacionit:  $3^{2x-1} = 10$ .

#### **Përforsimi i të nxënësve:**

Në këtë fazë të dytë të orës së mësimin, nxënësit punojnë përsëri në dyshe ushtrimet e faqes 139.

Për ushtrimet 1 dhe 2, pasi punojnë në dyshe, këmbëjnë fletoret me dyshet e afërta dhe kontrollojnë kështu, punën e tyre dhe të shokëve. Disa prej rasteve diskutohen në tabelë.

Për ushtrimin 4, mësuesi/ja udhëzon nxënësit të bëjnë zëvendësimin  $a^{2x} = (a^x)^2 = t^2$  dhe kështu të kthejnë ekuacionin e dhënë në ekuacion të gradës së dytë p.sh.:

$$2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 2 = 0 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0.$$

Mësuesi/ja kujdeset që nxënësit të përcaktojnë drejt vlerat e mundshme që mund të marrë  $t$ , duke ditur se  $2^x$  merr vetëm vlera pozitive.

Mësuesi/ja fton nxënësit të kalojnë në diskutimin e ushtrimit 7. Fillimisht udhëzon nxënësit të punojnë 7a/i, duke kaluar nga një inekuacion eksponencial, në inekuacionin logaritmik. Më pas, nxënësit diskutojnë 7a/ii. Fillimisht mësuesi/ja kërkon që nxënësit të punojnë në dyshe dhe më pas diskutohen përfundimet e arritura. Pritshmëritë janë që nxënësit të mos kenë vlerësuar bazën e fuqisë ( $0,2 < 1$ ). Pasi bën ndërhyrjen dhe korrigjimin e nevojshëm, nxënësit diskutojnë në dyshe rastet b dhe c të ushtrimit 7.

**Vlerësimi:** Në fund të orës së mësimin, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës, dhe mban shënime në fletore për disa të tjerë. Në vlerësim merr parasysh aftësinë që nxënësit kanë në evidentimin e informacionit (vetive, përkufizimeve etj.) si dhe përdorimin e tyre në zgjidhjen e situatave problemore. Vlerësimi do të mbështetet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre si dhe do të argumentohet mbi bazën e nivelit të arritjeve të përshtatura për konceptin e logaritmit: njeh, kupton, zbaton, modelon.

**Detyra:** Ushtrimet 4/i; 5/c,g; 7 në faqet 137, 138 dhe 5, 10 në faqen 139. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 11 në faqen 139. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit se si të vërtetojnë një veti shumë të rëndësishme të logaritmeve, atë të ndërrimit të bazës. Për të pasur sa më shumë rezultat në punën e tyre hulumtuese, nxënësve mund t'u ofrohen situata të ndryshme, të ngjashme me ushtrimin 12.





- c. Si janë të pozicionuar grafikët e funksioneve  $y = 2^x$  dhe  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  në lidhje me njëri-tjetrin dhe boshtin e ordinatave? Nxënësit nga secili grup tregojnë përgjigjet. Shkruhen në tabelë të gjitha vetitë që grupet kanë zbuluar.

Pasi merr përgjigjet e nxënësve, mësuesi/ja përmbledh edhe njëherë vetitë e konstatuara dhe ndalet në shpjegimin e konstantes  $e$  (numri i Neperit). Duke u nisur nga grafikët e funksioneve  $y = a^x$ , mësuesi/ja sqaron se: ekziston një vlerë e veçantë e  $a$  për të cilën koeficienti këndor i vijës  $y = a^x$  është i barabartë me vlerën  $a^x$  për çdo vlerë të  $x$ . Kjo vlerë shënohet me  $e$  dhe është numër irracional. Ajo përcakton koeficientin këndor të tangjentes me vijat  $y = e^x$  dhe  $y = e^{kx}$ . Gjithashtu kujton hapat e njehsimit të funksionit të anasjellë. Mësuesi/ja shënon në tabelë barazimin  $y = a^x$ , dhe fton nxënësit të marrin logaritmin e të dy anëve. Më pas, duke kryer shndërrimet arrijnë në barazimin:  $f^{-1}(x) = \log_a x$ . Pra funksionet  $y = a^x$  dhe  $y = \log_a x$  janë funksione të anasjellë me njëri-tjetrin. Mësuesi/ja fton nxënësit të plotësojnë në secilin grup nga një tabelë për grafikët:

<b>Grupi 1:</b> $y = 2^x$ dhe $y = \log_2 x$	<b>Grupi 4:</b> $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ dhe $y = \log_{\frac{2}{3}} x$	<b>Grupi 3:</b> $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ dhe $y = \log_{\frac{1}{3}} x$	<b>Grupi 4:</b> $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ dhe $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
<b>Grupi 2:</b> $y = 3^x$ dhe $y = \log_3 x$	<b>Grupi 5:</b> $y = 1.5^x$ dhe $y = \log_{1.5} x$		

Përsëri nxënësit, pasi plotësojnë tabelat, analizojnë sjelljen e grafikëve. Mësuesi/ja ndihmon nxënësit në studimin e grafikëve duke iu drejtuar atyre pyetjet:

- Ku i merr vlerat  $y$  në grafikun e funksionit eksponencial?
- Ku i merr vlerat  $x$  në grafikun e funksionit logaritmik?
- Ku e pret boshtin e ordinatave grafiku i funksionit eksponencial?
- Ku e pret boshtin e abshisave grafiku i funksionit logaritmik?
- Si janë të vendosur grafikët e funksioneve eksponenciale dhe logaritmike në lidhje me drejtëzën  $y = x$ ?

Pasi merr përgjigjet e nxënësve, mësuesi/ja përmbledh edhe njëherë lidhjet që kanë funksionet eksponenciale dhe logaritmike me njëri-tjetrin dhe formulon lidhjen midis  $y = e^x$  dhe  $y = \ln x$ .

Theksin e vendos tek evidentimi i asimptotave për secilin nga funksionet e mësipërm.

Për të konkretizuar njohuritë, mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë shembullin 1 në faqen 142. Pasi nxënësit studiojnë shembullin e zgjidhur në libër, punojnë në dyshe njërin nga rastet e ushtrimit 10. Dyshet e afërta krahasojnë përfundimet dhe zgjidhjet diskutohen në tabelë.

Duke dashur të bëjë lidhjen mes njohurive të marra më para dhe atyre të marra rishtazi, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të rikujtojnë formulën e koeficientit këndor të një drejtëze, lidhjen e koeficienteve të dy drejtëzave pingule, ndërsa rikujton se koeficienti këndor i tangjentes me  $y = e^x$  është  $k = e^x$ . Më pas studiojnë shembujt e zgjidhur 2 dhe 3 në faqen 144. Nxënësit punojnë në grupe ushtrimet 5 dhe 6 në faqen 145. Përfaqësues të grupeve krahasojnë përgjigjet dhe diskutojnë zgjidhjet në tabelë.

**Përforcimi i të nxënësve:** Të ndarë në grupet fillestare, nxënësit punojnë ushtrimet 2 dhe 8 në faqen 143. Çdo grup diskuton vetëm 1 variant të ushtrimit p.sh.: grupi i parë  $1/a$ ,  $8/b$ ; grupi i dytë  $1/b$ ,  $8/h$  etj. Pasi përfundojnë zgjidhjet, përfaqësues të grupeve që kishin rastet e njëjta krahasojnë zgjidhjet dhe përgjigjet e disa prej rasteve diskutohen në tabelë. Më pas kalohet në ushtrimet e faqes 144. Nxënësit vazhdojnë punën në grupe me ushtrimet 1 dhe 2.

Më tej, puna në grupe vazhdon me rastet e ushtrimit 3. Zgjidhjet e disa prej rasteve diskutohen në tabelë nga përfaqësues të grupeve. Ndërkohë që ushtrimet diskutohen në tabelë, nxënësit kontrollojnë dhe korrigjojnë punën në fletoret e tyre.

<p><b>Vlerësimi:</b> Në këtë orë mësimi, nxënësit vlerësohen për aftësinë që ata kanë në evidentimin e informacionit të nevojshëm nga grafikët e funksioneve si p.sh.: pikëprerjet, asimptotat, bashkësinë e vlerave të <math>x</math>, të <math>y</math> etj.</p> <p>Vlerësimi i nxënësve mbështetet në punën që ata bënë në fletoret e tyre, në punën në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve të dhëna. Vlerësimin e bërë, mësuesi/ja e mbështet mbi nivelin e arritjeve, të përshtatura për konceptet e zhvilluara në këto tema.</p>
<p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 6, 9 në faqen 143 dhe ushtrimet 4, 6, 7 në faqen 145. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zhvillimin e detyrave.</p> <p><b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimet 10 dhe 11 në faqen 145.</p>

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —										
<b>Tema mësimore:</b> Proceset eksponenciale (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Injektimi i insulinës në një pacient.</li><li>• Rritja e syprinës së një kërputhe gjatë <math>t</math> ditëve.</li></ul>											
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njehson vlerat e <math>x</math> (ose <math>y</math>) në një funksion të dhënë;</li><li>- njehson vlerën e konstantes, në një ekuacion <math>y = Ae^{kt}</math>;</li><li>- përcakton <math>f(t)</math> në një proces eksponencial të dhënë;</li><li>- përcakton zgjidhjen e situatave problemore, duke evidentuar fillimisht kufijtë e lejuar.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> grafik, funksion eksponencial, shpejtësi e ndryshimit të funksionit, interesi vjetor, kapital.											
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Biologji, Ekonomi.											
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>													
<b>Organizimi i orës së mësimi:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Fillimisht, mësuesi/ja kërkon që të sjellë në vëmendje të nxënësve vetitë e funksionit eksponencial. Nëpërmjet marrëdhënieve pyetje-përgjigje, nxënësit kujtojnë rreth sjelljes së grafikut eksponencial $y = a^x$ : <ul style="list-style-type: none"><li>a. Cilat janë vlerat e lejuara të <math>x</math>?</li><li>b. Cilat janë vlerat që merr <math>y</math>?</li><li>c. Çfarë themi për funksionin nëse baza <math>a &gt; 1</math>? Po në rastin kur <math>a &lt; 1</math>?</li><li>d. Si do ta njehsonit koeficientin këndor të tangjentes me këtë grafik?</li></ul> Mësuesi/ja mund të ketë përgatitur një tabelë që shpreh lidhjen e një funksioni eksponencial, p.sh.: $y = 2 \cdot 3^x$ për të cilën kërkon të njehsohet vlera e $x$ kur jepet $y$ , dhe anasjelltas. <ul style="list-style-type: none"><li>- Çfarë vini re?</li><li>- Cila është varësia ndërmjet <math>x</math> dhe <math>y</math>?</li></ul> <div><div>Nxënësit mund të shtojnë edhe veti të tjera të funksioneve eksponenciale.</div><div><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja shpjegon rreth modeleve matematikore dhe përdorimit të tyre në jetën reale.</div><div>Koeficienti këndor i <math>y = e^{kx}</math> është <math>m = k e^{kx} = ky</math> pra <math>m</math> është përpjesëtimor me <math>y</math> në çdo pikë <math>(x, y)</math>; konstantja e përpjesëtimit është <math>k</math>. Mësuesi/ja shpjegon se kjo veti lejon ndërtimin e modeleve matematikore të fenomeneve si shpërbërja radioaktive apo rritja e një popullate.</div><div>Ajo përkufizon modelin eksponencial si një ekuacion të trajtës <math>y = Ae^{kt}</math>, ku <math>A</math> dhe <math>k</math> janë konstante.</div></div> <table><tr><td><math>x</math></td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td></tr><tr><td><math>y = 2 \cdot 3^x</math></td><td></td><td>18</td><td></td><td>54</td></tr></table>				$x$	1		3		$y = 2 \cdot 3^x$		18		54
$x$	1		3										
$y = 2 \cdot 3^x$		18		54									

Nxënësit kalojnë në studimin e shembullit 1 në faqen 146. Fillimisht në dyshe, plotësojnë tabelën e vlerave të  $t$  dhe  $P$ , me ndihmën e makinës llogaritëse. Më pas, dyshet e afërta krahasojnë rezultatet. Përfaqësues të dysheve prezantojnë rezultatet dhe kështu secili kontrollon dhe në të njëjtën kohë korrigjon veten.

Më pas, mësuesi/ja i fton nxënësit të zgjidhin situatën e ushtrimit 2 në faqen 146. Ai/a jo i udhëzon ata të kuptojnë të dhënat dhe kërkesat.

- Cila është varësia midis  $n$  dhe  $A$ ? Pse?
- Si do ta gjeni vlerën e  $A$ ? Sa del ajo?

Pasi plotësojnë tabelën për vlerat e  $n$ , i përgjigjen dy kërkesave të tjera të problemës.

Më pas, nxënësit në dyshe zgjidhin ushtrimet 3 dhe 7 në faqen 147. Mësuesi/ja udhëzon dyshet e nxënësve për zgjidhjen.

Pasi përfundojnë dy nxënës nga dyshe të ndryshme paraqesin zgjidhjen në tabelë ku argumentojnë çdo veprim që kryejnë.

Nxënësit e tjerë mund të drejtojnë pyetje për ndonjë paqartësi.

Mësuesi/ja sjell në vëmendje të nxënësve situatat e punuara në vitin e kaluar, ku kërkohej llogaritja e kapitalit, kur njëjeh

interesi vjetor etj. Pasi prezanton përpara nxënësve barazimin  $A = P \left( 1 + \frac{r}{100} \right)^n$ , ku edhe mund ta nxjerrin hap pas hapi

atë, i fton ata të diskutojnë ushtrimin 9 në faqen 147. Për të pasur rezultate më të shpejta, dyshet e afërta njehsojnë interesin vjetor të njërit prej miqve, dhe në fund krahasojnë rezultatet. Përfundimet diskutohen në tabelë.

Kalohet në studimin e shembullit 2 në faqen 148. Mësuesi/ja orienton nxënësit të studiojnë fillimisht hapat e zgjidhjes së situatës problemore, më pas ndjekin këto hapa për të kuptuar më mirë zgjidhjen e shembullit 2.

Pasi diskutohen hapat me nxënësit, mësuesi/ja u drejtohet nxënësve me pyetjet:

- cilat janë vlerat e mundshme të  $t$ -së?*
- cilat janë vlerat e mundshme që mund të marrë syprina e kërpuhës? A mund të rritet ajo pafundësisht?*

Pasi merr mendimin e nxënësve, mësuesi/ja thekson se ka raste kur situata të tilla nuk janë të përcaktuara në çdo detaj, p.sh.: nuk merr parasysh faktin se kërpuhja nuk rritet pambarimisht, hapësira e rritjes është e kufizuar, në rritjen e bimës ndikojnë kushtet klimaterike, mjedisore etj.

**Përforcimi i të nxënësve:** Pasi përmbledh edhe njëherë përdorimet e funksioneve eksponencialë, mësuesi/ja ndan klasën në grupe me nga 4 vetë. Për secilin grup, caktohet si detyrë një nga ushtrimet 1, 2, 3, 4, 5 në faqen 149, ku dy grupe të ndryshme kanë të njëjtën detyrë.

Fillimisht nxënësit punojnë në grupe, ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre duke ndihmuar grupet që hasin vështirësi.

Më pas, përfaqësues të grupeve që kanë të njëjtin ushtrim, krahasojnë dhe diskutojnë zgjidhjet mes tyre. Për secilin nga rastet 1, 2, 3 dhe 4, zgjidhja diskutohet nga një përfaqësues grupi në tabelë. Në të njëjtën kohë, nxënësit e tjerë kontrollojnë dhe korrigjojnë punën e tyre në fletore.

Në çdo situatë, mësuesi/ja kujdeset që nxënësit të përcaktojnë fillimisht kufijtë e mundshëm të çdo ndryshoreje. Në disa raste, mësuesi/ja u kërkon nxënësve të evidentojnë mangësitë e modelit eksponencial.

**Vlerësimi:** Në fund të orës së mësimit, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për disa të tjerë, duke u mbështetur në punën që ata bënë në fletoret e tyre. Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në aftësinë që nxënësit kanë në evidentimin e vlerave të mundshme të ndryshoreve, si dhe në zëvendësimin e tyre në modelet eksponenciale të paraqitura. Vlerësimi gjithashtu do të bëhet në përputhje me nivelet e arritjeve, të përshtatura për këtë temë mësimi.

**Detyra:** Ushtrimet 4, 8 në faqen 147 dhe 5 në faqen 149. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 6 në faqen 149. Mësuesi/ja vendos theksin në faktin që fillimisht nxënësit duhet të përcaktojnë kufijtë e mundshëm të  $t$ -së.

Gjeni të dhëna për matematikanët Leonhard Euler dhe John Napier, si dhe përcaktimin e konstantes irracionale  $e$  (numri i Neperit).

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje Eksplorim. Përtej provimeve		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Interesi bankar.</li><li>Vlerësim i nxënësit nga nxënësi.</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>shpreh eksponentin e fuqisë me ndihmën e logaritmit;</li><li>shndërron shprehjet duke zbatuar vetitë e logaritmeve dhe të fuqive;</li><li>zgjidh ekuacione eksponenciale dhe logaritmike;</li><li>përcakton koeficientin këndor të tangjentes me vijën <math>y = a^x</math> dhe shkruan ekuacionin e pingules me të;</li><li>përdor modele ekponenciale për të zgjidhur situata nga jeta reale.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> fuqi, eksponent, bazë, logaritëm, ekuacion eksponencial, ekuacion logaritmik, model eksponencial, vlerë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Ekonomi.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fazën e parë të orës së mësim, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të rikujtojnë kuptimet themelore të kreut 5. <div><div>Fuqi</div><div>Vetitë</div><div>Logaritëm</div><div>Funksioni eksponencial</div><div>Vetitë</div><div>Funksioni logaritmik</div><div>Modelim matematikor</div></div> <p>Për këtë, mësuesi/ja shënon në tabelë dhe fton nxënësit të plotësojnë skemat më lart. Ai/ajo udhëzon që konceptet të krahasohen dhe me njëri-tjetrin dhe të vihen në dukje lidhjet midis tyre.</p> <p>Nxënësit japin mendimet e tyre për plotësimin e hartës dhe në fund kanë plotësuar një hartë të përbashkët.</p> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Më pas, për të konkretizuar ato që përsëritën, mësuesi/ja i fton nxënësit të zgjidhin ushtrimet:</p> <p><b>Ushtrimi 1:</b> Njehsoni:</p> <p>a) <math>\log_2 16 =</math>                      b) <math>\log_5 75 - \log_5 3</math>                      c) <math>\log_{10} 4 + \log_{10} 25 =</math></p> <p><b>Ushtrimi 2:</b> Zgjidhni ekuacionet:</p> <p>a) <math>\log_2 (x - 3) = 4</math>                      b) <math>\left(\frac{1}{2}\right)^x = 32</math></p> <p><b>Ushtrimi 3:</b> Përcaktoni koeficientin këndor të tangjentes ndaj vijës <math>y = e^x</math>.</p> <p>Mësuesi/ja udhëzon nxënësit që të argumentojnë veprimet që kryejnë duke treguar cilat veti përdorën. Nxënësit punojnë në dyshe për njëfarë kohe ushtrimet, ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punë e tyre pa ndërhyrë.</p> <p>Pasi kanë përfunduar, nxënësit e së njëjtës banke këmbajnë fletoret dhe korrigjojnë njëri-tjetrin. Përgjigjet diskutohen edhe në tabelë.</p> <p>Në vazhdim, mësuesi/ja ndan për çdo dyshe të nxënësve ushtrimet e faqes 151, duke u kujdesur që secili nga nxënësit e dyshes të kenë situata të ndryshme (p.sh.: një nxënës 6a, tjetri 6b etj.).</p>			

Nxënësit marrin kohën e nevojshme (rreth 25 minuta), dhe punojnë në mënyrë individuale. Gjatë kësaj kohe, mësuesi/ja vëzhgon punën e nxënësve, pa bërë ndërhyrje. Pasi përfundon koha e planifikuar, nxënësit e së njëjtës banke këmbajnë fletoret dhe korrigjojnë njëri-tjetrin. Mësuesi/ja orienton nxënësit të vlerësojnë njëri-tjetrin sa më realisht. Më pas diskutohen zgjidhjet e ushtrimeve me radhë. Për ushtrime në dukje të paqarta, ose kur situata e dikton këtë, zgjidhja prezantohet në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja ndërhyr duke u drejtuar nxënësve pyetje, me qëllim që të theksohen njohuritë kryesore. Mësuesi/ja vë theksin sidomos në situatat reale, vlerat e mundshme të ndryshoreve, ose mangësitë e modeleve.

**Përforcimi i të nxënit:** Kalohet ndërkohë në njësinë e dytë mësimore Eksplorim. Përtej provimeve.

Fillimisht nxënësit lexojnë paragrafin *Histori* dhe komentojnë rreth tij. Më pas, nxënësit që kanë gjetur të dhëna për matematikanët Leonhard Euler dhe John Napier si dhe përcaktimin e konstantes irracionale e (numri i Neperit) i lexojnë ato.

I kushtohet vëmendje ndonjë kurioziteti që nxënësit kanë zbuluar rreth zbulimeve të këtyre dy matematikanëve.

Kalohet në situatën hulumtuese të përcaktuar si Provo veten. Puna e nxënësve do të vazhdojë në dyshe. Në këtë fazë të mësimit, puna e nxënësve do të ketë qëllim nxjerrjen e përfundimeve nëpërmjet hulumtimit.

Nxënësit pa ndihmën e makinës llogaritëse, kryejnë njehsime për rastet a dhe b. Më pas i kryejnë llogaritjet me ndihmën e logaritmeve.

Më pas kalohet në situatën e emërtuar *Kërkim* e cila do të plotësohet detyrë portofoli.

Mësuesi/ja udhëzon nxënësit që të ndjekin hap pas hapi etapat e përcaktuara në tekst. Në këtë fazë të orës së mësimit nevojitet lidhja me TIK, për evidentimin e fakteve të ndryshme.

**Vlerësimi:** Në fund të orës së mësimit, mësuesi/ja mban shënime për nxënësit të veçantë në evidencë dhe vlerëson disa nxënës në lidhje me zbatimin e vetive të fuqive dhe logaritmit apo funksioneve eksponenciale dhe logaritmike, me zbatimet e modeleve matematike në jetën reale, si dhe me hulumtimet që kishin grumbulluar. Një vend të veçantë në vlerësim, zë vlerësimi i nxënësit nga nxënësi.

Vlerësimi do të mbështetet në nivelet e arritjeve, të përshtatura për konceptet e zhvilluara në këto tema.

**Detyra:** Në varësi të mangësive që u vunë re, mësuesi/ja përcakton detyrat për orën e ardhshme.

**Detyrë krijuese për portofol: Kërkim.** Zbuloni boshtin kohor logaritmik të hedhjes së disa datave të ndryshme të rubrikës.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

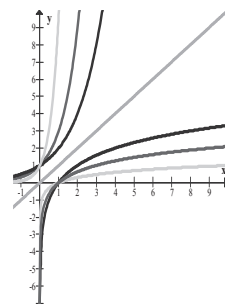
<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Vlerësim kreu 5 (90 minuta)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Numri i bakteve në një enë.</li><li>• Përqendrimi i ilaçit te pacienti.</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njehson logaritmin e një numri;</li><li>- kryen shndërime në një shprehje duke përdorur vetitë e logaritmeve;</li><li>- zgjidh ekuacione logaritmike dhe eksponenciale;</li><li>- njehson vlerën e koeficientit këndor të tangjentes së një grafiku eksponencial;</li><li>- përdor modelet eksponenciale për të zgjidhur problema nga situata reale.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> fuqi, eksponent, bazë, logaritëm, funksion eksponencial, ekuacione eksponenciale, ekuacione logaritmike, koeficient këndor i tangjentes.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Biologji, Kimi, Ekonomi.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			



### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Fillimisht, mësuesi/ja paraqet në tabelë disa grafikë dhe fton nxënësit të tregojnë llojin e funksionit që ajo paraqet dhe të argumentojnë pse?

- Cili është ekuacioni i drejtëzës në grafik?
- Çfarë shërben ajo për funksionet me të njëjtën ngjyrë?
- Si mund të ndërtojmë funksionin  $y = \log_a x$  nga grafiku  $y = a^x$ ?
- Cila është bashkësia e përcaktimit të funksionit  $y = a^x$ ?
- Po bashkësia e vlerave?
- Cila është bashkësia e përcaktimit të funksionit  $y = \log_a x$ ?
- Po bashkësia e vlerave?



Diskutohet rreth kërkesave më lart dhe jepen përgjigjet e tyre.

**Ndërtimi i njohurive:** Pasi nxënësit japin përgjigjet e tyre rreth kërkesave më lart, mësuesi/ja i fton ata të zgjidhin ushtrimet:

1. Njehsoni:  
a)  $\log 5 + \log 20$       b)  $\log_6 12 + \log_6 3$       c)  $\log_2 12 - \log_2 3$       d)  $2 \log_3 12 - \log_3 16$
2. Zgjidhni ekuacionet:  
a)  $2^x = \sqrt{2}$       b)  $\log_2 (x^2 - 3x) = 1$
3. Grafiku i funksionit  $y = ax^2$ , kalon në pikat A(1, 2) dhe B(x, 32).  
a. Gjeni vlerat e sakta të a dhe n.  
b. Përcaktoni koeficientin këndor të tangjentes që kalon nga pikat A dhe B.

Nxënësit punojnë fillimisht në dyshe, dhe më pas diskutohen përgjigjet e situatave në tabelë. Për secilin nga ushtrimet, mësuesi/ja iu drejton nxënësve pyetje në mënyrë që të nxjerrë në pah kuptimet themelore të kreut 5, si p.sh.:

Për ushtrimin 1/a:

- A keni të drejtë ta bëni këtë gjë?
- Si janë bazat e logaritmeve?

Për ushtrimin 1/d:

- Cilën veti të logaritmit zbatuat në fillim?
- Dhe më pas?

Për ushtrimin 2/a:

- Si e zgjidhim një ekuacion eksponencial?
- A mund ta shprehim  $\sqrt{2}$  si fuqi të 2?
- Si janë eksponentët e dy fuqive të barabarta me bazë të njëjtë?

Për ushtrimin 3/a:

- Si njehsohet koeficienti këndor i një tangjenteje?
- Si mund ta njehsojmë ndryshe koeficientin këndor të tangjentes?

Pasi diskutohen situatat e mësipërme, mësuesi/ja fton nxënësit të zgjidhin situatën e ushtrimit 8 faqe 153.

Fillimisht duhet të përcaktojmë numrin fillestar të bakteve në enë. Si do të arsyetojmë për të gjetur atë? Nxënësit punojnë në dyshe për zgjidhjen e situatës dhe më pas një nxënës argumenton zgjidhjen në tabelë.

Më pas, mësuesi/ja fton dyshet e nxënësve të zgjidhin ushtrimet 11 dhe 12 në faqen 153. Pasi përfundojnë zgjidhjen, mësuesi/ja ju kërkon nxënësve që të këmbëjnë fletoret me dyshen fqinje. Secila prej dysheve bën vlerësimin e punës së dysheve tjetër. Nëse identifikojnë gabime, korrigjojnë (edhe me ndihmën e mësuesit).

Zgjidhjet diskutohen edhe në tabelë ku nxënës të ndryshëm japin argumentet e tyre për zgjidhjen.

**Përforcimi i të nxënit:** Dyshet e nxënësve do të punojnë me dy situata reale që janë ato të ushtrimeve 15 dhe 20 në faqen 154. Mësuesi/ja udhëzon ata të përcaktojnë hapat e zgjidhjes dhe më pas ta zgjidhin atë duke argumentuar çdo veprim që ata kryejnë.

Pasi përfundojnë zgjidhjen, mësuesi/ja iu kërkon nxënësve që të këmbëjnë fletoret me dyshen fqinje. Pas kësaj përfaqësues të dy dysheve tregojnë zgjidhjen në tabelë. Nxënësit e tjerë iu drejtojnë pyetje për ndonjë paqartësi që ata kanë në zgjidhje. Për ushtrimin 15 i kushtohet rëndësi përgjigjeve për kërkesat:

- Shpjegoni pse sipas këtij modeli popullata nuk mund të kalojë numrin 1500.
- Jepni një arsye pse ky model mund të mos jetë i përshtatshëm.

Në përfundim të orës së mësimit mësuesi/ja përcakton gjithashtu edhe detyra në funksion orës së ardhshme që është përsëritje kreu 4 dhe 5.

**Vlerësimi:** Mësuesi mban shënime në fletoren-evidencë për disa prej nxënësve, dhe vlerëson disa të tjerë në lidhje me saktësinë e tyre në zgjidhjen e situatave problemore me fuqitë dhe logaritmet. Këtë vlerësim, mësuesi/ja e mbështet në punën që ata bënë në fletoren e tyre, si dhe në argumentimin e përgjigjeve në tabelë. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që dyshet e nxënësve bënë për njëri-tjetrin në fletoret e tyre.

**Detyra:** Ushtrimet 9, 14, 18, 19 në faqen 154. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

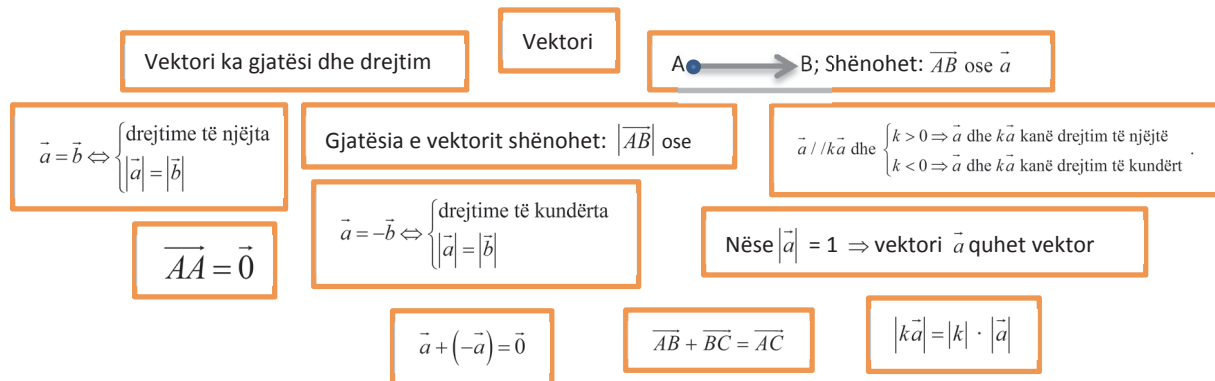
## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII—
<b>Tema mësimore:</b> Përkufizime dhe veti (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Për çfarë na shërben matematika?</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- dallon madhësitë vektoriale dhe ato numerike;</li><li>- dallon vektorët e barabartë dhe vektorët e kundërt;</li><li>- kryen veprime me vektorët;</li><li>- zgjidh situata problemore gjeometrike në plan (2D), me anë të metodave vektoriale.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> pikë, vektor, drejtim, gjatësi, veprime, vektorë të barabartë, vektorë të kundërt, vektor zero, vektor njësi.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, makina llogaritëse.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë, Trigonometri.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë hyrjen e kapitullit 6 “Vektorët” dhe të diskutojnë nën kontekstin: Për çfarë na shërben matematika? Diskutohet me nxënësit rreth zbatimeve të shumta të vektorëve në jetën reale. Më pas, mësuesi/ja shkruan në tabelë fjalët:			
		Madhësi numerike	Madhësi vektoriale
dhe fton nxënësit të flasin rreth kuptimit të këtyre dy fjalëve dhe të tregojnë ç’dinë rreth tyre. Pra duhet të tregojnë karakteristikat e secilës prej tyre dhe të sjellin shembuj të të dy llojeve të madhësive më lart. Mësuesi/ja nxit nxënësit që duke punuar në dyshe të plotësojnë një hartë koncepti për vektorët. Për këtë, ai/ajo ndihmon me pyetjet:			
<ul style="list-style-type: none"><li>- Si e shënojmë një vektor? Po gjatësinë e tij?</li><li>- Si përcaktohet drejtimi një vektori?</li><li>- Si gjendet gjatësia e vektorit?</li><li>- Kur dy vektorë janë të barabartë? Të kundërt? Kolinearë?</li><li>- Çfarë mund të thoni për shumëzimin e vektorit me një numër?</li><li>- Kur rezultati ka të njëjtin drejtim me vektorin e dhënë?</li><li>- Si është vektori fillestar me vektorin e përfutur pas shumëzimit?</li></ul>			
Përgjigjet shoqërohen me ilustrim në figurë dhe një nxënës i shënon ato në tabelë.			



**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja ndjek punën e nxënësve nëpër banka, duke ndihmuar në rastet që e shoh të nevojshme. Një pamje e hartës së plotësuar mund të jetë:



Më pas, nxënës të ndryshëm demonstrojnë në tabelë mbledhjen e vektorëve sipas mënyrave që ata njohin. Theksohet se për të zbritur një vektor b nga vektori a, mjafton të mbledhim vektorin a me të kundërtin e vektorit b.

Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e shembullit 1 faqe 157. Ai/Ajo nxit dyshet e nxënësve që në fillim të bëjnë figurën ku vektorët t'i vendosin njëri pas tjetrit për të gjetur rezultanten e tyre.

Më pas drejton pyetjet:

- Sa është këndi midis dy vektorëve?
- Si mund ta gjejmë gjatësinë e vektorit rezultant?
- Cilën teoremë mund të përdorim?

Nxënësit japin idetë e tyre dhe më pas një nxënës e paraqet zgjidhjen në tabelë.

Punohen me gojë ushtrimet 1–2 faqe 158.

Pastaj dyshet e nxënësve punojnë ushtrimet 4 dhe 5 në faqen 157. Çdo dyshe ka një kërkesë nga këto ushtrime. Pasi përfundojnë zgjidhjet diskutohen në tabelë.

Mësuesja paraqet në tabelë situatën e shembullit 2 faqe 158 dhe kërkon që nxënësit të përcaktojnë hapat që do të ndjekin për zgjidhjen dhe më pas e zgjidhin atë,

Njësoj veprohet edhe me situatën e shembullit 3 në faqen 158.

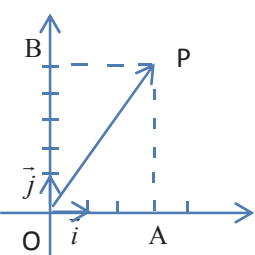
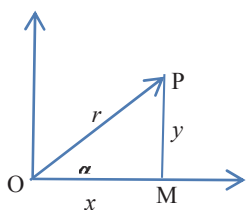
**Përforcimi i të nxënësve:** Mësuesi/ja nxit dyshet e nxënësve që të zgjidhin ushtrimet 1, 3, 5 faqe 159. Ai/ajo udhëzon nxënësit që në fillim të bëjnë planin e zgjidhjes dhe më pas zgjidhjen. Pasi përfundojnë dyshet që kanë të njëjtin ushtrim i krahasojnë zgjidhjet me njëri-tjetrin dhe bëjnë korrigjimet e nevojshme. Përfaqësues të dysheve i paraqesin zgjidhjet në tabelë ku argumentojnë çdo veprim që kryejnë.

Diskutohet situata e ushtrimit 6 faqe 159, ku mësuesi/ja kërkon që nxënësit të hartojnë një plan zgjidhjeje për të. Fillimisht diskutohet rreth planit të zgjidhjes me të gjithë klasën dhe më pas ky plan zbatohet për zgjidhjen e ushtrimit. Nxënës të ndryshëm argumentojnë zgjidhjet në tabelë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në dallimin e vektorëve të barabartë, të kundërt apo kolinearë, në kryerjen e veprimeve me vektorët si dhe në arsyetimin dhe argumentimin e zgjidhjes së situatave problemore që përmbajnë vektorët. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.

**Detyra:** Ushtrimet 6 faqe dhe 2, 4 faqe 159. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyra hulumtuese:** Ushtrimet 7, 8 faqe 159.

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII—
<b>Tema mësimore:</b> Koordinatat e vektorit (Shkathësi dhe aftësi & Arsytim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënës:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Gara e vozitjes në liqen;</li><li>Pozicioni i tri dyqaneve.</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënës të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>gjen koordinatat e vektorit në varësi të këndit që ai formon me kahun pozitiv të boshtit Ox;</li><li>gjen gjatësinë dhe drejtimin e një vektori dhe përdor ato;</li><li>përdor koordinatat e vektorëve për të gjetur zhvendosjet dhe largesat.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> vektor, koordinata, vektor njësi, boshte, $\cos \alpha$ ; $\sin \alpha$ ; drejtim, gjatësi, vektor rezultant.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; makina llogaritëse.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë, Fizikë.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të vizatojnë sistemin e boshteve koordinativë dhe një pikë P me koordinata (3; 5). Mësuesi/ja sqaron se: <div><div></div><div><p>Vektorët <math>\vec{i}</math> dhe <math>\vec{j}</math> janë vektorë njësi, që kanë përkatësisht drejtimet e boshteve Ox dhe Oy. Ai/ajo udhëzon:</p><p>Shprehni <math>\overrightarrow{OP}</math> si shumë dy vektorësh: <math>\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OP}</math>;</p><p>Shprehni <math>\overrightarrow{OA}</math> me ndihmën e vektorit <math>\vec{i}</math> dhe <math>\overrightarrow{OB}</math> me ndihmën e vektorit <math>\vec{j}</math>.</p><p>Si shkruhet tani vektori <math>\overrightarrow{OP}</math>?</p><p>Nxënësit, pasi veprojnë sipas udhëzimeve të mësipërme, arrijnë në përfundimin që çdo vektor mund të shkruhet si kombinim linear i vektorëve njësi <math>\vec{i}</math> dhe <math>\vec{j}</math>.</p></div></div>			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja vizaton në tabelë figurën e mëposhtme dhe shënon me $r$ gjatësinë e vektorit $\overrightarrow{OP}$ i cili formon me boshtin Ox këndin $\alpha$ dhe ka koordinata $x$ dhe $y$ . Ai/ajo fton nxënësit të shprehin katetet OM dhe MP me anë të funksioneve trigonometrike të këndit $\alpha$ . <div><div></div><div><p>Në përfundim nxjerrin përfundimet që:</p><ol style="list-style-type: none"><li>kur njohim <math>r</math> dhe <math>\alpha</math>, ne gjejmë koordinatat e vektorit;</li><li>kur njohim <math>x</math> dhe <math>y</math>, ne gjejmë gjatësinë dhe drejtimin e vektorit;</li></ol><p>Mësuesi/ja sqaron se për të gjetur drejtimin <math>\alpha</math>, duhet të ndërtohet figura;</p><p>Ajo paraqet para nxënësve situatat e shembujve 1, 2 në faqet 160-161.</p><p>Nxënësit punojnë fillimisht në dyshe dhe më pas kontrollojnë përgjigjet me dyshen ngjitur.</p><p>Zgjidhjet paraqiten dhe në tabelë ku argumentohen veprimet e kryera. Te shembulli 2 theksohet fakti se drejtimi mund të shprehet si rrotullim me kënd <math>\alpha</math>, duke u nisur nga pjesa pozitive e boshtit Ox, ku <math>-180^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ</math>.</p><p>Mësuesi/ja sqaron edhe se si do të kryhen veprimet me vektorët kur ata janë paraqitur si kombinim linear i vektorëve njësi <math>\vec{i}</math> dhe <math>\vec{j}</math>.</p><p>Më pas, mësuesi/ja shtron pyetjet:</p><ul style="list-style-type: none"><li>Ç'mund të themi për koordinatat e dy vektorëve të barabartë? Pse?</li><li>Si do ta shprehim me gjuhën e koordinatave faktin që dy vektorë janë të barabartë?</li></ul></div></div>			

- Atëherë, si do t'i gjejmë koordinatat e munguara të vektorit në barazimin:  $\vec{a} = \vec{b}$  kur  $\vec{a} = 2\vec{i} + y\vec{j}$  dhe  $\vec{b} = x\vec{i} - 3\vec{j}$ ?

Pra, një ekuacion që përmban vektorë me dy koordinata mund të ndahet në dy ekuacione, përkatësisht nga një për secilën koordinatë  $x$  dhe  $y$ .

- Si do ta gjenit gjatësinë e vektorit  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ ?

Punohet në tabelë shembulli 6 në faqen 162.

Më pas, nxënësit punojnë në dyshe ushtrimet 1/a, c, d, e – 2/a, d – 4/c, d – 6 – 7 – 8 – 9 – 12 faqe 163-164. Çdo dy nga dyshet zgjidhin njëri nga ushtrimet e mësipërme. Mësuesi/ja gjatë ndarjes së detyrës kujdeset që dyshet fqinje të zgjidhin ushtrime të ndryshme. Pasi përfundojnë zgjidhjet, dyshet që kanë të njëjtin ushtrim krahasojnë zgjidhjet me njëri-tjetrin dhe një prej tyre paraqet zgjidhjen në tabelë. Mësuesi/ja udhëzon që të argumentojnë veprimet që kryejnë dhe nxënësit e tjerë mund të pyesin për ndonjë paqartësi që mund të kenë. P.sh. dyshet që zgjidhin ushtrimin 1 do të argumentojnë cili është drejtimi i vektorit në secilin rast.

**Përforcimi i të nxënësve:** Mësuesi/ja fton nxënësit që duke u nisur nga fakti si i zgjidhën rastet e mësipërme, të tregojnë hapat që duhet të përdoren për zgjidhjet e problemave me koordinatat e vektorëve. Argumentojnë përdorimin e këtyre hapave në shembullin 7 faqe 164.

Mësuesi/ja udhëzon nxënësit që në dyshe të zgjidhin ushtrimet 1 dhe 4 faqe 165. Në të dyja situatat zbatohet fillimisht hapi i parë, që është vizatimi i figurës. Mësuesi/ja drejton pyetjet:

- Pse është e nevojshme figura?
- Si do ta ndërtonit atë?
- Çfarë do të vizatoni në fillim?

Hapi i dytë është përcaktimi i koordinatave të vektorëve.

- Cilët janë vektorët e formuar që përmbajnë këto pika?
- Si do t'i gjeni koordinatat e tyre?
- Kur themi se pikat janë në vijë të drejtë?
- Si do ta vërtetojmë këtë fakt?

Dyshet e nxënësve punojnë për zgjidhjen dhe pasi përfundojnë atë, krahasojnë përfundimet me dyshet fqinje. Të dy zgjidhjet paraqiten në tabelë nga nxënës të ndryshëm dhe komentohen të gjitha hapat e zbatuara.

Mësuesi/ja zgjidh në bashkëpunim me nxënësit ushtrimin 8 faqe 165.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e koordinatave të vektorit, në zbërthimin e vektorëve si kombinim linear i vektorëve njësi  $\vec{i}$  dhe  $\vec{j}$ , në njehsimin e gjatësisë së vektorëve, në përcaktimin e drejtimit të një vektori si dhe në arsyetimin dhe argumentimin e zgjidhjes së situatave problemore që përmbajnë koordinatat e vektorit. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.

**Detyra:** Ushtrimet 11, 13 faqe 164 dhe 7 faqe 165. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyra hulumtuese:** Ushtrimet 9, 10 faqe 165.

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII—
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje & Eksplorim (përtej provimeve) & Vlerësim 6		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Vetëvlerësim i nxënësit</li><li>• Ushtrime dhe situata problemore</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- dallon madhësitë vektoriale dhe ato numerike;</li><li>- dallon vektorët e barabartë dhe vektorët e kundërt;</li><li>- kryen veprime me vektorët;</li><li>- zgjidh situata problemore gjeometrike në plan, me anë të metodave vektoriale;</li><li>- gjen koordinatat e vektorit në varësi të këndit që ai formon me kahun pozitiv të boshtit Ox;</li><li>- gjen gjatësinë dhe drejtimin e një vektori;</li><li>- përdor koordinatat e vektorëve për të gjetur zhvendosjet dhe largesat.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> pikë, vektor, drejtim, gjatësi, veprime, vektorë të barabartë, vektorë të kundërt, vektor zero, vektor njësi, $\cos \alpha$ ; $\sin \alpha$ ; drejtim, gjatësi, vektor rezultat.	
<b>Burimet:</b>		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b>	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të rikujtojnë konceptet kryesore të kapitullit. Ai/ajo shkruan në tabelë fjalët:			
<div><div>Madhësi vektoriale</div><div>Madhësi numerike</div><div>Vektori</div><div>Rreze vektore</div><div>Koordinatat e vektorit</div><div>Veprime me koordinatat</div><div>Gjatësia e vektorit</div><div>Vektori njësi</div><div>Drejtimi i vektorit</div><div>Mbledhja e vektorëve</div><div>Shumëzimi i vektorit me numër</div><div>Vektor i kundërt</div></div>			
<p>dhe udhëzon nxënësit të shkruajnë një ese të shkurtër përshkuese, duke përdorur fjalët më lart, ku të tregojnë njohuritë dhe faktet që ata dinë për vektorët.</p> <p>Nxënësit punojnë në mënyrë individuale për kërkesën më lart. Prezantohen gjetjet e nxënësve dhe nëpërmjet kësaj veprimtarie arrihet përsëritja e njohurive kryesore të kapitullit.</p>			
<p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të punojnë po në mënyrë të pavarur me ushtrimet e faqes 167 ku duhet të zbatojnë njohuritë që kujtuan më lart. Gjatë kohës që nxënësit punojnë, ai/ajo vëzhgon nxënës të ndryshëm sesi po veprojnë dhe mund të ndërhyjë nëse shihet që dikush nuk po vepron saktë. Nxënësit marrin kohën e nevojshme për zgjidhjen e ushtrimeve (rreth 25-30 minuta).</p> <p>Pasi përfundon koha e paracaktuar, mësuesi/ja fton nxënësit të bëjnë vetëvlerësimin e punës së tyre. Përgjigjet e ushtrimeve diskutohen me radhë. Gjatë kësaj faze për ushtrime të ndryshme, ku nxënësit mund të kenë hasur vështirësi ose situata e ushtrimit e dikton (p.sh. ushtrimet 5 dhe 6, të cilat shoqërohen me figurat përkatëse), zgjidhja paraqitet në tabelë nga nxënësit të ndryshëm. Nxënësit orientohen për të qenë sa më realë gjatë vetëvlerësimit.</p> <p>Kalohet në rubrikën Eksplorim/përtej provimeve. Lexohet rubrika <i>Histori</i> dhe më pas kalohet në diskutimin e rubrikës “A e dini se ...”, ku nxënësit të ndryshëm japin mendimet e tyre rreth përdorimeve të shumta të vektorëve në jetën reale.</p> <p>Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të komentojnë rreth thënies së J. Gibbs.</p>			

- Si e kuptoni ju thënien “Matematika është gjuhë”?

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja ndan nxënësit në grupe katërshe dhe ndan detyrat për secilin grup.

Grupet 1 dhe 5: ushtrimet 3 dhe 6 faqe 169-170.

Grupet 2 dhe 6: ushtrimet 5 dhe 11 faqe 169-170.

Grupet 3 dhe 7: ushtrimet 8 dhe 12 faqe 170.

Grupet 4 dhe 8: ushtrimet 2 dhe 9 faqe 169-170.

Gjatë kryerjes së detyrës, mësuesi/ja iu kujton nxënësve që të kenë parasysh hapat që do të përdorin për zgjidhjen e ushtrimeve, duke i zbatuar me rigorozitet ato në çdo ushtrim.

Në momentin që grupet që kanë të njëjtën detyrë përfundojnë zgjidhjen, shkëmbejnë fletoret me njëri-tjetrin dhe kontrollojnë e vlerësojnë punën e grupit tjetër.

Më pas, përfaqësues të dy grupeve prezantojnë zgjidhjen dhe nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth zgjidhjes.

Në përfundim të veprimtarive, mësuesi/ja pyet:

- A mund të më tregoni si dhe sa ju ndihmojnë njohuritë për vektorët në situata problemore të ndryshme?

Për këtë, ai/ajo jep 2-3 shembuj që zgjidhen me mënyra të ndryshme, midis të cilave dhe me vektorët, dhe kërkon të tregojnë se cila nga mënyrat është më efikase. Shembuj të tillë mund të jenë:

- gjetja e koordinatave të kulmit të katërt të paralelogramit;
- vërtetimi që këndi ABC është i drejtë kur njohim koordinatat e tri pikave A, B, C;
- vërtetimi që tri pika janë në vijë të drejtë kur njohim koordinatat e këtyre tri pikave.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në dallimin e madhësive numerike nga ato vektoriale, njehsimin e koordinatave të vektorit, në zbërthimin e vektorëve si kombinim linear i vektorëve njësi  $\vec{i}$  dhe  $\vec{j}$ , në njehsimin e gjatësisë së vektorëve, në përcaktimin e drejtimit të një vektori si dhe në arsyetimin dhe argumentimin e zgjidhjes së situatave problemore që përmbajnë vektorët.

Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.

**Detyra:** Ushtrimet 4, 7, 10 faqe 169-170. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë krijuese për portofol: Kërkim.** Teoria e vektorëve është zhvilluar njëkohësisht edhe nga një matematikan britanik, pak a shumë në të njëjtën kohë me Gibsin. Kush ishte ai?

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

Fusha: Matematikë	Lënda: Matematikë	Shkalla: VI	Klasa: XII —
<b>Tema mësimore:</b> Kampionimi (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Për çfarë na shërben matematika?</li> <li>• Preferencat e klientëve për produkte të ndryshme në një dyqan ushqimesh.</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- evidenton në një studim: popullatën, parametrin, kampionin;</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> popullatë, kampionim, parametër, tregues statistikor, teknikë kampionimi, kampionim i njëanshëm.	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- përkufizon saktë kuptimet e mësipërme;</li> <li>- emërton mënyrat e ndryshme të kampionimit;</li> <li>- harton për situata reale mënyra të ndryshme kampionimi.</li> </ul>	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit.	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca

### Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

#### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë hyrjen e kapitullit 7 “Mbledhja, paraqitja dhe interpretimi i të dhënave” dhe të diskutojnë nën kontekstin: Për çfarë na shërben matematika. Diskutohet me nxënësit rreth zbatimeve të shumta të tyre në jetën reale.

Më pas, për të bërë lidhjen e atyre njohurive që nxënësi di, dhe të atyre që do të dijë, mësuesi/ja prezanton përpara nxënësve situatën:

Notat e dy nxënësve të klasave të 11-A dhe 11-B, në përfundim të klasës së 11 ishin:

Lëndët	Gjuhë shqipe	Letërsi	Histori	Gjeografi	Matematikë	Qytetari	Kimi	Biologji	Fizikë
Nxënësi A	7	6	7	8	7	6	7	8	6
Nxënësi B	8	7	6	8	8	8	8	8	7

Mësuesi/ja kërkon që nxënësit të studiojnë në dyshe tabelat e dhëna, duke u nisur nga njohuritë e marra në klasat e mëparshme. Në përfundim të punës, dyshtet diskutojnë rezultatet e arritura. Është shumë e mundshme që nxënësit të nisin nga njehsimi i mesatares, mesores, modës ose të studiojnë mundësinë e korrelacionit në këto të dhëna.

Për të orientuar nxënësit drejt kuptimeve që do të merren në këtë orë mësimi, mësuesi/ja u drejtohet nxënësve:

- A kemi vlerësuar të gjitha rezultatet e një nxënësi? (mungojnë disa lëndë...)
- A mund të themi se klasa e dytë ka nxënës më të mirë se klasa e parë?
- A kemi mjaftueshëm të dhëna për të studiuar nxënësit e dy klasave?

**Ndërtimi i njohurive:** Pasi diskutohen përgjigjet e nxënësve, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të thellohen më tej në hulumtimin e tyre.

- Si do të vepronit ju për të studiuar nivelin e dy klasave?

Përgjigjet e nxënësve mund të jenë të ndryshme si p.sh.:

- Do të evidentonim të gjitha notat e çdo nxënësi.

Mësuesi/ja reagon me pyetjen tjetër:

- A mund ta realizojmë brenda një kohe të shkurtër për çdo nxënës këtë?

Një nga përgjigjet e mundshme:

- Do të njehsonim mesataren e çdo klase.

Mësuesi/ja formulon pyetjen tjetër:

- A jep mesatarja vlerësim cilësor për nxënësit në çdo lëndë?

Një nga përgjigjet e mundshme:

- Do të studiojmë 10 nxënës në çdo klasë.

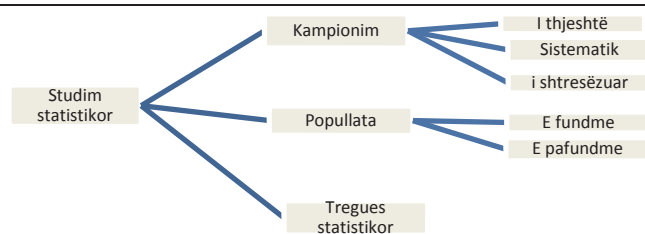
Mësuesi/ja drejton pyetjen tjetër:

- Do të mjaftonin 10 nxënësit e parë?

Diskutohet rreth situatave të mësipërme.

Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë shembullin 1 në faqen 172. Pasi diskutojnë në dyshe situatën e shembullit, nxënësit evidentojnë kuptimet: parametër, kampionim, popullatë, tipar statistikor.

Gjatë kohës që nxënësit formulojnë përfundimet e tyre mësuesi/ja plotëson një tabelë, ku përkufizon saktë kuptimet e mësipërme:



Theksohen faktet: Popullata është bashkësia e të gjitha elementeve që po studioni.

Kampioni është nënbashkësi e kësaj popullate.

Parametri është një numër që përshkruan të gjithë popullatën.

Treguesi statistikor është një numër i përftuar nga një kampion i vetëm; një ose disa të tillë mund të përdoren për të vlerësuar një parametër.

Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të zgjidhin ushtrimet 1 dhe 3 faqe 173. Në fillim, nxënësit studiojnë në dyshe, dhe më pas diskutojnë përgjigjet me dyshet e afërta. Mësuesi/ja kërkon që nxënësit të dallojnë në situatat e ushtrimeve popullatën, treguesin statistikor, parametrin etj. Pas kësaj diskutohen zgjidhjet e ushtrimeve në tabelë.

**Përforsimi i të nxënësve:** Në këtë fazë të mësimit, nxënësit rikujtojnë edhe njëherë hapat që duhen ndjekur për të zgjedhur një teknikë të përshtatshme kampionimi. Më pas kalojnë në studimin e shembullit 2 në faqen 174. Nëpërmjet studimit të shembullit 2, mësuesi/ja nxit të nxënësit formimin e shprehive studimore. Në funksion të kësaj u drejton nxënësve pyetje hulumtuese p.sh.:

- a është mendimi i blerësve të parë një vlerësim real për preferencat e klientëve?
- nëse jo si mendoni të shmangni përfundimet e gabuara?
- cilën teknikë kampionimi mund të përdorni?

Nxënësit vazhdojnë në dyshe punën me ushtrimet 1, 2, 3 në faqen 175. Në përfundim të punës, dyshet e afërta këmbëjnë fletoret dhe krahasojnë përfundimet. Disa prej nxënësve prezantojnë zgjidhjet e situatave në tabelë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve, dhe vlerëson disa të tjerë në lidhje me përcaktimin e popullatës, kampionimit, parametrin dhe treguesin statistikor. Vlerësimin mësuesi/ja e mbështet në punën që nxënësit zhvilluan në fletoret e tyre, si dhe në diskutimin e përfundimeve në tabelë. Gjatë vlerësimit, mësuesi/ja mban parasysh argumentimin e përgjigjeve të dhëna.

**Detyra:** 5 në faqen 173, 4 në faqen 175. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 5 dhe 6 në faqen 175.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Karakteristikat e pozicionit të shpërndarjes. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsytim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënësve:</b> • Shitja e ujit me gaz.	
<b>Rezultatet e të nxënësve të kompetencave matematikore sipas temës mësimore:</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>dallon të dhënat diskrete ose të vazhdueshme;</li> <li>dallon në një bashkësi të dhënash karakteristikat e shpërndarjes dhe të pozicionit;</li> <li>përcakton në një bashkësi të dhënash karakteristikat e shpërndarjes dhe të pozicionit;</li> <li>përcakton vlerat e jashtë ndodhura në një bashkësi të dhënash;</li> <li>identifikon përparësitë dhe mangësitë e çdo karakteristike.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> karakteristika të pozicionit, karakteristika të shpërndarjes, modë, mesore, mesatare, amplitudë, ndryshesë ndërkuartilore, të dhëna diskrete, të dhëna të vazhdueshme.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca	



Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Organizimi i orës së mësimi:

Parashikimi i njohurive:

Mesatarja, moda, mesorja janë kuptime të njohura nga nxënësit. Për këtë arsye, mësuesi/ja mund ta fillojë punën me një ushtrim të tipit:

Notat e nxënësve të dy klasave në provimin e matematikës janë pasqyruar në tabelat përkatëse:

Notat		4	5	6	7	8	9	10
Klasa A	Numri i nxënësve	2	4	5	4	7	5	3
Klasa B	Numri i nxënësve	0	6	5	8	7	3	1

Tregoni për të dy klasat:

a) notat që ndeshen më shpesh;

b) mesataren e notave në çdo klasë;

c) ndryshimin ndërmjet notës më të ulët dhe më të lartë;

d) numrin e nxënësve që kanë notë mesatare më të ulët (më të lartë) se mesatarja.

Nxënësit hulumtojnë në dyshe tabelat dhe karakteristikat e studiara mund t'i përmbledhin përsëri në një tabelë:

	Mesatarja	Notat që ndeshen më shpesh	Ndryshime ndërmjet notave	Nxënës mbi mesatare	Nxënës nën mesatare
Klasa A					
Klasa B					

Ndërtimi i njohurive:

Pasi kanë plotësuar tabelën përmbledhëse në dyshe e tyre, mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë për hapat që ndoqën në hulumtimin e tyre. Nëpërmjet marrëdhënieve pyetje-përgjigje, mësuesi/ja nxit nxënësit të përmbledhin kuptimet e mësipërme p.sh.:

a) Me çfarë lloj të dhënash kemi të bëjmë?

b) Si e njehsuat mesataren?

c) A mund të themi se klasa e parë ka nxënës me të mirë se klasa e dytë?

d) A vini re përqendrim të notave rreth ndonjë vlere?

e) Ka nxënës që janë dukshëm larg mesatares?

Në secilin rast nxënësit argumentojnë përgjigjen me shembuj nga tabela. Mësuesi/ja pasi ka dëgjuar kështu të gjitha përgjigjet e pyetjeve, përmbledh edhe njëherë kuptimet për karakteristikat e pozicionit dhe ato të shpërndarjes dhe thekson kuptimet e mesores dhe kuartileve. Nëpërmjet shembujve konkretë formulon mënyrën e përcaktimit të pozicionit të mesores, kuartilit, amplitudës dhe ndryshesës ndërkuartilore (vendoset theksi në rastet kur bashkësia e të dhënave është shprehur me numër tek ose çift).

Më pas, nxënësit studiojnë shembujt 1 dhe 2 në faqen 177. Gjatë diskutimit të përgjigjeve, mësuesi/ja vë theksin në mënyrën e studimit të një bashkësie me të dhëna të grupuara.

- A është vlere e saktë e mesatares së të dhënave? Pse?

Më pas, mësuesi/ja përcakton për secilën dyshe njërin nga ushtrimet 4, 5, 6 dhe 7 në faqet 178, 179. Fillimisht nxënësit diskutojnë në dyshe dhe më pas përgjigjet diskutohen në tabelë. Në këto ushtrime vihet theksi në mënyrën se si njehsohet mesatarja në rastin kur tipari i studiuar është i vazhdueshëm dhe të dhënat janë të grupuara.

Në përfundim të diskutimit të ushtrimeve, mësuesi/ja diskuton me nxënësit hapat që duhet të ndjekin për të zgjidhur një situatë problemore lidhur me treguesit statistikorë përmbledhës. Sqaron kuptimin e vlerave të jashtëndodhura dhe si mund të gjenden ato.

Mësuesi/ja vizaton një tabelë me kuptimet themelore që u evidentuan në këtë orë mësimi dhe fton nxënësit të japin mendimet e tyre për plotësimin e saj. Ai/ajo thekson se duhet të zgjidhni treguesit e përshtatshëm statistikorë të pozicionit dhe shpërndarjes.

Treguesit statistikorë		Përparësitë	Mangësitë	Shembuj
Karakteristika të pozicionit	Moda	1. E dobishme kur të dhënat jonumerike...		
	Mesorja			
	Mesatarja			
Karakteristika të shpërndarjes	Amplituda			
	NNK			

<p>Nxënësit mund të plotësojnë edhe me ndonjë veçori tjetër, që nuk është përfshirë në tabelë.</p> <p>Duke pasur parasysh plotësimin e tabelës, nxënësit kalojnë në studimin e shembullit 4 në faqen 180. Fillimisht nxënësit tregojnë vlerën e mesores, modës, mesatares për vlerat e tiparit të studiuar. Më pas, mësuesi/ja orienton nxënësit drejt studimit të informacionit që nxënësit morën nga ky shembull.</p> <p><b>Përforcimi i të nxënit:</b> Në këtë fazë të orës së mësimin, nxënësit diskutojnë ushtrimet 2 dhe 3 në faqen 180. Për zgjidhjen e ushtrimeve ata diskutojnë në dyshe, më pas krahasojnë përfundimet me dyshe e afërt.</p> <p>Në përfundim të diskutimeve, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të diskutojnë përgjigjet përfundimtare në tabelë. Në këtë mënyrë, secila prej dysheve, kontrollon dhe korrigjon zgjidhjen.</p> <p>Gjatë prezantimit të zgjidhjes, mësuesi/ja e vendos theksin te fakti që duke marrë parasysh vetitë e vlerave, mund të përcaktohet se cilët tregues duhen përdorur. Gjithashtu i mësohet dhe faktit të përcaktimit të mesores dhe kuartileve, përkatësisht kur numri i vlerave të studiuar është çift ose tek, si dhe në ndikimin që ka numri i vlerave të jashtëndodhura në mesoren e të dhënave.</p>
<p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime në evidencë për nxënës të tjerë në lidhje me përcaktimin e karakteristikave të pozicionit dhe të shpërndarjes së një bashkësie të dhënash si dhe me faktin se cilët tregues duhen përdorur. Në vlerësimin e nxënësve, mësuesi/ja mban parasysh punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre. Gjatë vlerësimit, mësuesi/ja evidenton saktësinë në përgjigje të nxënësve si dhe argumentimin e përgjigjeve.</p>
<p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 3, 8 në faqen 179 dhe 1 në faqen 180. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.</p> <p><b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimi 4 në faqen 181.</p>

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

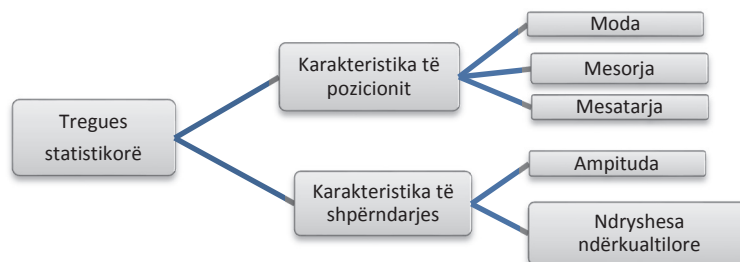
Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Të dhënat me një ndryshore. (Shkathësi dhe aftësi & Arsytim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Analiza e punës së një hidrauliku.</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimin:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>evidenton të dhënat statistikore në një bashkësi të dhënash;</li> <li>paraqet të dhënat statistikore me diagrame të ndryshme;</li> <li>njehson dendurinë, densitetin e dendurive;</li> <li>modelon, interpreton dhe ndërton tabela, diagrame, histogramë për të paraqitur një grup të dhënash.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> modë, mesore, kuartil, amplitudë, tregues statistikorë, grafik me kuti, vlera të jashtëndodhura, histogram, syprinë, probabilitet.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë	

### Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

#### Organizimi i orës së mësimin:

**Parashikimi i njohurive:** Fillimisht mësuesi/ja kërkon që nxënësit të rikujtojnë edhe njëherë treguesit statistikorë në një bashkësi të dhënash. Për këtë paraqet në tabelë një skemë për të konkretizuar lidhjen mes karakteristikave të pozicionit dhe shpërndarjes. Një tabelë e tillë mund të jetë:



Nëpërmjet marrëdhënieve pyetje-përgjigje, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të sqarojnë kuptimin për çdo tregues dhe si gjendet ai, p.sh.:

1. Si do ta përcaktonit mesoren në një bashkësi të dhënash?
2. Si do ta njehsonit mesataren e notave në lëndën e matematikës në klasën tuaj?
3. Cili është kuptimi i modës në një bashkësi të dhënash? ...etj.

Nxënësit mund t'u drejtojnë edhe pyetje të tjera shokëve, nëse mendojnë se kanë kuptime të paqarta.

**Ndërtimi i njohurive:** Më pas, mësuesi/ja rikujton me nxënësit grafikun me kuti:

- Si veprojmë për të ndërtuar grafikun me kuti?
- Çfarë hedhim në fillim?
- Si e lexojmë atë? Çfarë tregon ai?

Mësuesi/ja sqaron se një e katërta e të dhënave në kampion shtrihet ndërmjet çdo dy segmenteve vertikale të njëpasnjëshme në diagram. Grafikët me kuti janë të dobishëm për krahasimin e bashkësive të të dhënave. Shpjegon dy diagramet me kuti që janë në librin e nxënësit faqe 182.

Në përfundim të diskutimit, mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë shembullin 1 në faqen 182, me qëllim që të formojë tek ata shprehitë studimore. Pasi kanë studiuar në dyshe situatën, dyshet e afërta dalin në përfundimin se cila do të ishte zgjidhja më e mirë (hidrauliku më i përshtatshëm). Sigurisht, që kjo zgjedhje do të jetë e mbështetur në argumente, p.sh.: ku është NNK më e madhe, ku ka më shumë vlera të jashtëndodhura, ku është amplituda më e madhe etj. Pasi diskutohen në dyshet e afërta, përfundimet prezantohen nga disa nxënës në tabelë.

- Si do të vepronit nëse do kishit të bënit me të dhëna të grumbulluara?
- Si e ndërtojmë grafikun në këtë rast?

Kalohet në shembullin 2. Përsëri, nxënësit diskutojnë në dyshe. Për ta bërë më të plotë studimin, mësuesi/ja mund të shtojë si kërkesë: njehsoni mesoren, modën, mesataren në këtë tabelë dendurish. Nxënësit kujtojnë paraprakisht se si do të përcaktojnë treguesit statistikorë nëse të dhënat janë të vazhdueshme (me klasa).

Pasi kanë studiuar shembullin 2, mësuesi/ja parashtrohet përpara nxënësve pyetje që nxisin formimin e shprehive studimore tek nxënësit, p.sh.:

1. A kanë klasat të njëjtën madhësi?
2. Vëreni mbivendosje të grupesh?
3. Sa është denduria e secilës klasë?
4. Si do ta njehsonit densitetin për çdo klasë?
5. A takohen intervalet? A përfshihen të gjitha vlerat?
6. Cila është e veçanta e një histogrami?

Pasi kanë diskutuar në dyshe, mësuesi/ja dëgjon nga dyshe të ndryshme përgjigjet. Vetë nxënësit vlerësojnë fillimisht saktësinë e përgjigjeve, dhe mësuesi/ja korrigjon ose plotëson nëse është e nevojshme.

Duke pasur parasysh përgjigjet e formuluar në këtë fazë të orës së mësimi, mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë shembullin 3 në faqen 185. përsëri mësuesi/ja mund të shtojë kërkesa të tjera me qëllim që informacioni i marrë nga histogrami të jetë më i hollësishëm.

Më pas, puna e nxënësve vijon në grupe me nga 4 nxënës. Grupe të ndryshme marrin njërin nga ushtrimet 1, 2 dhe 3 në faqen 186. Në përfundim të punës, grupet që kanë të njëjtin rast, nëpërmjet një përfaqësuesi krahasojnë rezultatet.

Përgjigjet e ushtrimeve prezantohen përpara klasës. Kështu secili grup, kontrollon dhe korrigjon përgjigjen e situatës.

**Përforcimi i të nxënit:** Në përfundim të diskutimit të ushtrimeve, mësuesi/ja kërkon që secili grup, sipas rastit që mori në shqyrtim, të tregojë hapat e ndjekur dhe të studiojë përparësitë dhe mangësitë e mënyrës së studimit p.sh.:

Grupet që kishin ushtrimin 1, të tregojnë përparësitë dhe mangësitë e grafikut me kuti;

Grupet që kishin ushtrimin 2, të tregojnë përparësitë dhe mangësitë e histogramit;

Grupet që kishin ushtrimin 3, të tregojnë përparësitë dhe mangësitë e grafikut të dendurive të grumbulluara.

Ndërkohë që nxënësit evidentojnë në fletore këto veçori, mësuesi/ja skicon një tabelë përmbledhëse për mënyrat e studimit. Tabela plotësohet hap pas hapi nga përgjigjet e nxënësve.

	Përparësitë	Mangësitë
Grafiku me kuti		
Histogrami		
Grafiku i dendurive		

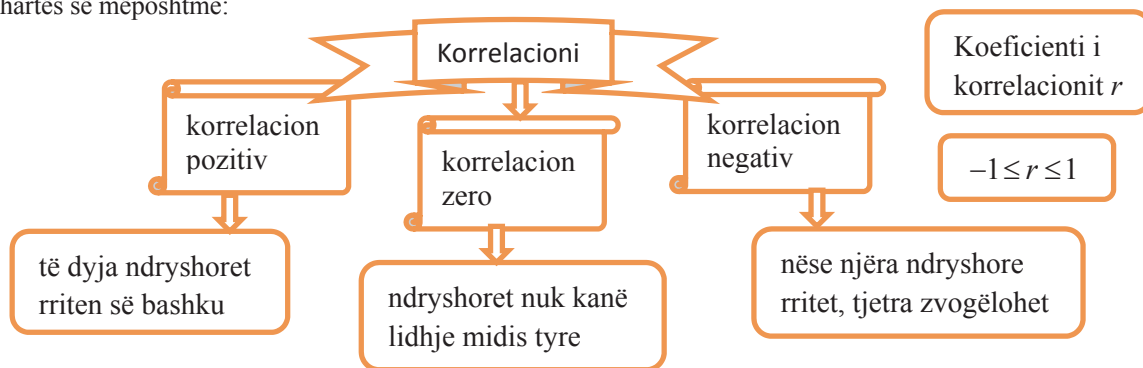
<p>Pasi plotësohet tabela, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të kalojnë në studimin e shembullit 4 në faqen 187.</p> <p>Meqë vetë shembulli përjashton diagramin me kuti, mund t'u sugjerohet grupeve të ndryshme të përdorin metoda të ndryshme studimi. Pasi studiojnë në grupet e tyre, përfundimet e arritura nga ky studim prezantohen nga përfaqësuesi i grupit. Vetë nxënësit përcaktojnë cila mënyrë studimi do të përfaqësojë më mirë të dhënat.</p> <p>Kalohet më pas në studimin e hapave për interpretimin e diagrameve që paraqesin të dhëna duke ilustruar ato në shembullin 5. Nxënësit vazhdojnë punën në grupe me nga 4 veta, me ushtrimet 3 dhe 4 të faqes 189. Pasi diskutojnë fillimisht në grupe, përgjigjet diskutohen nga përfaqësues të grupeve që kanë të njëjtin ushtrim. Më pas, përgjigjet diskutohen në klasë.</p>
<p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në studimin e të dhënave me një ndryshore, në ndërtimin e diagrameve të ndryshme për to, si dhe në leximin e diagramit që paraqet të dhënat.</p> <p>Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në argumentimin e përgjigjeve që japin.</p>
<p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 4 faqe 186 dhe 2 në faqen 189. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.</p>

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

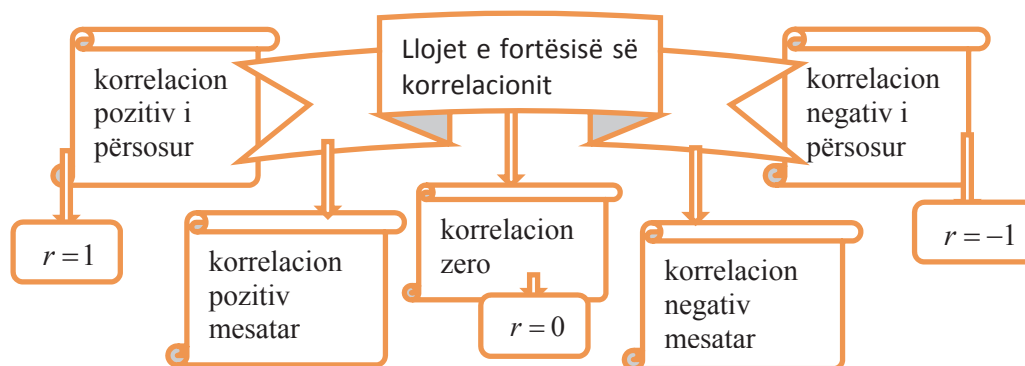
Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Të dhënat me dy ndryshore. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Korrelacioni ndërmjet gjatësisë dhe gjerësisë së petaleve të trëndafilave.</li><li>Shitja e akulloreve dhe numri i orëve me diell.</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>evidenton në grafik, lidhjen midis dy ndryshoreve;</li><li>dallon me ndihmën e grafikut, nëse mes dy ndryshoreve ekziston korrelacioni;</li><li>përcakton nëse korrelacioni është pozitiv ose negativ (ose 0);</li><li>përcakton me ndihmën e korrelacionit vlerat e të dhënave që mungojnë;</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> të dhëna me dy ndryshore, korrelacion, korrelacion pozitiv (negativ, zero), grafik me pika, ndryshore e pavarur.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkencë, Ekonomi.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja shtron para nxënësve pyetjet: <ul style="list-style-type: none"><li>Ç'kuptojmë me korrelacion?</li><li>Kur themi që dy madhësi janë në korrelacion me njëra-tjetrën?</li><li>Sa lloje korrelacionesh kemi?</li></ul> <p>Theksohet fakti se: korrelacioni dallohet duke vizatuar një grafik me pika, i cili, çdo çift vlerash të të dhënave e paraqet si një pikë të vetme në grafik. Më pas nxiten nxënësit të sjellin shembuj të dy madhësive që janë në korrelacion me njëra-tjetrën ose jo.</p>			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Fillimisht mësuesi/ja kërkon që nxënësit të studiojnë grafikët në fund të faqes 190. Në mënyrë që të orientohen nxënësit drejt kuptimeve që duhet të evidentohen, mësuesi/ja ju drejton atyre pyetjet ndihmëse: <ul style="list-style-type: none"><li>Në cilin grafik, pikat janë të pozicionuara përafërsisht pranë një drejtëze?</li><li>Cila drejtëz ka koeficient këndor pozitiv (negativ)?</li><li>a ka pika që bëjnë përjashtim nga ky rregull?</li></ul> <p>Nxënësit diskutojnë në fillim rreth grafikëve në dyshe, dhe më pas përgjigjet i krahasojnë me dyshet fqinje.</p>			

Pasi nxënësit formulojnë përgjigjet për secilën nga pyetjet e parashtruara, mësuesi/ja fton nxënësit t'i përmbledhin ato sipas hartës së mëposhtme:



Të dhënat që shtrihen saktësisht mbi një vijë të drejtë, kanë korrelacion të përsosur. Përndryshe, korrelacioni mund të përshkruhet si i fortë, mesatar apo i dobët.



Mësuesi/ja sqaron kuptimet ndryshore e pavarur dhe ndryshore e varur.

Pasi nxënësit njihen me kuptimet e reja, studiojnë shembullin 1 në faqen 191. Fillimisht studiojnë në dyshe, dhe më pas krahasojnë përfundimet e tyre, me grafikun e ndërtuar në tekst. Mësuesi/ja kërkon që nxënësit të thellohen në studimin e tyre, duke kërkuar që ata të argumentojnë pse kemi të bëjmë me korrelacion pozitiv mesatar.

Nxënësit në dyshe punojnë ushtrimet 2 dhe 3 faqe 191. Pasi përfundojnë zgjidhjet paraqiten në tabelë nga disa nxënës.

Pasi mësuesi/ja diskuton me nxënësit rreth hapave që ndiqen për të zgjidhur një problemë me të dhëna me dy ndryshore, shqyrtohet situata e shembullit 2 në faqen 192.

Për ta bërë më të detajuar studimin, mësuesi/ja mund të ndihmojë nxënësit me pyetjet:

- Cila është dita me më pak shitje?
- A janë të përafëruara këto vlera në rrjet?
- Cila është dita me më shumë shitje?
- A mund të parashikoni si do të vazhdonte shitja?

Dyshet u japin përgjigje pyetjeve të përcaktuara në tekst, si dhe atyre që parashtrihen nga mësuesi/ja.

Në përfundim të punës, dyshet e afërta krahasojnë grafikët dhe përgjigjet, dhe më pas përgjigjet përfundimtare diskutohen në tabelë. Gjatë diskutimit, mësuesi/ja vendos theksin te prezenca e lidhjes shkak-pasojë.

**Përforsimi i të nxënit:** Në këtë fazë të mësimit, nxënësit do të punojnë në grupe me nga 4 vetë, me ushtrimet 5 faqe 191 dhe 2, 3, 4 faqe 193. Në mënyrë që të diskutohen sa më shumë raste, mësuesi/ja u ndan grupeve të ndryshme ushtrime të ndryshme. Mund të kenë edhe dy grupe të njëjtin ushtrim.

Gjatë kohës që nxënësit diskutojnë në grupe, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe ndihmon grupet që kanë vështirësinë zgjidhjen e ushtrimeve. Pasi diskutojnë situatat e ushtrimeve në grupet e tyre, përfaqësues të grupeve që kanë të njëjtin ushtrim, mbledhen përsëri dhe krahasojnë përgjigjet. Më pas, përgjigjet përfundimtare, diskutohen në tabelë.

Mësuesi/ja fton nxënësit të modelojnë vetë një situatë të tillë, p.sh. si ajo e ushtrimit 1b.

Situata të mundshme mund të jenë: gjatësia e nxënësve dhe masa e tyre; gjatësia e nxënësve dhe mesatarja e tyre etj.

<p><b>Vlerësimi:</b> Në fund të orës, mësuesi/ja vlerëson duke pasur parasysh saktësinë në studimin e tabletave me dy ndryshore. Për këtë vlerësim, mësuesi/ja mbështetet në punën që nxënësit bënë në fletore dhe në tabelë gjatë prezantimit të përgjigjeve. Gjatë vlerësimit, mësuesi/ja evidenton edhe argumentimin e përgjigjeve. Gjithashtu, mban shënime në fletoren evidencë për nxënës të cilët do të vlerësohen në orët në vazhdim.</p>
<p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 5 faqe 191 dhe 1 faqe 193. Mësuesi/ja jep udhëzimet e duhura për zgjidhjen e detyrave.</p>
<p><b>Detyrë hulumtuese:</b> Ushtrimi 5 në faqen 193.</p>

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

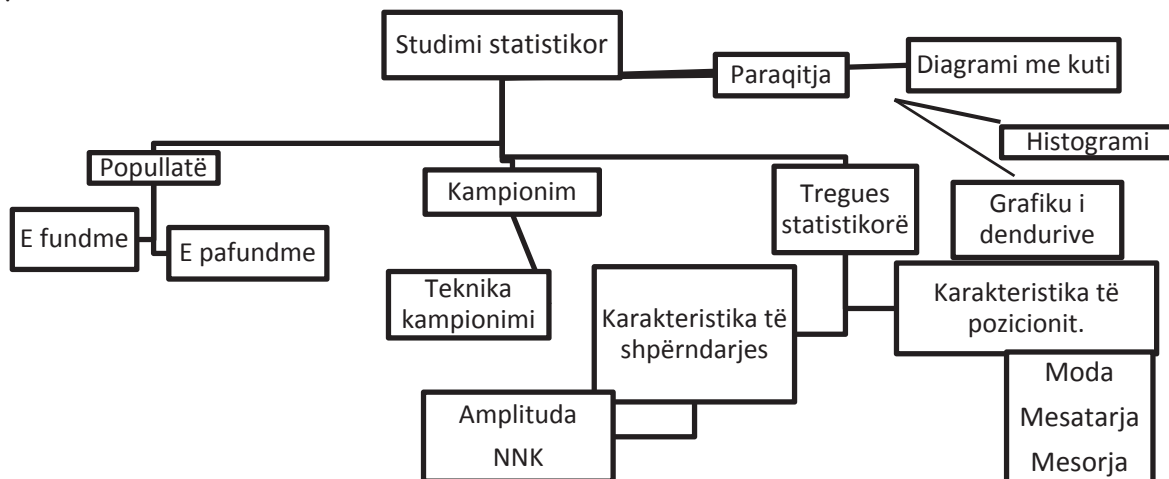
Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje & Eksplorim (përtej provimeve) & Vlerësim 7		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Vlerësim i nxënësit nga nxënësi.</li> <li>Numri i fëmijëve në familje.</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mëimit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>evidenton popullatën dhe parametrat e saj;</li> <li>emërton teknika kampionimi;</li> <li>lexon të dhënat e vazhdueshme të paraqitura nga një grafik me kuti, histogram ose diagram i dendurive të grumbulluara;</li> <li>përcakton nëse dy ndryshore kanë korrelacion ose jo;</li> <li>përcakton llojin e korrelacionit;</li> <li>përmbledh të dhënat e një studimi statistikor duke përdorur karakteristikat e shpërndarjes dhe të pozicionit.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> popullatë, parametër, kampion, kampionim, grafik me kuti, histogram, korrelacion (pozitiv, negativ, zero), karakteristika të shpërndarjes, karakteristika të pozicionit, koeficient i korrelacionit.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca	

### Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

#### Organizimi i orës së mëimit:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të plotësojnë hartën semantike për të përmbledhur njohuritë e marra në kreun 7.



Për të përmbledhur sa më mirë konceptet kryesore të kreut, mësuesi/ja mund të ndihmojë me pyetjet:

- Çfarë keni parasysh kur bëni një studim statistikor?
- Si mund të jetë një popullatë që studiohet?
- A mund të studiojmë të gjitha elementet e popullatës?



- Cilët janë treguesit statistikorë të një popullimi?
- Çfarë kuptoni me termin korrelacion? Po korrelacion negativ?
- Cilat janë vlerat që mund të marrë koeficienti i korrelacionit?
- Kur doni të paraqitni të dhënat, cilat mënyra përdorni? (diagramin me kuti, histogramin, tabelën e dendurive të grumbulluara)

Në këtë mënyrë, përgjigjet e nxënësve bëjnë të mundur plotësimin e tabelës si dhe përsëritjen e kuptimeve themelore të kreut.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të punojnë në mënyrë të pavarur me ushtrimet e faqes 195 ku duhet të zbatojnë njohuritë që kujtuan më lart. Gjatë kohës që nxënësit punojnë, ai/ajo vëzhgon nxënësit të ndryshëm sesi po veprojnë dhe mund të ndërhyjë nëse sheh që nxënësi ka vështirësi. Nxënësit marrin kohën e nevojshme për zgjidhjen e ushtrimeve (rreth 20-25 minuta).

Pasi përfundon koha e paracaktuar, mësuesi/ja fton nxënësit e të njëjtës bankë të këmbëjnë fletoret dhe të bëjnë vlerësimin e njëri-tjetrit. Pasi përfundojnë vlerësimin, përgjigjet e ushtrimeve diskutohen me radhë. Gjatë kësaj faze për ushtrime të ndryshme, ku nxënësit mund të kenë hasur vështirësi ose situata e ushtrimit e dikton, zgjidhja paraqitet në tabelë nga nxënësit të ndryshëm. Nxënësit orientohen për të qenë sa më realë gjatë vlerësimit të nxënësit tjetër. Nxënësit mund të hartojnë një sistem vlerësimi për punën e shokëve të bazuar mbi raportin përgjigje të sakta/përgjigje të gabuara.

Kalohet në rubrikën Eksplorim/përtej provimeve. Lexohet rubrika *Histori* dhe më pas kalohet në diskutimin e rubrikës “A e dini se ...”, ku nxënësit japin mendimet e tyre rreth Frensis Gallton që përdori informacione nga stacionet meteorologjike në Angli për të ndërtuar hartën e parë meteorologjike të botës.

Kalohet në pjesën e dytë: *Provo veten*, për të cilën nxënësit punojnë në grupe me nga 4 veta. Secili grup ndërton njërin nga grafikët e parashikuar, dhe në fund, përfaqësues të grupeve paraqesin të gjithë grafikët përpara klasës në mënyrë të dukshme (p.sh. në një kënd të tabelës). Duke parë grafikët, nxënësit nxjerrin përfundimet e tyre. Zgjidhjet përfundimtare prezantohen në tabelë.

**Përforsimi i të nxënësve:** Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të vazhdojnë punën në grupet katërshe dhe ndan detyrat për secilin grup.

Grupet 1 dhe 5: ushtrimet 3 dhe 7 faqe 197-199.

Grupet 2 dhe 6: ushtrimet 5 dhe 11 faqe 198-199.

Grupet 3 dhe 7: ushtrimet 6 dhe 10 faqe 198-200.

Grupet 4 dhe 8: ushtrimet 4 dhe 8 faqe 197-199.

Gjatë kryerjes së detyrës, mësuesi/ja iu kujton nxënësve që të kenë parasysh hapat që do të përdorin për zgjidhjen e ushtrimeve, duke i zbatuar me rigorozitet ato në çdo ushtrim. Në momentin që grupet që kanë të njëjtën detyrë përfundojnë zgjidhjen, shkëmbejnë fletoret me njëri-tjetrin dhe kontrollojnë e vlerësojnë punën e grupit tjetër.

Më pas, përfaqësues të të dyja grupeve prezantojnë zgjidhjen dhe nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth saj. Në përfundim të veprimtarive, mësuesi/ja nxit nxënësit që të vlerësojnë zgjidhjen më të mirë dhe të argumentojnë vlerësimin që bëjnë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve, dhe vlerëson disa të tjerë, mbështetur në punën që ata bënë në fletoren e tyre, si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bënë për njëri-tjetrin, përgjigjet me gojë dhe plotësimin e hartës që nxënësit bënë në fazën e parë të mësimit. Një tregues tjetër i vlerësimit mund të jetë edhe puna që nxënësit bënë në grup gjatë detyrës hulumtuese, ose argumentimi i vlerësimit që ata bënë për veten dhe shokët.

**Detyra:** Ushtrimet 2 dhe 9 në faqen 197-199.

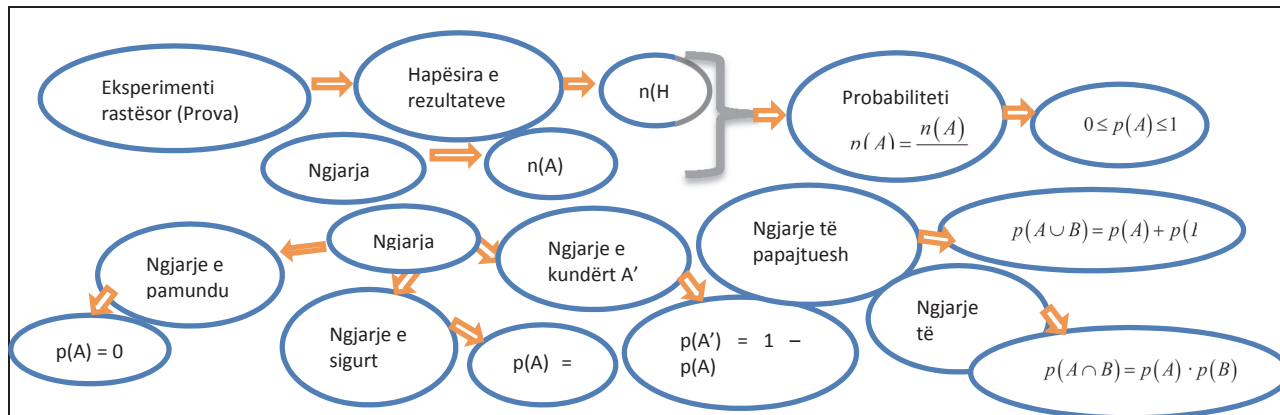
**Detyrë krijuese për portofol: Kërkim.** 1. Çfarë është regresi drejt mesatares?

Pse duhet marrë parasysh kur kryejmë eksperimente?

2. Krijoni një shembull të korrelacionit të dy ndryshoreve.



<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Probabiliteti. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> 1. Për çfarë na shërben matematika? 2. Anketa për ushqimin familjar në një shtet.	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- evidenton në një eksperiment rastësor ngjarjen, hapësirën e rezultateve;</li><li>- njehson probabilitetin e ngjarjes si raport;</li><li>- dallon ngjarjen e sigurt, ngjarjen e pamundur, ngjarjen e kundërt, ngjarjet e papajtueshme, ngjarjet e pavarura;</li><li>- njehson probabilitetin e një ngjarjeje duke përdorur formulat për probabilitetin e bashkimit dhe prerjes së ngjarjeve;</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> probabilitet, ngjarje rastësore, hapësira e rezultateve, ngjarje e sigurt, ngjarje të papajtueshme, ngjarje të kundërta, ngjarje të pavarura.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Biologji	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë situatën e faqes 201, si një nga shembujt ku përgjigja e problemit shprehet si probabilitet i një ngjarjeje. Në mënyrë që nxënësit të kuptojnë më së miri lidhjen e probabilitetit (si disiplinë e matematikës) me situata reale, mësuesi/ja mund të shtojë edhe pyetje të tjera p.sh.: a) A mund të marrë probabiliteti vlerën 0? b) A mund të jetë probabiliteti më i madh se 1? Po më i vogël se 0? Pasi janë diskutuar pyetjet e ngritura në fazën e parë, mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e mëposhtme: Nëse hedhim një zar të rregullt kubik, sa është probabiliteti që të bjerë numër çift? Ai/ajo fton nxënësit që nëpërmjet zgjidhjes së kësaj situatë ata të rikujtojnë terminologjinë që përdoret dhe njohuritë që ata kanë rreth probabilitetit. Mësuesi/ja iu drejtohet nxënësve me pyetjet: <ol style="list-style-type: none"><li>1. Cila është prova që kryejmë?</li><li>2. Çfarë prisni në fund të kësaj prove, pra cilat janë rastet e mundshme?</li><li>3. Cilat raste do të plotësonin kushtin tonë?</li><li>4. A përbëjnë këto raste një nënbashkësi të hapësirës?</li><li>5. Cili është raporti i këtyre rasteve me rastet e mundshme?</li><li>6. Sa do të ishte ky raport për ngjarjen: “Sa është probabiliteti që të bjerë numër natyror?”</li><li>7. Sa do të ishte ky raport për ngjarjen: “Sa është probabiliteti që të bjerë numri zero?”</li><li>8. Tregoni dy ngjarje të papajtueshme në këtë situatë.</li><li>9. Tregoni dy ngjarje të pavarura në këtë situatë.</li><li>10. Ç’mund të thoni për probabilitetet e tyre?</li></ol>			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Përgjigjet e pyetjeve të parashtruara në fazën e parë të mësimit, fillimisht diskutohen në dyshe dhe më pas prezantohen përpara shokëve. Për çdo përgjigje, mësuesi/ja përkufizon ose përmbledh në trajtë përfundimi, p.sh.: Për përgjigjen e parë: – prova që kryejmë është hedhja e një zari të rregullt; mësuesi/ja shton: - këtë veprim e emërtojmë eksperiment rastësor, të cilin mund ta përsëritim disa herë; ose për përgjigjen e dytë: – rastet e mundshme do të ishin {1, 2, 3, 4, 5, 6}; mësuesi/ja shton: - këtë bashkësi e emërtojmë hapësira e rezultateve; Pasi janë interpretuar të gjitha përgjigjet e pyetjeve, mësuesi/ja fton nxënësit të ndërtojnë një hartë koncepti në lidhje me kuptimet më lart. Një pamje e kësaj harte mund të jetë:			



Më pas kalohet në diskutimin e shembullit 1 në faqen 202.

Nxënësit në dyshe diskutojnë zgjidhjen e paraqitur në tekst. Në mënyrë që të nxisë të mësuarin nëpërmjet hulumtimit, mësuesi/ja mund të shtojë pyetje të tilla si:

- Cilat janë rastet kur zari bie numër çift;
- Cilat janë rastet kur zari bie numër jo më i madh se 4?
- Ngjarjet “bie numër çift” dhe “bie numër tek” janë të kundërta?
- Po ngjarjet “bie numër më i madh se 3” dhe “bie numër më i vogël se 3” janë të kundërta?

Nxënësit vijnë me studimin e shembullit 2 në faqen 203. Në këtë rast, theksi vihet te përcaktimi i ngjarjeve të pavarura, dhe njehsimi i probabilitetit të saj.

Më pas, nxënësit në dyshe punojnë ushtrimet 1, 2 dhe 3 në faqen 203. Zgjidhjet e tyre diskutohen edhe në tabelë.

**Përforsimi i të nxënësve:** Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë rreth hapave që ata duhet të zbatojnë për të zgjidhur problemat me probabilitet. Po në dyshe, mësuesi/ja fton nxënësit të hulumtojnë rreth shembullit 3 në faqen 204. Në këtë rast nxënësit kanë në vëmendje se ngjarja (A dhe B) e ka probabilitetin 0, pra  $P(A \text{ ose } B) = P(A) + P(B)$ . Në rastin e dytë, nxënësit fillimisht njehsojnë në dyshe probabilitetin e ngjarjeve R dhe S, dhe më pas provojnë nëse plotësohet barazimi për ngjarjet e pavarura.

Më pas, mësuesi/ja përcakton për dyshe të ndryshme situata të ndryshme. Punohen ushtrimet 2, 4, 6 të faqes 205. Nxënësit marrin kohën e mjaftueshme, për të zgjidhur ushtrimet, dhe më pas, dyshet e që kanë situata të njëjta, krahasojnë përgjigjet. Përfaqësues të dysheve prezantojnë zgjidhjet, në këtë mënyrë secili kontrollon zgjidhjen e tij.

Në varësi të kohës mund të punohet edhe ushtrimi 7 faqe 205.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore, mban shënime në fletoren evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson disa të tjerë. Vlerësimin e nxënësve e mbështet në faktet si ata evidentojnë provën, hapësirën e rezultateve, ngjarjen, lidhjet midis ngjarjeve si dhe në saktësinë që njehsojnë probabilitetet e kërkuara. Gjithashtu në vlerësim merr parasysh punën që ata kryen dhe qartësinë në prezantimin e përgjigjeve në tabelë, në pjesëmarrjen në diskutime etj.

**Detyra:** Ushtrimet 5 në faqen 204, 3 dhe 5 në faqen 205. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 8 në faqen 205.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Shpërndarja e probabiliteteve (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënësve:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Kutitë me sfera sipas ngjyrave; hedhja e monedhës disa herë.</li> <li>Anketë për përdorimin e kompanisë telefonike ose lotaria dhe llojet e biletave.</li> </ul>	

<b>Rezultatet e të nxënës të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- përcakton hapësirën e rezultateve në një eksperiment;</li><li>- përcakton ngjarjet përbërëse të ngjarjes së dhënë;</li><li>- njehson probabilitetin e ngjarjeve të veçanta;</li><li>- përdor funksionet probabilitare ose kontekstin e dhënë, për të gjetur shpërndarjen e probabilitetit dhe probabilitetet e ngjarjeve të veçanta.</li></ul>	<b>Fjalët kyçe:</b> probabilitet, ngjarje të veçanta, shpërndarje e probabiliteteve, ndryshore, funksion i shpërndarjes probabilitare.														
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca														
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>															
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fillim të orës së mësim, mësuesi/ja paraqet përpara nxënësve një tabelë ku ata do të shënojnë të gjitha ngjarjet elementare të hedhjes së një zari dhe probabilitetin e secilës prej tyre:															
<table><tr><td>Numri i pikëve</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>Probabiliteti</td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td></tr></table>		Numri i pikëve	1	2	3	4	5	6	Probabiliteti	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
Numri i pikëve	1	2	3	4	5	6									
Probabiliteti	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$									
Pasi nxënësit kanë plotësuar tabelën, mësuesi/ja shtron përpara tyre pyetjet:															
<p>a) Sa është shuma e të gjithë probabiliteteve që njehsuat?</p> <p>b) Si e kuptoni faktin që të gjitha probabilitetet kanë të njëjtën vlerë?</p> <p>c) Si do të ndryshonin vlerat nëse do të shqyrtonim ngjarjet: bie numër çift ose bie numër tek?</p>															
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja sqaron se: Shpërndarja e probabiliteteve për një eksperiment të rastit tregon se si shpërndahet ndërmjet të gjitha rezultateve të mundshme, probabiliteti i përgjithshëm, që është 1.															
Më pas, ndan klasën në grupe me nga 4 nxënës. Nxënësit, në grupe të ndryshme studiojnë një nga shembujt 1 dhe 2 të faqes 206 dhe 207. Në secilin rast, mësuesi/ja orienton nxënësit që fillimisht të paraqesin rezultatet e mundshme të ngjarjeve. Paraprakisht, mësuesi/ja e vë theksin tek ndryshimi mes “nxjerrjes me kthim” dhe “nxjerrjes pa kthim”. Pasi kanë diskutuar në grupet e tyre, mësuesi/ja fton nxënësit të përmbledhin situatat e shqyrtuara prej tyre në klasë nëpërmjet pyetjeve p.sh.:															
Shembulli 1:															
<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Cilat janë rastet e mundshme të nxjerrjes së dy sferave?</li><li>▪ Në cilat raste shuma e sferave është 4?</li><li>▪ Sa është shuma e të gjitha probabiliteteve që njehsuat për shumën e pikëve? ...etj.</li></ul>															
Shembulli 2:															
<ul style="list-style-type: none"><li>• Cilat janë vlerat që mund të marrë ndryshorja X?</li><li>• Cilat janë rastet e ndryshme në varësi të numrit të sferave të bardha?</li><li>• Sa do të jenë probabilitetet në secilin rast?</li><li>• Sa është shuma e probabiliteteve? ...etj.</li></ul>															
Pasi diskutohen të dy shembujt, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të tregojnë të përbashkëtën e tyre (shuma e probabiliteteve është 1).															
Mësuesi/ja kërkon që nxënësit, duke kujtuar njohuritë që kanë të paraqesin mundshme të hedhjes tre herë të një monedhe të rregullt pemë për këtë provë:															
<div><div><div>Hedhja e monedhës</div><div><div>S</div><div>L</div></div><div><div><div>S</div><div>L</div></div><div><div>S</div><div>L</div></div></div><div><div><div>S</div><div>L</div></div><div><div>S</div><div>L</div></div></div><div><div><div>S</div><div>L</div></div><div><div>S</div><div>L</div></div></div><div><div><div>S</div><div>L</div></div><div><div>S</div><div>L</div></div></div></div><div>hapësirën e rezultateve të duke ndërtuar diagramin</div></div>															

Pasi kanë evidentuar 8 rastet e mundshme, kalojnë në plotësimin e tabelës për shpërndarjen e probabiliteteve të të gjitha rasteve të mundshme të numrit të herëve që bie stemë. Plotësojnë tabelën:

Numri i herëve që bie stemë		1	2	3
Probabiliteti				

- Mblidhni të gjitha probabilitetet që gjetët. Çfarë vini re?

Mësuesi/ja sqaron se kjo tabelë na jep shpërndarjen e probabiliteteve. Punojnë me gojë ushtrimin 1 faqe 208.

Në vazhdim, grupet e nxënësve kalojnë në zgjidhjen e ushtrimeve 2, 4 dhe 5 faqe 208. Në përfundim të punës në grupe, përfaqësues të grupeve që kanë ushtrime të njëjta, krahasojnë përgjigjet midis tyre. Më pas, rastet diskutohen në tabelë.

Mësuesi/ja sqaron nxënësit se ndonjëherë, probabilitetet gjenden duke përdorur funksionin e shpërndarjes së probabilitetit, i cili është një funksion që jep probabilitetet e të gjitha rezultateve të mundshme të një eksperimenti.

Në këtë rast një **ndryshore diskrete e rastit**  $X$  merr vlerën  $x_i$  me një probabilitet  $p(X = x_i)$ . Ajo paraqet në tabelë situatën e shembullit 4 në faqen 209. Komentojnë të katër rastet e mundshme të vlerave të ndryshores  $x$ .

Më pas nxënësit në grupe katërshe studiojnë shembujt 5 dhe 6 në faqet 209-210. Në përfundim të studimit, përfaqësues të grupeve, argumentojnë zgjidhjet e paraqitura në shembuj. Përsëri vihet theksi në faktin se shuma e probabiliteteve është 1.

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja fton nxënësit të theksojnë hapat që ndiqen për zgjidhjen e situatave problemore me shpërndarjen e probabiliteteve. Nxënësit në grupet e tyre me nga 4 veta punojnë ushtrimet e faqes 211. Në mënyrë që të diskutohen sa më shumë raste, mësuesi/ja përcakton për grupe të ndryshme, raste të ndryshme p.sh.:

Grupi i parë dhe i pestë: ushtrimin 1 fq. 211

Grupi i dytë dhe i gjashtë: ushtrimin 2 fq. 211 etj.

Grupi i tretë dhe i shtatë: ushtrimin 4 faqe 211

Grupi i katërt dhe i tetë: ushtrimin 7 faqe 211

Nxënësit marrin kohën e mjaftueshme për të punuar. Në përfundim të punës në grupe, përfaqësues të grupeve që kanë ushtrime të njëjta, mblidhen dhe krahasojnë përgjigjet. Më pas, rastet diskutohen në tabelë.

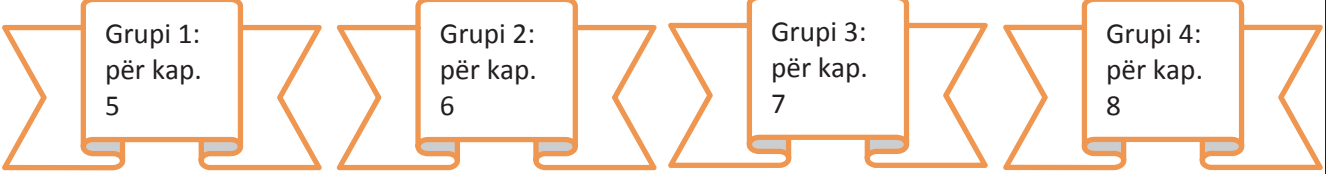
**Vlerësimi:** Në fund të orës së mësimit mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për disa të tjerë, duke u mbështetur në punën që ata bënë në fletoret e tyre dhe në tabelë. Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në aftësinë që nxënësit kanë në evidentimin e vlerave të mundshme të ndryshores, në plotësimin e tabelës së probabiliteteve, njehsimin e tyre etj. Gjithashtu, në vlerësim merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bëjnë për punën e njëri-tjetrit gjatë diskutimit të përgjigjeve.

**Detyra:** Ushtrimet 6 në faqen 209 dhe 5-8 në faqen 211. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje Eksplorim (përtej provimeve) Vlerësim për kreun 8 Ushtrime për përsëritje për krerët 5-8		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vlerësim i nxënësit nga nxënësi</li> <li>• Ushtrime dhe situata problemore fq. 216-219</li> <li>• Niveli i glukozës në gjak</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- njehson vlerën e një shprehjeje duke përdorur vetitë e fuqive dhe logaritmit;</li> <li>- zgjidh ekuacione eksponenciale dhe logaritmike;</li> <li>- shpreh vektorë të ndryshëm me ndihmën e koordinatave dhe kryen veprime me vektorë;</li> <li>- lexon dhe interpreton të dhënat e një studimi të paraqitur me ndihmën e një grafiku me kuti, histogrami, diagram dendurish;</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> fuqi, eksponent, bazë, logaritëm, funksion eksponencial, logaritmik, koeficient këndor i tangjentës, vektor, koordinata, gjatësi, drejtim, kah, popullatë, kampionim, karakteristika të shpërndarjes, tregues statistikorë, karakteristika të pozicionit, histogram, diagram dendurish, diagram me kuti, korrelacion, probabilitet, ngjarje të pavarura, ngjarje të kundërta, ngjarje të papajtueshme, shpërndarja e probabiliteteve, probabiliteti i bashkimit të ngjarjeve, ndryshore diskrete e rastit	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- interpreton të dhënat duke përdorur karakteristikat e shpërndarjes dhe të pozicionit;</li> <li>- zgjidh situata problemore në lidhje me probabilitetin e ngjarjeve të pavarura, të papajtueshme, të kundërta;</li> <li>- përdor funksionin probabilitar për të gjetur shpërndarjen e probabiliteteve.</li> </ul>	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<b>Organizimi i orës së mësimi:</b>	
<b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja ndan klasën në tetë grupe dhe secilit grup i jep detyrë të ndërtojë një kllaster për njohuritë e një kapitulli. Dy grupe të ndryshme do të kenë të njëjtën detyrë.	
	
<p>Për këtë iu lihet në dispozicion 6 minuta kohë. Secili grup prezanton kllasterin e vet. Grupet e tjera mund të plotësojnë nëse ata kanë lenë pa përmendur ndonjë njohuri.</p>	
<p>Mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të bëjnë vlerësimin e punës së grupeve.</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Cili grup ishte më i qartë dhe kishte punuar më mirë?</i></li> <li>- <i>Çfarë do të kishit bërë ju ndryshe për këtë kapitull?</i></li> </ul>	
<p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të punojnë në mënyrë të pavarur me ushtrimet e faqes 212 ku duhet të zbatojnë njohuritë e kreut 8 që kujtuan më lart. Gjatë kohës që nxënësit punojnë, ai/ajo vëzhgon nxënës të ndryshëm sesi po veprojnë dhe mund të ndërhyjë nëse shihet që nxënësi ka vështirësi. Nxënësit marrin kohën e nevojshme për zgjidhjen e ushtrimeve (rreth 20-25 minuta).</p>	
<p>Pasi përfundon koha e paracaktuar, mësuesi/ja fton nxënësit e të njëjtës bankë të këmbëjnë fletoret dhe të bëjnë vlerësimin e njëri-tjetrit. Pasi përfundojnë vlerësimin, përgjigjet e ushtrimeve diskutohen me radhë. Gjatë kësaj faze për ushtrime të ndryshme, ku nxënësit mund të kenë hasur vështirësi ose situata e ushtrimit e dikton, zgjidhja paraqitet në tabelë nga nxënës të ndryshëm. Nxënësit orientohen për të qenë sa më realë gjatë vlerësimit të nxënësit tjetër. Nxënësit mund të hartojnë një sistem vlerësimi për punën e shokëve të bazuar mbi raportin përgjigje të sakta/përgjigje të gabuara.</p>	
<p>Kalohet në rubrikën Eksplorim/përtej provimeve. Pasi njihen me të dhënat historike lidhur me figurat e njohura të matematikës, nxënësit diskutojnë situatat problemore të paraqitura. Për situatën e parë, nxënësit njehsojnë secilin nga probabilitetet e kërkuara, dhe më pas bëjnë krahasimin. Diskutohet rreth faktit që pse Gombo fitonte para me bastin e parë dhe humbiste me të dytin.</p>	
<p>Më pas kalohet në diskutimin e rubrikës “A e dini se ...”, ku nxënësit japin mendimet e tyre rreth numrit minimal të personave që do të merren në studim me qëllim që, të paktën dy prej tyre, ta kenë datëlindjen në të njëjtën ditë. Pas këtij diskutimi, mësuesi/ja përcakton kështu detyrën krijuese për portofolin e nxënësit për hulumtimin rreth probabilitetit të datëlindjes së disa njerëzve në një ditë.</p>	
<p>Mësuesi/ja fton nxënësit të hapin librin në faqen 216-217 dhe të shohin ushtrimet 1 dhe 7. Ai/ajo nxit ata të japin mendime rreth zgjidhjes së tyre. Diskutohen idetë që nxënësit paraqesin dhe më pas dy nxënës zgjidhin në tabelë ushtrimet.</p>	
<p><b>Përforcimi i të nxënës:</b> Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të punojnë në grupe me nga 4 veta. Secili grup punon me ushtrimet që i caktohen nga rubrika <i>Vlerësim</i> dhe nga ushtrime për përsëritje kreu 5-8. Mësuesi/ja ndan detyrat për grupet.</p>	
<p>Grupi 1: Ushtrimet 5 fq 214 dhe 6 fq 216</p>	<p>Grupi 2: Ushtrimet: 2 fq 214 dhe 8 fq 217</p>
<p>Grupi 5: Ushtrimet 4 fq 214 dhe 15 fq 218</p>	<p>Grupi 6: Ushtrimet 7 fq 215 dhe 22 fq 219</p>

<p>Gjatë kryerjes së detyrës, mësuesi/ja iu kujton nxënësve që të kenë parasysh hapat që do të përdorin për zgjidhjen e ushtrimeve, duke i zbatuar rigorozisht ato në çdo ushtrim. Në momentin që grupet që kanë të njëjtën detyrë përfundojnë zgjidhjen, shkëmbejnë fletoret me njëri-tjetrin dhe kontrollojnë dhe vlerësojnë punën e grupit tjetër.</p> <p>Më pas, përfaqësues të dy grupeve prezantojnë zgjidhjen dhe nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth zgjidhjes. Në përfundim të veprimtarive, mësuesi/ja nxit nxënësit që të vlerësojnë zgjidhjen më të mirë dhe të argumentojnë vlerësimin që bëjnë.</p> <p>Mësuesi/ja pyet:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>A kenë gjë të paqartë rreth njohurive që sapo ripërsëritëm?</i></li> <li>- <i>Ku hasët më shumë vështirësi?</i></li> </ul> <p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve, dhe vlerëson disa të tjerë, mbështetur në punën që ata bënë në fletoret e tyre, në saktësinë e përgjigjeve të dhëna, në plotësimin e kllasterit për njohuritë e kap, si dhe në argumentimin e përgjigjeve, n. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bënë për njëri-tjetrin, përgjigjet me gojë dhe plotësimin e tabelës që ata bënë në fazën e parë të mësimi. Një tregues tjetër i vlerësimit mund të jetë edhe puna që nxënësit bënë në grup gjatë zgjidhjes së detyrave, ose argumentimi i vlerësimit që bënë për veten dhe shokët.</p> <p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 10 faqe 215 dhe 16-19 në faqet 218-219. Mësuesi/ja orienton nxënësit për zgjidhjen e detyrave.</p> <p><b>Detyrë krijuese për portofol: Kërkim</b> lidhur me hulumtimin rreth datëlindjeve të disa njerëzve në një ditë.</p>
---

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Test i ndërmjetëm 2 (kreu 5, 6, 7, 8) Diskutim dhe vetëvlerësim për testin e ndërmjetëm		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njehson vlerën e një shprehjeje duke përdorur vetitë e fuqive dhe logaritmit;</li><li>- zgjidh ekuacione eksponenciale dhe logaritmike;</li><li>- nxjerr dhe interpreton ekuacionin e tangjentes, pingules;</li><li>- shpreh vektorë të ndryshëm me ndihmën e koordinatave dhe kryen veprime me vektorë;</li><li>- lexon dhe interpreton të dhënat e një studimi të paraqitur me ndihmën e një grafiku me kuti, histogrami, diagram dendurish;</li><li>- interpreton të dhënat duke përdorur karakteristikatat e shpërndarjes dhe të pozicionit;</li><li>- zgjidh situata problemore në lidhje me probabilitetin e ngjarjeve të pavarura, të papajtueshme, të kundërta;</li><li>- përdor funksionin probabilitar për të gjetur shpërndarjen e probabiliteteve.</li></ul>		<b>Njohuritë kryesore matematikore që do kontrollohen gjatë zhvillimit të testit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- veprime me vektorët; gjatësia e vektorit;</li><li>- njehsimi i koordinatave të vektorëve;</li><li>- vektorët bashkëvijorë;</li><li>- grupimi i të dhënave në klasa;</li><li>- njehsimi i karakteristikave të pozicionit dhe të shpërndarjes;</li><li>- ndërtimi i diagrameve statistikore;</li><li>- probabiliteti;</li><li>- veprime me fuqitë dhe logaritmet;</li><li>- ekuacione eksponenciale;</li><li>- ekuacione logaritmike;</li><li>- zbatime të përqindjes.</li></ul>	
<b>Burimet:</b> teksti i nxënësit, testi i përgatitur nga mësuesi/ja		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimi:</b> <b>Ora e parë:</b> 45 minutat e para zhvillohet testi. <b>Ora e dytë:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Pasi nxënësit kanë përfunduar testin, mësuesi/ja kërkon që ata të shprehin mendimet e tyre rreth ushtrimeve të testit dhe vështirësive që ata hasën. Zhvillohet një diskutim ku nxënësit shprehin lirshëm rreth testit. Mësuesi/ja dëgjon mendimet e tyre dhe bën edhe sqarimet përkatëse.			

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë tani zgjidhjen një për një të të gjitha kërkesave të testit. Për ushtrimet që nxënësit s'kanë hasur vështirësi apo s'kanë gjë të paqartë, mund të diskutohet vetëm përgjigjja, pa e zgjidhur atë në tabelë.

Ushtrimet e tjera zgjidhen në tabelë nga nxënës të ndryshëm, duke pasur parasysh që të paraqiten të gjitha mënyrat që ata kanë përdorur për zgjidhjen. Pasi dëgjon sqarimet dhe argumentimet e tyre rreth zgjidhjeve, mësuesi/ja ndërhyt në rast gabimi apo bën edhe vlerësim kur ata kanë arsyetuar në mënyrë të drejtë.

Për ndonjë kërkesë të veçantë ku mund të mos jetë zgjidhur drejt nga asnjë nxënës, mësuesi/ja me anën e pyetjeve që drejton, i nxit nxënësit drejt zgjidhjes, duke theksuar edhe njohuritë që do të përdorin dhe pse pikërisht duhet të përdorin ato.

**Përforcimi i të nxënit:** Pasi janë diskutuar të gjitha ushtrimet e testit, mësuesi/ja fton nxënësit të vlerësojnë veten për sa i përket testit dhe të nxjerrin pikat e tyre të dobëta për këta kapituj. Dëgjon vetëvlerësimet e disa prej nxënësve.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime për disa prej nxënësve duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë për të përcaktuar saktë hapat e zgjidhjes të situatave problemore si dhe në zgjidhjen dhe argumentimin e tyre. Gjithashtu paraqet interes edhe vetëvlerësimi që nxënësit i bëjnë vetes së vet.

**Detyra:** mund të jepen ushtrime rreth njohurive ku ata paraqitën vështirësi.



## Test i ndërmjetëm 2 ( kreu 5, 6, 7, 8)

### Matematikë XII – bërthamë:

**Funksionet eksponenciale dhe funksionet logaritmike, Vektorët**  
**Mbledhja, paraqitja dhe interpretimi i të dhënave, Probabiliteti dhe ndryshoret diskrete të rastit**

1. Jepen vektorët  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  dhe  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ .
  - a. Njihsoni  $|\vec{a}|$ . (1 pikë)
  - b. Njihsoni vektorin  $3\vec{a} - 2\vec{b}$ . (2 pikë)
2. Një sportist merr pjesë në një garë vozitjeje. Garuesit duhet të kalojnë nëpër tri pika që regjistrojnë kohën. Vendndodhjet e këtyre pikave janë hedhur në një hartë dhe kanë përkatësisht koordinatat A(1, 11), B(7, 6), C(13, 1). Tregoni që sportisti duhet të vozitë në vijë të drejtë, në mënyrë që të kalojë në të tria pikat. (3 pikë)
3. 30 nxënësit e një klase zhvilluan një test në lëndën e matematikës. Testi përmbante 25 pyetje që gjithsej kanë 50 pikë. Rezultatet e nxënësve në pikë ishin këto:  
40; 43; 37; 42; 17; 19; 20; 18; 23; 24; 37; 12; 29; 45;  
2; 50; 39; 40; 43; 17; 34; 20; 20; 15; 6; 8; 3; 48; 36; 21.
  - a. Ndani popullatën në 5 klasa. (1 pikë)
  - b. Përcaktoni dendurinë për secilën klasë. (1 pikë)
  - c. Përcaktoni klasën modale dhe mesoren. (2 pikë)
  - d. Gjeni mesataren e klasës. (2 pikë)
  - e. Sa për qind e nxënësve kanë marrë më shumë pikë se mesatarja? (2 pikë)
4. Nëse hidhet një zar i rregullt dhe një monedhë, sa është probabiliteti që:
  - a. Të bjerë stemë dhe numër çift? (2 pikë)
  - b. Të bjerë numër më i vogël se 4 ose stemë? (2 pikë)
  - c. Të bjerë numër më i madh se 3 dhe lekë? (2 pikë)
5. Zgjidhni ekuacionet:
  - a.  $2^x = \frac{1}{16}$  (1 pikë)
  - b.  $\log_2(x+2) = 3$  (1 pikë)
  - c.  $3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$  (2 pikë)
  - d.  $3 \ln x - \ln 2x = 5$  (2 pikë)
6. Vija me ekuacion  $y = a(b)^x$  kalon nga pikat A(0, 2) dhe B(1, 2e).
  - a. Gjeni a dhe b. (2 pikë)
  - b. Për vlerat e a = 2, dhe b = e, shkruaj ekuacionin e tangjentes me vijën në pikën B. (2 pikë)
  - c. Njihsoni syprinën e trekëndëshit të formuar nga tangjentja dhe boshtet koordinative. (2 pikë)
7. Në një llogari bankare depozitohen 25 000 lekë me normë interesi 3% në vit.
  - a. Sa do të jetë kapitali në fund të vitit të parë? (2 pikë)
  - b. Vërtetoni se pas n vitesh llogaria do të ketë  $K = 25000 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$  (2 pikë)
  - c. Pas sa kohësh kapitali do të jetë më shumë se dyfishi i vlerës fillestare? (2 pikë)

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Pikët	0 – 9	10 – 14	15 – 19	20 – 24	25 – 29	30 – 34	35 – 38

### Çelësi i zgjidhjes

<b>Ushtrimi 1/b:</b> njehson koordinatat e $3\vec{a}$ ose $2\vec{b}$	1 pikë
njehson koordinatat e $3\vec{a} - 2\vec{b}$	1 pikë
<b>Ushtrimi 2:</b> shkruan koordinatat e vektorit $\overrightarrow{AB}$	1 pikë
shkruan koordinatat e vektorit $\overrightarrow{BC}$	1 pikë
tregon që vektorët $\overrightarrow{AB}$ dhe $\overrightarrow{BC}$ janë bashkëvizorë	1 pikë
<b>Ushtrimi 3/c:</b> përcakton saktë klasën modale	1 pikë
përcakton saktë mesoren	1 pikë
<b>Ushtrimi 3/d:</b> shkruan barazimin për mesataren e pikëve	1 pikë
përcakton saktë mesataren	1 pikë
<b>Ushtrimi 3/e:</b> përcakton numrin e nxënësve me pikë mbi mesataren	1 pikë
shpreh në përqindje këtë numër	1 pikë
<b>Ushtrimi 4/a:</b> përcakton numrin e rasteve të mundshme	1 pikë
përcakton numrin e rasteve të favorshme dhe njehson $p(A)$	1 pikë
<b>Ushtrimi 4/b:</b> përcakton numrin e rasteve të mundshme	1 pikë
përcakton numrin e rasteve të favorshme dhe njehson $p(B)$	1 pikë
<b>Ushtrimi 4/c:</b> përcakton numrin e rasteve të mundshme	1 pikë
përcakton numrin e rasteve të favorshme dhe njehson $p(C)$	1 pikë
ose shkruan ngjarjen C si të kundërtën e B	1 pikë
njehson probabilitetin e C me ndihmën e formulës $1 - p(B)$	1 pikë
<b>Ushtrimi 5/c:</b> zëvendëson $3^x$ me $t$ , dhe zgjidh ekuacionin e përfutur në varësi të $t$	1 pikë
zgjidh ekuacionin në varësi të $x$	1 pikë
<b>Ushtrimi 5/d:</b> vendos kushtet	1 pikë
zbaton vetitë e logaritmit, dhe zgjidh ekuacionin;	1 pikë
<b>Ushtrimi 6/a:</b> zëvendëson koordinatat e A dhe B në vend të $x$ dhe $y$ dhe formon sistemin	1 pikë
njehson vlerat e $a$ dhe $b$	1 pikë
<b>Ushtrimi 6/b:</b> përcakton koeficientin këndor të tangjentes si derivat i funksionit	1 pikë
shkruan ekuacionin e tangjentes	1 pikë
<b>Ushtrimi 6/c:</b> përcakton pikëprerjet e tangjentes me boshtet koordinative	1 pikë
njehson syprinën e trekëndëshit kënddrejtë	1 pikë
<b>Ushtrimi 7/a:</b> njehson interesin për 1 vit	1 pikë
njehson kapitalin në fund të vitit të parë	1 pikë
<b>Ushtrimi 7/b:</b> shpreh K vit pas viti	1 pikë
nxjerr formulën	1 pikë
<b>Ushtrimi 7/c:</b> zëvendëson $K = 50000$ dhe formon inekuacionin	1 pikë
njehson vlerat e $n$ , dhe përcakton zgjidhjen	1 pikë

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII—
<b>Tema mësimore:</b> Projekt 1. Faza e dytë. Ora e parë & ora e dytë		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Aftësimi praktik. Ecuria e restorantit.</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>diskuton materialet e siguruar nga ai/ajo vetë, por edhe nga shokët e tjerë të grupit;</li><li>përzgjedh materialet më të domosdoshme për projektin;</li><li>harton në grup draftin e projektit;</li><li>përzgjedh mënyrën e prezantimit të projektit;</li><li>prezanton projektin dhe argumenton idetë e tij në këtë projekt;</li><li>përdor gjuhën e duhur matematikore për materialin e përgatitur.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> biznes, restorant, të dhëna, klientë, tavolina, syprina, ekstremume, panel diellor, kursim, prezantim, mozaik, shtesë, beton, ndriçues.	
<b>Burimet:</b> teksti i projektit, revista biznesi, materiale nga interneti etj.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Biznes	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<p><b>Punë paraprake:</b> Përcaktimi i detyrës hulumtuese për secilin grup.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Nëpërmjet teknikës <i>brainstorming</i>, mësuesi/ja në bashkëpunim me nxënësit përzgjedhin detyrat e kësaj faze të projektit.</li><li>Ndarja e nxënësve të klasës në grupe me 4-5 vetë duke pasur parasysh edhe aftësitë matematikore të secilit nxënës.</li><li>Sqarimi për secilin grup për situatën konkrete që ata duhet të përzgjedhin lidhur me temën e projektit. Çdo grup merr njërën nga 3 detyrat e dyta hulumtuese të projektit.</li><li>Orientimi nga mësuesi/ja për burimet që nxënësi mund të përdorë për përpunimin e informacionit. Ai udhëzon secilin nga grupet rreth detyrës që ata do të kryejnë.</li><li>Zgjedhja e liderit të grupit, që do të drejtojë punën dhe do të raportojë për etapat e punës së kryer nga secili anëtar i grupit.</li><li>Zgjedhja e liderit të klasës që do të hartojë draftin përfundimtar të projektit.</li></ul> <p>Në këtë fazë, grupet mund të qëndrojnë edhe si në fazën e parë por është më mirë të ndërrohen me qëllim që të rritet bashkëpunimi dhe me nxënës të tjerë dhe sa më shumë nxënës të provojnë të jenë lider.</p> <p><b>Tema të sugjeruara për çdo grup pune:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Shtesa</li><li>Betoni</li><li>Mozaiku</li></ul> <p><b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Ora e parë:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Nxënësit punojnë në grupet e tyre.</li><li>Nëpërmjet teknikës “Rrjeti i diskutimit”, ata diskutojnë situatat dhe të dhënat e siguruar nga burime të ndryshme.</li><li>Nëpërmjet metodës “Mbajtja e strukturuar e shënimeve”, lideri i grupit mban shënime për të gjitha diskutimet dhe zgjidhjet e mundshme të situatave përkatëse. Më pas bën një përmbledhje të tyre i ndihmuar dhe nga shokët e grupit.</li><li>Nxënësit përzgjedhin materialet që do të përdorin për projektin.</li><li>Nxënësit shkruajnë projektin e plotë dhe diskutojnë për mënyrën e prezantimit.</li><li>Lideri i klasës mbledh liderët e grupeve dhe punojnë së bashku për të hartuar draftin përfundimtar të fazës së dytë të projektit. Më pas, ai harton dhe draftin përfundimtar të projektit.</li></ul>			

<p><b>Ora e dytë e projektit</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Nxënësit prezantojnë punën sipas grupeve të tyre.</li> <li>Nxënësit i përgjigjen pyetjeve të shokëve nga grupet e tjerë dhe komenteve të mësuesit.</li> <li>Grupet respektojnë kohën e përcaktuar për prezantim.</li> </ul> <p>Mësuesi/ja udhëzon nxënësit se të gjitha grupet duhet të vlerësojnë punën e njëri-tjetrit. Për këtë, ata duhet të mbajnë shënime për prezantimet e çdo grupi. Për vlerësimin duhet të kenë parasysh:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Çfarë ju pëlqeu më shumë nga ky prezantim?</li> <li>Çfarë etape të punës do të vlerësoni më shumë?</li> <li>Çfarë sugjeroni të përmirësohet nga puna e secilit grup?</li> </ul> <p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja vlerëson duke mbajtur parasysh disa këndvështrime:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>g. cilësinë e organizimit të punës për të arritur objektivat e projektit;</li> <li>h. sa qartë e kanë paraqitur nxënësit objektivin e tyre;</li> <li>i. sa janë zbatuar afatet e vendosura më parë;</li> <li>j. etikën e punës në grup;</li> <li>k. mënyrën e bashkëpunimit brenda grupit, frymën e tolerancës, përgjegjësitë, mirëkuptimin etj.;</li> <li>l. aftësinë krijuese, përdorimin e teknikave tërheqëse dhe përdorimin e një gjuhe të zgjedhur, të pasur, dhe pa gabime drejtshkrimore në prezantimin e projektit.</li> </ul> <p>Mësuesi/ja pasi dëgjon të gjitha grupet përcakton vlerësimin në bazë të kritereve të njohura për vlerësimin.</p> <p><b>Nivelet dhe kriteret e vlerësimit:</b> si në fazën e parë.</p>
---

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Funksionet. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Për çfarë na shërben matematika</li><li>• Prodhimi i një kompanie</li><li>• Ndërtimi i çatisë</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mëimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- përcakton bashkësinë e përcaktimit të funksionit;</li><li>- përcakton bashkësinë e vlerave të një funksioni;</li><li>- identifikon nëse një funksion është ose jo bijektiv;</li><li>- tregon nëse funksioni ka ose jo funksion të anasjellë;</li><li>- njehson funksionin e anasjellë, përbërjen e dy funksioneve etj.;</li><li>- ndërton grafikë të funksioneve të ndryshëm duke përdorur grafikë të dhënë.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> bashkësi e përcaktimit, bashkësi e vlerave, funksion i anasjellë, përbërje e funksioneve, grafik, funksion injektiv, bijektiv.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë, inxhinieri	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

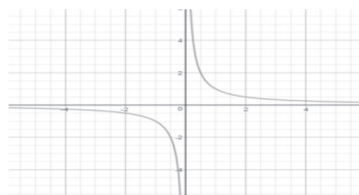
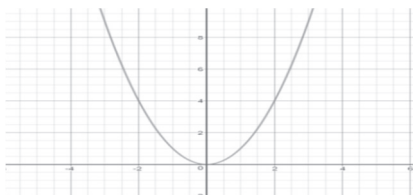
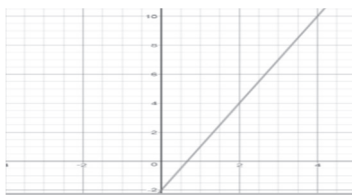
### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Në fillim të orës së mësimi, mësuesi/ja fton nxënësit të njihen me materialin ilustrues në faqen 3. Pasi studiojnë të dhënat e materialit, mësuesi/ja mund t'u sugjerojë nxënësve si detyrë të hulumtojnë për mënyrën se si njehsohet rrënja katrore e një numri pa ndihmën e makinës llogaritëse, ose gjetjen e ShVP dhe PMP së më shumë se dy numrave njëherësh.

Më pas, puna në klasë vazhdon me situatat e ushtrimeve të mëposhtme:

Në grafikët e skicuar, përcaktoni:

a) bashkësinë e përcaktimit; b) bashkësinë e vlerave; c)  $f(2)$ ; d) vlerën e  $x$  për të cilën  $f(x) = 9$  (sa të tilla ka).



Pasi kanë punuar në dyshe, nxënësit diskutojnë përgjigjet e situatave më sipër.

**Ndërtimi i njohurive:** Duke analizuar përgjigjet e marra, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të krahasojnë funksionin e parë me dy të tjerët: në funksionin e dytë për  $y = 9$  kemi gjejmë dy vlera të  $x$  (3 dhe -3); në funksionin e tretë nuk ekziston  $f(0)$ , ndërsa në të parin lidhja mes  $x$  dhe  $y$  është një për një. Mësuesi/ja njeh nxënësit me dy konceptet e reja për funksionin: bijektivitetin dhe injektivitetin. Ajo formulon edhe njëherë në mënyrë të përmblendhur lidhjen:



Në vazhdim, nxënësit nxiten nga mësuesi/ja të kujtojnë përbërjen e funksioneve. Në funksion të kësaj, nxënësit në grupe me nga 4, skicojnë në të njëjtin rrjet koordinativ grafikët e funksioneve:  $y = x^3$ ;  $y = -x^3$ ;  $y = 3 - x^3$ . Pas ndërtimit, mësuesi/ja shtron përpara nxënësve pyetjen: si mund të kalojmë nga grafiku i parë në grafiku e tretë? A mund të përcaktoni mënyrën e ndërtimit grafikut të  $y = 3 - x^3$  pa i gjetur vlerat përkatëse të tij? Cilin grafik do të përdornit për këtë?

A mund ta shprehim  $y = 3 - x^3$  si përbërje të dy funksioneve ( $y = x^3$  dhe  $y = 3 - x$ )? Cilën përbërje do të përdornit,  $f(g(x))$  apo  $g(f(x))$ ?

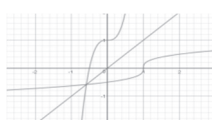
Gjeni  $f(f(x))$  dhe  $g(g(x))$ .

Kalohet kështu në kuptimin e tretë të temës së mësimi: funksionet e anasjella. Nxënësit e njohin tashmë mënyrën e përcaktimit të  $f^{-1}$ , kështu që mësuesi/ja e vë theksin te formulimi i pohimit se cilat funksione kanë të anasjellë. Për këtë përcakton si detyrë për funksionet:  $y = 3x - 2$  dhe  $y = x^2$ , gjeni:

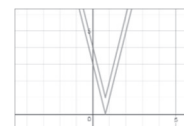
a)  $f(1) = \dots$ ; b) vlerën e  $x$  për të cilën  $f(x) = 9$ ; c) a është e vetme kjo vlerë e  $x$ ?

Pasi hulumtojnë në grafik, nxënësit bëjnë dallimin mes dy rasteve, dhe mësuesi/ja përmblendh në mënyrë të strukturuar rastet kur funksionet kanë të anasjellë. Përsëri në grupet me nga 4 veta, nxënësit studiojnë shembujt 4 dhe 5 në faqen 6 dhe 7, dhe më pas mund të diskutojnë në grupet e tyre situata të ngjashme p.sh. skiconi:

a)  $y = 2x^2 + 1$  dhe të anasjellin e vet;



b)  $y = 1 + |4x - 3|$ .



Pasi skicojnë grafikët e funksioneve, përfaqësues të grupeve krahasojnë përgjigjet dhe dy prej tyre prezantojnë zgjidhjet në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja i ndihmon nxënësit të hulumtojnë duke iu drejtuar atyre pyetjet:

- si janë të pozicionuar grafikët e funksioneve  $f(x)$  dhe  $f^{-1}(x)$  në lidhje me njëri-tjetrin në rastin a? Po me drejtëzën  $y = x$ ?
- a ka grafiku i rastit b pika nën boshtin OX?
- si e ndërtojmë funksionin  $y = |4x - 3|$ ? Po funksionin  $y = 1 + |4x - 3|$ ?

Nxënësit në grupet e tyre punojnë ushtrimet 2 – 3 – 4/c, d, e – 6/a – 9/a faqe 7-8. Çdo grup ka njërin prej ushtrimeve. Pasi përfundojnë, nxënës nga grupe të ndryshme prezantojnë zgjidhjet në tabelë.

Në përfundim të diskutimit, mësuesi/ja rikujton edhe njëherë, në mënyrë të përmblodhur, konceptet e marra në temën e sotme dhe hapat për të gjetur funksionin e anasjellë apo vlerën absolute të një funksioni. Këto shoqërohen edhe me shqyrtimin e shembujve 6 dhe 7 në libër.

**Përforcimi i të nxënës:** Nxënësit vazhdojnë punën në grupet me nga 4 veta, me ushtrimet e faqes 10 dhe 11. Mësuesi/ja ndan ushtrimet për grupet. Çdo dy prej grupeve do të kenë të njëjtin ushtrim.

Grupet 1 dhe 5:  
ushtrimin 2 faqe 10

Grupet 2 dhe 6:  
ushtrimin 5 faqe 11

Grupet 3 dhe 7:  
ushtrimin 4 faqe 11

Grupet 4 dhe 8:  
ushtrimin 8 faqe 11

Nxënësit diskutojnë në grupet e tyre ushtrimet dhe më pas, grupet që kanë të njëjtin ushtrim i krahasojnë zgjidhjet e gjetura. Më pas, përfaqësues të grupeve prezantojnë zgjidhjet në tabelë. Gjatë diskutimit, nxënësit kanë mundësi të korrigjojnë punën e shokëve dhe punën e tyre njëkohësisht.

Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë rreth ushtrimit 9 në faqen 11.

- *Cili është gabimi i Klarës?*
- *Si do ta korrigjonit ju atë?*

**Vlerësimi:** Në fund të orës së mësimit, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për disa të tjerë, duke u mbështetur në punën që ata bënë në fletoret e tyre. Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në aftësinë që nxënësit kanë në evidentimin e veçorive të funksionit, në gjetjen e përbërjes së dy funksioneve si dhe në gjetjen e funksionit të anasjellë. Në vlerësim, do të merret parasysh gjithashtu dhe puna në grup apo vlerësimi që nxënësit i bëjnë njëri-tjetrit.

**Detyra:** Ushtrimet 8, 10 në faqen 8 si dhe 6 dhe 7 në faqen 11. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 10 në faqen 11.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Ekuacionet parametrike. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> Lëvizja e plumbit nga shkëmbi në det	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- shkruan ekuacionin kartezian të një vije;</li><li>- shkruan ekuacionin parametrik të një vije;</li><li>- shndërron ekuacionin parametrik në ekuacion kartezian dhe anasjellas;</li><li>- përcakton koordinatat e pikave në një ekuacion vije;</li><li>- njehson koordinatat e pikave të prerjes së dy vijave të dhëna në trajtë parametrike ose karteziane.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> vijë, ekuacion kartezian, pikë, ekuacion parametrik, parametër, pikëprerje	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, vizore, laps		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë, fizikë	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Në fillim të orës së mësimi, mësuesi/ja iu parashtron nxënësve ushtrimet:

1. Gjeni pikën e prerjes së vijave:  $x^2 + y^2 = 25$ ;  $(x-3)^2 + y^2 = 16$ .
2. Përcaktoni qendrën e rrethit me ekuacion:  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$
3. Nëse  $x = t^2 + 2$  dhe  $y = 2t + 1$ , shprehni  $t$  në varësi të  $x$  dhe  $y$ .
4. Nëse  $x = a$ , përcaktoni vlerën e  $y$  në funksionin  $y = 2x - x^2$ .
5. Në trekëndëshin kënddrejtë ACB me hipotenuzë 10 cm, katete 6 cm dhe 8 cm, njehsoni funksionet trigonometrike të këndeve të ngushta ( $C = 90^\circ$ ).

Nëpërmjet diskutimit të njohurive paraprahe, nxënësit rikujtojnë:

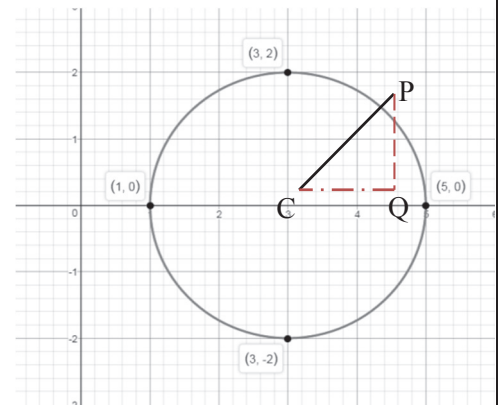
- a. shprehjen e një ndryshoreje si subjekt;
- b. njehsimin e koordinatave të prerjes së dy vijave;
- c. koordinatat e një pike të vijës kur njihet koordinata tjetër;
- d. përkufizimin e sinusit dhe kosinusit të një këndi të ngushtë në trekëndëshin kënddrejtë.

Pasi kanë punuar në dyshe me ushtrimet, përgjigjet diskutohen në fillim me dyshen e afërt. Më pas, përgjigjet prezantohen në tabelë. Gjatë diskutimit, nxënësit argumentojnë veprimet e kryera.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë rrethin e paraqitur në faqen 12. Për këtë, nxënësit punojnë në dyshe dhe evidentojnë qendrën e rrethit  $(3, 0)$  dhe rrezin 2 njësi. Atëherë mësuesi/ja orienton nxënësit në hulumtimin që duhet të bëjnë me ndihmën e pyetjeve?

1. Nëse pika P është një pikë në rreth, a e vërtetojnë koordinatat e saj ekuacionin e rrethit?
2. Në trekëndëshin kënddrejtë PCQ, çfarë shpreh raporti  $\frac{PQ}{PC}$ ? Po  $\frac{CQ}{PC}$ ?
3. Cila është lidhja midis **sin** dhe **cos** të një këndi?
4. Për pikën P, sa është koordinata  $x$ ? Po  $y$ ?

Pas diskutimit të këtyre përgjigjeve, nxënësit shprehin PQ dhe CQ në varësi të  $\sin \theta$  dhe  $\cos \theta$ . Cilat janë koordinatat e P në varësi të  $\theta$ ? Pra,  $P(3 + 2\cos \theta; 2\sin \theta)$



Mësuesi/ja sqaron se  $x = 3 + 2\cos \theta$ ;  $y = 2\sin \theta$  janë ekuacionet parametrike të rrethit për  $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ .

Në mënyrë që nxënësit të mësojnë nëpërmjet hulumtimit, mësuesi/ja përcakton si detyrë për çdo dyshe:

- Nga barazimet  $x = 3 + 2\cos \theta$ ;  $y = 2\sin \theta$ , veçoni  $\sin \theta$  dhe  $\cos \theta$ .

Këtë veprim nxënësit e kryejnë në dyshe, dhe më pas e krahasojnë me dyshen e afërt. Mësuesi/ja shënon në tabelë formulën themelore  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ , dhe fton nxënësit të zëvendësojnë në këtë formulë shprehjet e gjetura më parë. Në dyshe, nxënësit kryejnë shndërrimet dhe përcaktojnë kështu ekuacionin kartezian të rrethit. Në këtë pikë, mësuesi/ja sqaron edhe njëherë konceptet: ekuacion kartezian dhe ekuacion parametrik.

Nxënësit kalojnë në studimin e shembullit 1 në faqen 13. Pasi kanë studiuar këtë shembull, nxënësit marrin si detyrë 3/a,b dhe 8/b. Për zgjidhjen e situatës, fillimisht punojnë në dyshe dhe më pas, dyshet fqinje, krahasojnë përfundimet. Dy prej nxënësve prezantojnë përgjigjet në tabelë.

Mësuesi/ja nxit nxënësit të komentojnë rreth hapave që duhet të përdorin për të kaluar nga ekuacionet parametrike të vijës në ekuacionin kartezian të saj. Nxënësit kalojnë në studimin e shembullit 2 në faqen 14. Nxënësit kujtojnë se për të gjetur koordinatat e pikës së prerjes do të duhet të barazohen koordinatat e pikave. Mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë ushtrimin 5 në faqen 15. Ajo i njeh ata me një grafik të veçantë, të emërtuar **asteroidë**, si dhe me ekuacionin dhe paraqitjen grafike të saj. Si do ta gjejmë ekuacionin kartezian të astroidës?

Nxënësit japin mendimet e tyre dhe më pas një nxënës e paraqet zgjidhjen në tabelë.

**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit në këtë fazë të orës së mësimi punojnë në grupe me nga 4 veta. Në mënyrë që të punohen sa më shumë ushtrime, grupe të ndryshme punojnë raste të ndryshme p.sh.:



**Grupi i parë dhe i pestë:** Ushtrimet 1, 10 në faqet 14-15.

**Grupi i dytë dhe i gjashtë:** Ushtrimet 5 në faqen 13 dhe 11 në faqen 15.

**Grupi i tretë dhe i shtatë:** Ushtrimet 7 në faqen 14 dhe 7 në faqen 15.

**Grupi i katërt dhe i tetë:** Ushtrimet 3 dhe 6 në faqen 15.

Nxënësit, pasi përfundojnë, diskutojnë ushtrimet në grupet e tyre, Grupet që kanë të njëjtat ushtrime, mbledhen dhe krahasojnë përfundimet. Përgjigjet përfundimtare prezantohen në tabelë. Gjatë prezantimit, të zgjidhjeve, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të argumentojnë shndërrimet e kryera.

**Vlerësimi:** Në fund të orës së mësimit, mësuesi/ja vlerëson duke pasur parasysh saktësinë në zgjidhjen e situatave. Për këtë vlerësim, mësuesi/ja mbështetet në punën që nxënësit bënë në fletore dhe në tabelë gjatë prezantimit të përgjigjeve. Gjatë vlerësimit, mësuesi/ja merr parasysh edhe aftësinë që nxënësit kanë për të shprehur një ndryshore në varësi të tjetrës, si dhe zbatimin e formulave të trigonometrisë apo veprimet me vektorët. Gjithashtu, mban shënime në fletoren evidencë për nxënës të cilët do të vlerësohen në orët në vazhdim.

**Detyra:** Ushtrimet 4, 9 në faqet 13-14 dhe 4, 9 në faqen 15. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për mënyrën e zgjidhjes së detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** 13 në faqen 15.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Thyesat algjebrike (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- thjeshton thyesat duke nxjerrë në dukje faktorët e përbashkët;</li><li>- përcakton nëse shprehja <math>(ax - b)</math> është faktor i një polinomi apo jo;</li><li>- kryen pjesëtimin e dy polinomeve;</li><li>- faktorizon shprehje të ndryshme me ndihmën e pjesëtimit;</li><li>- përcakton vlerën e koeficienteve të panjohur, duke shfrytëzuar plotpjesëtimin e polinomeve.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> thyesë, polinom, faktorizim, thjeshtim, pjesëtimi polinomeve, faktor, plotpjesëtim	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fillim të orës së mësimit, mësuesi/ja shkruan në tabelë ushtrimet: 1. Faktorizoni shprehjet: $x^2 - 3x$ ; $x^2 - 4x + 4$ ; $x^2 + x - 6$ ; $x^3 - x^2 - 2x$ . 2. Thjeshtoni thyesat: $\frac{2x - 4}{12}$ ; $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x}$ . 3. Njehsoni vlerën e polinomit $2x^3 + 2x^2 + 3x - 7$ për $x = 1$ ; $x = 2$ ; $x = -1$ . 4. Njehsoni PMP dhe SHVP e numrave 28, 48, 32. 5. Kryeni pa makinë llogaritëse, pjesëtimet e numrave 134: 3; 10564 : 12; 163068 : 12. Për të zgjidhur këto situata, nxënësit punojnë në dyshe. Në përfundim të punës, dyshet e afërta mund të krahasojnë përgjigjet. <b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pasi kanë punuar në dyshe me ushtrimet, përgjigjet diskutohen në tabelë. Gjatë diskutimit të përgjigjeve, nëpërmjet marrëdhënieve pyetje-përgjigje, mësuesi/ja e vendos theksin tek argumentimi i përfundimeve, p.sh.: <ul style="list-style-type: none"><li>• Çfarë kuptoni me faktorizim?</li><li>• Kur faktorizimi është i plotë?</li></ul>			

- Cilin parim ndiqni kur faktorizoni një trinom?
- Si thjeshtohet një thyesë?
- A duhet të mbajmë parasysh ndonjë kusht gjatë thjeshtimit të thyesave?
- Si e kuptoni shënimin  $P(a)$ ?
- Si e njehsoni  $P(a)$ ?
- Ç'hapa duhet të ndiqni për të gjetur PMP dhe SHVP?
- Gjatë pjesëtimit të dy numrave, si veproni kur njëra nga vendvlerat është 0?
- A mund ta shprehni numrin që pjesëtohet me ndihmën e rezultatit që arritet dhe të numrit që pjesëton (pjesëtuesit dhe herësit)?

Nxënësit mund të bëjnë edhe pyetje të tjera nëse kanë situata ose veprime të tjera të paqarta. Në rastet kur nxënësit kanë vështirësi në përgjigje, mësuesi/ja mund të ndërhyjë duke formuluar saktë përfundimin.

Në vazhdim, mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë njëri pas tjetrit shembujt 1, 2 në faqen 16. Pasi kanë studiuar shembullin 1, nxënësit rikujtojnë edhe njëherë teknikat që kanë përdorur në klasat e 10 dhe 11 për faktorizimin e trinomit  $(x^2 + bx + c; ax^2 + bx + c)$ . Përsëri mësuesi/ja thekson kushtin që duhet vendosur për vlerat e  $x$ .

Gjatë diskutimit të shembullit 2, mësuesi/ja ndalet në dy pika kyçe:

1. Plotësimi i polinomit me termin që përmban fuqinë e dytë të  $x$ .
2. Kërkon nga nxënësit që pas pjesëtimit të shprehin polinomin si prodhim:  $4x^3 + 3x - 2 = (2x - 1)(2x^2 + x + 2)$ .

Për këtë ai/ajo drejton pyetjet:

- po nëse pjesëtimi i polinomeve rezulton me mbetje, si mund ta shkruajmë polinomin?
- a mund ta parashikojmë si do të rezultojë pjesëtimi (me apo pa mbetje), pa e kryer atë?
- cilën teoremë zbatojmë në këtë rast?

Përgjigjen e pyetjes së parë, nxënësit e marrin duke punuar një rast konkret p.sh.:

$$(2x^3 - 6x + 2) : (x - 1) = 2x^2 + 2x - 1 \text{ mbetje } (-2) \text{ ose } 2x^3 - 6x + 2 = (2x^2 + 2x - 1)(x - 1) + (-2)$$

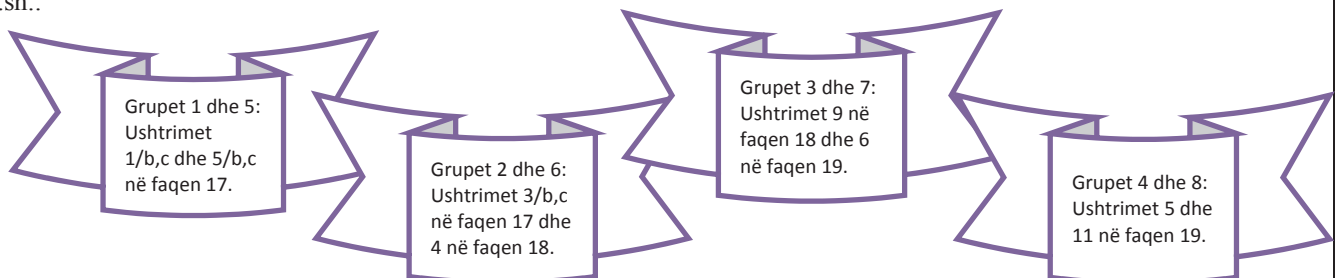
Për pyetjen e dytë, mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë shembullin 3 dhe i nxit të formulojnë teoremën e faktorizimit (Teorema Bezu), e kërkon përsëri që ata të punojnë raste nga ushtrimi 8 në faqen 17. Në fillim, nxënësit i zhvillojnë ushtrimet në fletore dhe më pas diskutojnë bashkërisht përgjigjet.

Mësuesja diskuton me nxënësit rreth hapave që duhet të ndjekin për zgjidhjen e problemave me teoremën e faktorizimit.

Më pas nxënësit studiojnë shembullin 4 në faqen 18. Në këtë ushtrim, do të vihet theksi në zbërthimin e teoremës Bezu për të dy faktorët. Sistemin e formuar, nxënësit mund ta zgjidhin edhe me mënyrën e zëvendësimit.

Në mënyrë që të përvetësohet kjo mënyrë, nxënësit në dyshe punojnë ushtrimin 1 në faqen 19. Dyshet e afërta krahasojnë përgjigjet dhe përgjigja përfundimtare prezantohet në tabelë.

**Përforsimi i të nxënës:** Nxënësit do të vazhdojnë punën në grupe me nga 4 veta. Në secilin grup punohen ushtrime nga faqet 17-19. Në mënyrë që të diskutohen sa më shumë problema, grupe të ndryshme marrin në shqyrtim ushtrime të ndryshme p.sh.:



Gjatë kohës që nxënësit punojnë me ushtrimet, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre duke ndihmuar nxënësit që hasin vështirësi. Në përfundim, përfaqësues të grupeve që kanë të njëjtat ushtrime krahasojnë përfundimet. Disa prej ushtrimeve diskutohen në tabelë, ku nxënësit shoqërojnë veprimet edhe me argumentet përkatëse.

**Vlerësimi:** Në fund të orës, mësuesi/ja vlerëson duke pasur parasysh saktësinë në kryerjen e veprimeve. Për këtë vlerësim, mësuesi/ja mbështetet në punën që nxënësit bënë në fletore dhe në tabelë gjatë prezantimit të përgjigjeve si dhe në përmbushjen e rezultateve të të nxënës që janë përcaktuar në fillim të orës së mësimi. Gjatë vlerësimit, mësuesi/ja evidenton

edhe argumentimin e përgjigjeve. Gjithashtu, mban shënime në fletoren evidencë për nxënës të cilët do të vlerësohen në orët në vazhdim.

**Detyra:** Ushtrimet 2, 10 në faqet 17-18 dhe 3, 7 në faqen 19. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 12 në faqen 19

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Zbërthimi i thyesave algebrike në thyesa elementare (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Koha e xhiros së atletit në një garë</li><li>Largesa vatrore e lentes</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>dallon thyesat elementare nga thyesat e tjera;</li><li>faktorizon polinome të ndryshme;</li><li>përcakton kushtet që duhet të plotësojnë vlerat e ndryshores <math>x</math>;</li><li>përcakton emëruesin e përbashkët të dy ose më shumë thyesave;</li><li>zbërthen një thyesë në thyesa elementare duke përdorur koeficientet e pacaktuara.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> thyesë elementare, faktorë linearë, pjesëtim i polinomeve, gradë e polinomit, emërues i përbashkët, SHVP, PMP	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca, sporti	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja prezanton përpara nxënësve ushtrimet: <div><div><math display="block">\frac{12}{18}; \frac{15x}{27x^3}; \frac{24(x-3)^3}{18(x-3)^2};</math></div><div>1. Thjeshtoni thyesat:</div><div><math display="block">\frac{2}{7(x^2-1)} + \frac{1}{3(x-1)}</math></div><div>2. Njehsoni shumën:</div></div> <p>Për zgjidhjen e këtyre ushtrimeve, nxënësit punojnë në dyshe. Përgjigjet e ushtrimeve prezantohen në tabelë. Mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të argumentojnë shndërrimet e kryera duke iu drejtuar atyre pyetjet:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Kur një thyesë quhet elementare?</li><li>A mund të tregoni disa thyesa të tilla?</li><li>Si mund të mblidhen dy (ose më shumë) thyesa?</li><li>Si do ta përcaktonit SHVP e dy numrave?</li><li>Po të dy shprehjeve?</li></ul> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pasi diskutojnë përgjigjet e këtyre pyetjeve, mësuesi/ja shënon në tabelë thyesën:</p> <div><math display="block">\frac{5x+2}{(x+4)(x-5)} = \frac{?}{x+4} + \frac{?}{x-5}</math>dhe shtron pyetjen:</div> <ul style="list-style-type: none"><li>Cilat do të ishin thyesat elementare që e kanë shumën <math>\frac{5x+2}{(x+4)(x-5)} = \frac{?}{x+4} + \frac{?}{x-5}</math></li><li>A mundeni të përcaktoni çfarë do të vendosim në vend të numëruesve që mungojnë?</li></ul> <p>Pasi pret mendimet e nxënësve, mësuesi/ja orienton ata të shënojnë numëruesit me A dhe B.</p> <p>Në dyshe, nxënësit kryejnë mbledhjen e thyesave dhe numëruesin e gjetur mësuesi/ja e shënon në tabelë. Në këtë mënyrë, nxënësit përballen me dy shprehje identike, dhe duke barazuar koeficientet përpara fuqive të njëjta, arrijnë të formojnë një</p>			

sistem me ndryshoret A dhe B. Mësuesi/ja i nxit ata të zgjidhin sistemin dhe të gjejnë koeficientet A dhe B. Për zgjidhjen e sistemit, nxënësit mund të përdorin një tjetër metodë ndryshe nga ajo që parashtrohet në tekst. Pas këtij ushtrimi, mësuesi/ja shkruan në tabelë ushtrimin e shembullit 2. Edhe këtu mësuesi/ja i orienton nxënësit që fillimisht të përcaktojnë emëruesin e përbashkët dhe më pas të kryejnë veprimet.

Më pas, paraqet rastin b të shembullit 2. Thekson se tani do të bëjmë procesin e anasjellë, por përsëri do të kemi parasysh se  $(x + 4)$  dhe  $(x + 4)^2$ , janë dy emërues të ndryshëm.

Pas këtyre dy shembujve, mësuesi/ja shënon në tabelë thyesat:  $\frac{2x^2 - 3x - 39}{(x + 2)(x - 3)}$ ;  $\frac{2x^2 - 3x - 39}{(x^2 + 2)(x - 3)}$ ;  $\frac{2x^3 - 3x - 39}{(x + 2)(x - 3)}$

dhe ju kërkon nxënësve të krahasojnë gradën e emëruesit dhe numëruesit për secilën thyesë. Për të pasur më thjeshtë zbërthimin e thyesës së parë në dy thyesa (pse në 2? mund të pyeten nxënësit), mësuesi/ja ju kërkon nxënësve të bëjnë fillimisht pjesëtimin e numëruesit me emëruesin dhe më pas, të kryejnë procesin e zbërthimit të thyesave.

Mësuesi/ja fton nxënësit që në dyshe të punojnë ushtrimet 6/a, c dhe 8/a në faqen 22. Pasi përfundojnë, diskutojnë zgjidhjen në tabelë.

Në përfundim të diskutimit të këtyre ushtrimeve, mësuesi/ja formulon në mënyrë të përmbledhur hapat e zbërthimit të thyesave në thyesa elementare. Nxënësit njihen më pas me shembullin 4 në faqen 22. Me situatën e rastit **a**, nxënësit tashmë janë të njohur, dhe kalohet thjesht duke e komentuar. Përfundimin e këtij rasti, do ta përdorin në rastin **b**. Për të kuptuar më mirë shndërrimet, mësuesi/ja shënon në tabelë zbërthimet për secilin rast:

$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$        $\frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$        $\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$        $\frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$  etj., dhe kërkon nga nxënësit të kryejnë

reduktimet. Përfundimi shkruhet në trajtë të përmbledhur.

**Përfundimi i të nxënësve:** Në këtë fazë të orës së mësimi, nxënësit punojnë në dyshe me ushtrimet e faqeve 22 dhe 23.

Për disa dyshe të ndryshme, mësuesi/ja përcakton ushtrime të ndryshme, p.sh.:

Grupi i parë i ushtrimeve	Grupi i dytë i ushtrimeve	Grupi i tretë i ushtrimeve
2a në faqen 22	2b në faqen 22	2c në faqen 22
3a në faqen 22	3b në faqen 22	3c në faqen 22
7a, b në faqen 22	7c në faqen 22	7d në faqen 22
1 në faqen 23	3 në faqen 23	2 në faqen 23

Pra disa prej dysheve do të zgjidhin grupin e parë të ushtrimeve, disa të tjera grupin e dytë të ushtrimeve dhe të tjerat grupin e tretë të ushtrimeve. Gjatë kohës që nxënësit punojnë, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre, dhe ndihmon nxënësit që hasin vështirësi. Pasi përfundojnë zgjidhjen e ushtrimeve, dyshet fqinje krahasojnë zgjidhjet. Në këtë mënyrë kanë mundësi të korrigjojnë njëri-tjetrin dhe veten. Disa nga përgjigjet prezantohen në tabelë. Në veçanti diskutohet zgjidhja e ushtrimeve 1 dhe 3, që paraqesin situata reale.

Diskutohet zgjidhja e ushtrimit 5 në faqen 23, rreth gabimit të Bonës.

**Vlerësimi:** Në fund të orës së mësimi, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për disa të tjerë, duke u mbështetur në punën që ata bënë në fletoret e tyre. Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në aftësinë që nxënësit kanë për të ndërthtur njohuritë e marra prej bërthamës me njohuritë e reja. Vlerësimi gjithashtu do të bëhet në përputhje me nivelet e arritjeve, të përshtatura për këtë temë mësimi.

**Detyra:** Ushtrimet 1, 4, 11 në faqen 22 dhe 4 në faqen 23. Mësuesi/ja jep udhëzimet për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 6 në faqen 23

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përafrimi i vijave (Shkathtësi dhe aftësi & Arsytetimi dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënës:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Rritja e një zone me alga dhe syprina e saj</li><li>Syprina e pikës së vajit</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënës të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>dallon relacionet polinomiale dhe eksponenciale;</li><li>shndërron funksionet <math>y = ax^n</math> dhe <math>y = kb^x</math> në funksione lineare duke përdorur logaritmet;</li><li>zbaton vetitë e logaritmit gjatë shndërimeve;</li><li>përcakton koeficientin këndor të një drejtëze përafrimi;</li><li>ndërton drejtëzën e përafrimit më të mirë për funksionet <math>y = ax^n</math> dhe <math>y = bx^n</math>.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> relacion polinomial, relacion eksponencial, logaritëm, koeficient këndor, drejtëz e përafrimit më të mirë	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> fizikë, biologji	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Duke dashur të nxisë të nxënësit diskutimin për njohuritë paraprake, mësuesi/ja shënon në tabelë ushtrimet: <ol style="list-style-type: none"><li>Njehsoni:<ol style="list-style-type: none"><li><math>\log_6 2 + \log_6 3</math></li><li><math>2 \log \sqrt{x} + \log x^3 - \log x^2 =</math></li><li><math>\log_5 75 - \log_5 3</math></li><li></li></ol></li><li>Përcaktoni vlerat e lejuara të ndryshores <math>x</math> për shprehjen:<ol style="list-style-type: none"><li><math>y = \log(x^2 - 3x)</math></li><li><math>y = \frac{2}{\log(x - 4)}</math></li></ol></li><li>Për drejtëzën <math>y = 2x - 6</math> përcaktoni:<ol style="list-style-type: none"><li>koeficientin këndor;</li><li>ordinatën në origjinë.</li></ol></li><li>Përcaktoni koeficientin këndor të drejtëzës që kalon në pikat A(1, 3) dhe B(0, 5).</li><li>Skiconi grafikët e funksioneve <math>y = 4x^2</math>; <math>y = 2 \cdot 3^x</math></li></ol>			
Nxënësit punojnë në dyshe ushtrimet dhe përfundimet diskutohen në tabelë.			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pasi kanë diskutuar zgjidhjet e ushtrimeve, mësuesi/ja sqaron se dy relacione jolineare që ndeshen shpesh kanë trajtën $y = a^n$ dhe $y = kb^x$ ku $a$ , $n$ , $b$ dhe $k$ janë konstante. Këto quhen përkatësisht <i>relacione polinomiale dhe eksponenciale</i> . Për vlera të dhëna të $x$ dhe $y$ , për të përcaktuar trajtën e relacionit dhe për të gjetur vlerat e konstanteve, përdoren logaritmet. Për këto relacione ndryshimet ndërmjet vlerave të paraqitura të $y$ bëhen gjithmonë e më të mëdha dhe grafiku lexohet me vështirësi. Duke përdorur logaritmet, vlerat e $y$ zvogëlohen dhe relacionet shndërrohen në lineare. Kjo do të thotë që grafikët e tyre janë shndërruar në grafikë drejtvizorë.			

Ajo shënon në tabelë funksionin:  $y = ax^n$  dhe kërkon nga nxënësit të logaritmojnë të dyja anët (me bazë 10)

$\log y = \log(ax^n)$ . Në këtë moment, mësuesi/ja kërkon mendimin e nxënësve për shndërrimet që mund të kryejnë.

Pritshmëritë janë që nxënësit të kryejnë shndërrimet e duhura, pasi këto veti u rikujtuan në fazën e parë të orës së mësimi.

Pasi kanë arritur në barazimin  $\log y = n \log x + \log a$ , mësuesi/ja zëvendëson  $\log y = Y$ ,  $\log a = c$  dhe

$\log x = X$ , e në këtë mënyrë u prezanton nxënësve ekuacioni  $Y = nX + c$ . Njësoj vepohet edhe për relacionin eksponencial dhe marrin  $Y = mX + c$ , kur  $Y = \log y$ ,  $m = \log b$ ,  $\log x = X$ , dhe  $c = \log k$ .

Këto drejtëza janë *drejtëza të përafërimit më të mirë*, për pikat e dhëna.

Më pas, ai/ajo paraqet në tabelë situatën e shembullit 1 në faqen 24. Nga vlerat për  $x$  dhe  $y$  gjejnë vlerat për  $X$  dhe  $Y$ . Nga grafiku për drejtëzën, identifikojnë vlerën e koeficientit këndor të drejtëzës së ndërtuar dhe gjejnë  $c$ .

Mësuesi/ja udhëzon nxënësit që në dyshe, të zgjidhin ushtrimin 3/a, c. Pasi përfundojnë dyshtet fqinje kontrollojnë zgjidhjet dhe më pas ato paraqiten në tabelë.

Pas kësaj, mësuesi/ja diskuton me nxënësit hapat që duhet të ndiqen për zgjidhjen e problemave që përfshijnë relacione polinomiale apo eksponenciale. Ai/ajo nxit nxënësit të studiojnë shembullin 2 në faqen 26. Për të kuptuar më mirë zgjidhjen, mësuesi/ja iu drejton nxënësve pyetjet:

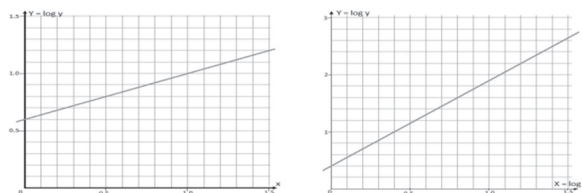
- Sa është syprina fillestare e algave?
- Si do ta njehsonit syprinën e algave në ditën e 3-të? Po të 5-të?

Në përfundim të studimit të dy shembujve, mësuesi/ja formulon edhe njëherë në mënyrë të përmblodhur mënyrën e shndërrimit të funksioneve polinomiale dhe eksponenciale në funksione lineare, si dhe ndërtimin e drejtëzës së përafërimit më të mirë.

- Cilat janë përfitimet e këtij përafërimit?
- Po mangësitë?

Ai/ajo udhëzon nxënësit që: ta gjykojnë me sy mënyrën si ta vizatojnë drejtëzën e përafërimit më të mirë.

**Përforsimi i të nxënit:** Nxënësit do të punojnë në dyshe, me ushtrimet 1 dhe 2 në faqen 25.



Gjatë studimit të grafikëve të ushtrimeve 1 dhe 2, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të përcaktojnë kuptimin e pikëprerjes me boshtin e ordinatave, dhe më pas të shprehin lidhjen mes  $x$  dhe  $y$ . Pasi përfundojnë zgjidhjen e ushtrimit, dyshtet fqinje këmbajnë fletoret dhe korrigjojnë zgjidhjet. Përgjigjet përfundimtare diskutohen në tabelë. Më pas ndiqet e njëjta procedurë edhe me ushtrimet 2 dhe 3 në faqen 27. Përsëri dyshtet fqinje këmbajnë fletoret dhe kontrollojnë kështu punën e shokëve.

Disa prej kërkesave diskutohen në tabelë nga nxënësit.

Gjatë prezantimit, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit që të argumentojnë veprimet e kryera.

**Vlerësimi:** Mësuesi mban shënime në fletoren-evidencë për disa prej nxënësve, dhe vlerëson disa të tjerë. Këtë vlerësim, mësuesi/ja e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoren e tyre, si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Një vend të rëndësishëm në vlerësim zë edhe aftësia e nxënësve për të ndërthurur njohuritë e reja me ato që janë marrë më parë (vetitë e logaritmit, fuqisë, koeficienti këndor etj.) Në vlerësim mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bënë për njëri-tjetrin në punën në dyshe.

**Detyra:** Ushtrimet 5 në faqen 25, dhe 1, 4 në faqen 27. Mësuesi/ja jep udhëzimet e duhura për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 5 në faqen 27

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje Eksplorim/Përtej provimeve Vlerësim për kreun 1		<b>Situata e të nxënët:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Vlerësim i nxënësit nga nxënësi</li><li>Ushtrime dhe situata problemore</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënët të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimët:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>kupton dhe përdor kuptimin e funksionit, funksionit injektiv, bijektiv si lidhje mes dy ndryshoreve;</li><li>përcakton bashkësinë e përcaktimit dhe të vlerave të një funksioni;</li><li>shkruan ekuacionin e një vije në trajtë parametrike ose karteziante;</li><li>shndërron një ekuacion parametrik në karteziante dhe anasjelltas;</li><li>zëbërthen thyesat algjebrike në thyesa elementare;</li><li>ndërton drejtëzat e përafritimit më të mirë për funksionet polinomiale dhe ato eksponenciale.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> funksion, funksion injektiv, funksion bijektiv, ekuacion karteziante, ekuacion parametrik, modul, thyesa, thyesë elementare, zëbërthim i thyesave, polinom, relacion polinomial, relacion eksponencial, drejtëza e përafritimit më të mirë	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimët:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fillim të kësaj ore mësimore, mësuesi/ja do të kërkojë nga nxënësit që të plotësojnë një hartë konceptesh, në grupe me nga 4 veta, për konceptet themelore që janë marrë në këtë kapitull. Nxënësit, mund të shtojnë rreshta të tjerë në këtë tabelë nëse mendojnë se ka koncepte të tjera që duan t'i diskutojnë. <b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pasi kanë plotësuar tabelën, nxënësit vazhdojnë punën me ushtrime nga faqja 29. Nxënësit në të			
Kuptimi	Përkufizimi	Shembuj	
Funksioni	Pasqyrimi i bashkësisë së përcaktimit X, në bashkësinë e vlerave y, ku çdo vlerë x lidhet vetëm me një vlerë të Y.	$y = 3x - 1; y = 3x^2; y = \frac{1}{\sqrt{x-4}}$	
Funksioni injektiv	Funksionet ku elemente të ndryshme nga bashkësia e përcaktimit kanë shëmbëllime të ndryshme.	$y = x^3 - 3x$ $y = 2x - 1$	
Funksione bijektiv	Funksionet ku çdo element i bashkësisë së përcaktimit lidhet me një dhe vetëm një element të bashkësisë së vlerave.		
Funksioni i anasjellë	Funksioni që pasqyron bashkësinë e vlerave të f, në elementet e bashkësisë së përcaktimit.	$f(x) = y = 2x - 1$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$	
Ekuacionet parametrike		$x^2 + y^2 = 36$	
Ekuacionet karteziante	Shpreh lidhjen mes ndryshore x dhe y, nëpërmjet një ndryshoreje të tretë (parametri t).	$x = \frac{3}{t^2}; y = -2t$	
Thyesat elementare			
Teorema Bezu			
Zëbërthimi i thyesave elementare			
Përafritimi i vijave			
Relacione polinomiale			
njëjtën bankë do të jenë nxënësi numër 1 dhe nxënësi numër 2. Nxënësit me numër 1 punojnë ushtrimet: 2, 4, 6, 8, 10, 12, dhe nxënësit me numër 2 punojnë ushtrimet: 3, 5, 7, 9, 11, 13. Mësuesi/ja udhëzon ata që pas 15-20 minutave, nxënësit me të njëjtin numër, të këmbëjnë fletoret dhe do të vlerësojnë njëri-tjetrin. Mësuesi/ja kontrollon në rast se kanë vepruar gabim. Pasi përfundojnë dhe vlerësimet disa prej ushtrimeve zgjidhen edhe në tabelë si p.sh ushtrimet 6, 7, 8, 10, 13.			



Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë rubrikën Eksplorim/përtej provimeve në faqen 30. Në këtë rubrikë, nëpërmjet hulumtimit, do të duhet që nxënësit të shfrytëzojnë njohuritë e marra në lëndën e informatikës duke përbushur kështu edhe njërin nga kompetencat e fushës (lëndës). Mësuesi/ja udhëzon nxënësit që të përdorin një program kompjuterik të përshtatshëm për të ndërtuar vija ekuacionesh parametrike. Madje kjo mund të provohet edhe në tabelën elektronike për vijat e dhëna aty (nëse ka).

Ajo i nxit ata të provojnë ekuacionet e lartpërmendura dhe të shohin se çfarë ndodh, nëse ndryshojnë numrat.

Më pas mësuesi/ja prezanton nxënësit me rubrikën SFIDË, e cila do të jetë një detyrë portofoli, dhe përcakton gjithashtu afatet kohore dhe mënyrën e prezantimit.

Në vazhdimësi, do të kalohet në etapën përfundimtare të mësimit: Vlerësim. Fillimisht punohen ushtrimet 1 dhe 2 në faqen 31 dhe tregohen alternativat e sakta.

Mësuesi/ja paraqet para nxënësve situatën e ushtrimit 3 në faqen 31. Ai/ajo shtron pyetjet:

- Si do të veproni për të gjetur konstantet e kërkuara?
- Çfarë duhet të gjeni në fillim?
- A është  $x + 2$  faktor i këtij polinomi? Pse?
- Cila prej konstanteve tregon mbetjen e pjesëtimit?

Pasi diskutojnë rreth pyetjeve më lart kalojnë në gjetjen e konstanteve të kërkuara, të cilin një nxënës e prezanton në tabelë me kryerjen e pjesëtimit, kurse një nxënës tjetër me metodën e koeficienteve të pacaktuara. Pas kësaj, mësuesi/ja pyet:

- cila prej mënyrave është më e shpejtë dhe më e lehtë?

Po kështu veprohet dhe për grafikët e funksioneve në ushtrimin 5 faqe 31.

- Cili grafik do të ndërtohet i pari?
- Si përftohen grafikët e tjerë prej tij?

**Përfundimi i të nxënësve:** Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e problemave me numër 6, 7, 11 në faqet 31-32. Ai/ajo iu lë 8 minuta kohë për zgjidhjen e tyre. Nxënësit punojnë në dyshe dhe më pas tre nxënës prezantojnë zgjidhjet në tabelë.

Nxënësit në dyshe veprojnë për zgjidhjen e ushtrimit 12 në faqen 32. Pasi përfundojnë zgjidhjen, e krahasojnë atë me dyshe fqinjë. Më pas, disa nxënës paraqesin zgjidhjet e kërkesave të ushtrimit në tabelë.

Nxënësit që tregojnë zgjidhjet në tabelë japin dhe argumentet përkatëse.

Nxënësit e tjerë mund t'u drejtojnë pyetje rreth zgjidhjeve.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja mban shënime në fletoren-evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson disa të tjerë. Këtë vlerësim, mësuesi/ja e mbështet në punën që ata bënë në fletoren e tyre, si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh vlerësimin që nxënësit bënë për njëri-tjetrin në fletoret e tyre, por edhe përgjigjet me gojë, që ata dhanë në fazën e parë të mësimit. Një tregues tjetër i vlerësimit është edhe argumentimi i vlerësimit që ata bënë për veten dhe shokët.

**Detyra:** Ushtrimet 4, 10, 13 në faqet 31-32. Mësuesi/ja jep udhëzime për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Rubrika: Sfidë në faqen 30

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Vargjet (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënësve:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Për çfarë na shërben matematika</li> <li>• Infektimi i disa personave me një virus</li> <li>• Numri i luanëve të detit</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënësve të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- dallon një varg numerik nga renditje të ndryshme numrash;</li> <li>- përcakton kufizat e një vargu të dhënë me rregullën vend-kufizë apo me formulë rekurente;</li> <li>- përcakton nëse një varg është rritës apo zbritës;</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> varg, vargu i Fibonaçit, varg periodik, formula rekurente, vargje rritëse, zbritëse	

<ul style="list-style-type: none"><li>- përcakton nëse një varg është ose jo periodik;</li><li>- gjen periodën e një vargu periodik;</li><li>- modelon situata të jetës së përditshme me anë të vargjeve.</li></ul>	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, materiale nga interneti	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> biologji
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b>	
<b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fillim të orës së mësimit, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit që të studiojnë ilustrimin për vargjet në faqen 33. Pasi janë njohur me informacionin që tregon se ku gjejnë zbatim vargjet (në analizën financiare, kërkimet shkencore, shkencat kompjuterike dhe inxhinieri, si dhe në përcaktimin e probabiliteteve të ngjarjeve të ndryshme), nxënësit marrin si detyrë të hulumtojnë rreth vargjeve.	
Paraprakisht, mësuesi/ja shënon në tabelë vargjet e numrave:	
a) 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...	b) 3, 6, 12, 24, 48, ...
c) 2, 5, 8, 11, 14, ...	d) 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, ....
Për secilin nga vargjet, nxënësit nxiten të përcaktojnë nëse ka ose jo ndonjë rregullsi që lidh numrat e vargut, dhe nëse po, të zbulojnë rregullin kufizë pas kufize.	
Pasi kanë studiuar vargjet më sipër, nxënësit tregojnë rregullat që kanë zbuluar, si p.sh.:	
<ul style="list-style-type: none"><li>– në vargun e parë çdo kufizë, duke filluar nga e treta, është e barabartë me shumën e dy kufizave paraardhëse;</li><li>– në vargun e dytë çdo kufizë, duke filluar nga e dyta, merret duke shumëzuar kufizën paraardhëse me 2;</li><li>– në vargun e tretë çdo kufizë, duke filluar nga e dyta, merret duke i shtuar kufizës paraardhëse 3;</li><li>– në vargun e katërt, përsëriten kufizat 1, 2, 3 në mënyrë të rregullt.</li></ul>	
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pasi dëgjon mendimet e nxënësve, mësuesi/ja e vë theksin në dallimin që ka vargu numerik nga një listë e thjeshtë e radhitur numrash. Ai/ajo thekson se shpesh në vargje jepet lidhja e kufizës me pozicionin që ajo zë në renditjen e dhënë si dhe në simbolikën që do të përdorin për të shprehur lidhjen vend-kufizë.	
Në funksion të kësaj, mësuesi/ja mund të shtrojë pyetjen:	
<ul style="list-style-type: none"><li>- nëse kufizat e vargut do të jepen me formulën <math>u_n = 2n - 5</math>, a mund të jetë 6 kufizë e vargut? Po 7?</li></ul>	
Pasi kanë formuar ekuacionet $2n - 5 = 6$ dhe $2n - 5 = 7$ , nxënësit gjejnë zgjidhjet $n_1 = 5,5$ dhe $n_2 = 6$ dhe argumentojnë përgjigjet (n duhet të jetë numër natyror).	
Më pas, mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e shembullit 1 në fq. 34. Fillimisht nxënësit rikujtojnë kuptimin e shënimit $u_n$ , $u_{n+1}$ , $u_{n-1}$ (kufiza paraardhëse, kufiza pasardhëse) dhe më pas ndjekin hapat si në zgjidhjen e prezantuar në shembullin 1.	
Në përfundim të diskutimit të zgjidhjes, mësuesi/ja thekson dallimin midis vargjeve të dhëna me formulë rekurente ose rregulla kufizë pas kufize me vargjet ku zbatohet rregulla vend-kufizë.	
Për të kuptuar më mirë këtë ndryshim, mësuesi/ja përcakton si detyrë ushtrimet: 1/a, c dhe 2/b, d në faqen 35. Fillimisht nxënësit punojnë në dyshe, e më pas krahasojnë përgjigjen me dyshen fqinje. Në përfundim të punës, përgjigjet diskutohen në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjes në tabelë, mësuesi/ja kujdeset që të diskutohet në të njëjtën kohë një rast i ushtrimit 1 me një rast të ushtrimit 2. Në këtë mënyrë, nxënësit do të krahasojnë vetë se si veprohet në secilin rast për të njehsuar kufizat.	
Mësuesi/ja shtron pyetjet?	
<ul style="list-style-type: none"><li>- Çfarë themi për vargun nëse <math>u_{n+1} &gt; u_n</math>? Pse?</li><li>- Po nëse <math>u_{n+1} &lt; u_n</math>? Pse?</li></ul>	
Jepen nga nxënësit përkufizimet e vargjeve rritës, zbritës të shoqëruar edhe me shembuj? Mësuesi/ja sqaron kuptimin e vargut periodik dhe gjetjes së periodës. Ai/ajo pyet:	
<ul style="list-style-type: none"><li>- Vargu periodik është rritës apo zbritës?</li></ul>	
Argumentohet nga nxënësit fakti që vargu periodik nuk është as rritës as zbritës.	
Puna më tej do të vazhdojë me studimin e shembullit 2 në faqen 34. Pasi kanë studiuar këtë shembull, mësuesi/ja shkruan në mënyrë të përmbledhur në tabelë, kushtet që plotësojnë kufizat e një vargu nëse ai është: rritës, zbritës ose periodik. Për të vlerësuar sa i kuptuan nxënësit kushtet e mësipërme, mësuesi/ja përcakton për çdo dyshe njërin nga rastet e ushtrimit 3 në faqen 35, duke i orientuar të ndjekin hapat e mëposhtëm:	
a) përcaktoni 4 ose 5 kufizat e para;	

- b) krahasoni kufizat me njëra-tjetrën;
- c) përcaktoni llojin e vargut.

Në përfundim të zgjidhjes, dyshet që kishin të njëjtin rast krahasojnë përgjigjet dhe përgjigjet diskutohen në klasë. Më pas, mësuesi/ja diskuton me nxënësit rreth hapave që ndiqen për të zgjidhur problema me vargjet. Ai/ajo sqaron se me anë të vargjeve mund të përshkruhen ose të modelohen situata të jetës së përditshme. Për këtë fton nxënësit të studiojnë shembullin 3 në faqen 36. Edhe këtu theksi vihet në faktin që zgjidhja e problemës duhet të jetë numër natyror, duke pasur parasysh se kërkohet numri i personave të infektuar me virus.

**Përforcimi i të nxënit:** Në këtë fazë të orës së mësimit, puna do të vazhdojë në grupe me nga 4 veta. Mësuesi/ja përcakton për grupe të ndryshme ushtrime të ndryshme p.sh.:

Grupi i parë dhe i pestë: ushtrimi 2 faqe 36.

Grupi i dytë dhe i gjashtë: ushtrimi 5 faqe 36.

Grupi i tretë dhe i shtatë: ushtrimi 6 faqe 36.

Grupi i katërt dhe i tetë: ushtrimi 8 faqe 36.

Mësuesi/ja mund të orientojë nxënësit në formulimin e inekuacioneve dhe sistemeve të nevojshme, si dhe në përcaktimin e vlerave të lejuara për  $n$ . Gjatë kohës që nxënësit diskutojnë në grupe, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre, dhe ndihmon nxënësit që hasin vështirësi. Pasi kanë punuar në grupe, përfaqësues të grupeve që kishin të njëjtin ushtrim krahasojnë dhe në të njëjtën kohë plotësojnë zgjidhjet. Disa prej kërkesave të mësipërme, dhe në veçanti ushtrimi 8, prezantohen në tabelë.

**Vlerësimi:** Gjatë kësaj ore, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për disa të tjerë duke marrë parasysh saktësinë e zgjidhjes, si dhe aftësinë e nxënësve për të argumentuar përgjigjet. Në vlerësim merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bënë për njëri-tjetrin gjatë diskutimit të përgjigjeve.

Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në punën që nxënësit bënë në fletore, por edhe në pjesëmarrjen në grup, si dhe në përmbushjen e rezultateve të të nxënit, të vendosura në fillim të orës së mësimit.

**Detyra:** Ushtrimi 11 në faqen 35 dhe ushtrimet 3, 7 në faqen 36. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Progresioni aritmetik. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Pagesa e kredisë nga studentja e sapodiplomuar</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>identifikon progresionin aritmetik ndër vargje të tjerë numerikë;</li><li>përcakton diferencën e progresionit;</li><li>njihson kufizën e përgjithshme në një progresion aritmetik, duke përdorur <math>u_1</math> dhe <math>d</math>;</li><li>përcakton shumën e <math>n</math> kufizave të para të një progresioni aritmetik;</li><li>modelon situata të jetës së përditshme me anë të progresioni aritmetik.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> progresion aritmetik, diferencë e progresionit, kufizë e përgjithshme, shumë e kufizave	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë, ekonomi	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja paraqet në tabelë disa vargje numerikë dhe fton nxënësit të veçojnë prej tyre vargjet që kanë një veti të veçantë nga të tjerët.

- e) 1, 8, 17, 28, ...      f) 7, 4, 1, -1, -4, ...  
g) 8, 5, 2, ..., -4, ...      h) 2, 4, 8, 16, ...  
i) 10, 5, 10, 5, ...      j) 18, 13, 8, 3, ...

- Cilët janë ata?
- Cili është rregulli vend-kufizë për ta?
- Si i quajmë këta vargje?
- Cili prej jush do ta përkufizojë progresionin aritmetik?
- Gjeni lidhjen vend kufizë për vargjet që janë progresione aritmetike.

**Ndërtimi i njohurive:** Pasi dëgjon përgjigjet e nxënësve, mësuesi/ja thekson se: në një progresion aritmetik, diferenca e çdo kufize me kufizën paraardhëse është konstante dhe emërtohet diferenca e vargut. Ai/ajo fton nxënësit të shkruajnë një pas një kufizat e progresionit aritmetik duke përdorur vetëm  $u_1$  dhe  $d$ :

$$u_1; u_2 = u_1 + d; u_3 = u_2 + d = u_1 + 2d; u_4 = \dots;$$

- Çfarë vini re?
- Kam të drejtë të shkruaj  $u_n = u_1 + (n - 1)d$ ? Pse?
- Kur progresioni aritmetik është rritës? Po zbritës?

Nxënësit argumentojnë shkrimin e formulës për  $u_n$ . Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e shembullit 1. Diskutohet rreth zgjidhjes së saj.

Pas kësaj, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të japin mendimet e tyre se si do ta gjejnë shumën për 100 numrat e parë natyrorë.

Dëgjon idetë e tyre dhe i ndihmon duke i shkruar numrat si më poshtë:

1	2	3	4	5	...	97	98	99	100
100	99	98	97	96	...	4	3	2	1

Fton nxënësit të kryejnë mbledhjet dy numrave të vendosura poshtë njëri-tjetrit. Drejton pyetjet:

- Sa u dalin shumat?
- Sa shuma të tilla mendoni se janë?
- Nga sa herë janë shënuar numrat?
- Sa është shuma që kërkojmë?
- Çfarë vargu është vargu i 100 numrave të parë natyrorë? Pse?

Këto janë disa nga pyetjet që mësuesi/ja u drejton nxënësve përpara se të japë barazimin që shpreh shumën. Diskutohet rreth përgjigjeve që ata japin. Mësuesi/ja sqaron se të njëjtën metodë do përdorim edhe për të gjetur shumën e  $n$  kufizave të para të një progresioni aritmetik. Ai/ajo udhëzon që në vend të numrave 1, 2, 3,... të vendosin kufizat  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_{n-2}, u_{n-1}, u_n$ .

Ai/ajo pyet:

- Ç'themë për shumat  $u_1 + u_n, u_2 + u_{n-1}$  e me radhë?

Nxënësit kryejnë shndërrimet në dyshe, dhe ndihmohen nga mësuesi/ja të arrijnë në përfundimin e kërkuar për:

$$S_n = \frac{(u_1 + u_n) \cdot n}{2}. \text{ Më pas jep kërkesën: Gjeni shumën për 100 numrat e parë natyrorë me anë të formulës.}$$

Mësuesi/ja kërkon gjithashtu nga nxënësit që formulën për shumën e  $n$  kufizave të para të një progresioni aritmetik ta shprehin në mënyra të ndryshme. Për këtë i orienton ata të zëvendësojnë kufizën  $u_n$  me të barabartën e vet  $u_n = u_1 + (n - 1)d$  dhe më pas të rishkruajnë formulën. Diskutohet zgjidhja e shembullit 2 në faqen 38. Mësuesi/ja shton pyetjen:

- Po nëse për progresionin: 7, 12, 17, 22, ..., 47, 52, do të duhej të njehsonim shumën, a mund ta realizojmë këtë edhe pse nuk e dimë sa kufiza përmban ky progresion? Zgjidhet kjo kërkesë në tabelë.

Mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të punojnë në dyshe një nga rastet e ushtrimeve 2 dhe 3 në faqen 38, për të vlerësuar sa kanë arritur nxënësit të kuptojnë formulat kryesore që shprehin lidhjen mes kufizave të një progresioni aritmetik. Pasi punojnë në dyshe ushtrimet, dyshet e afërta këmbëjnë fletoret dhe kontrollojnë zgjidhjet e shokëve.

Pas diskutimit edhe të këtij rast, mësuesi/ja fton nxënësit të tregojnë hapat që duhet të ndiqen për zgjidhjen e problemeve me anë të progresionit aritmetik. Diskutojnë zgjidhjen në shembullin 3 në faqen 39. Për zgjidhjen e sistemit të formuar pas zëvendësimit të  $u_3$  dhe  $u_7$ , në varësi të  $u_1$  dhe  $d$ , nxënësit mund të përdorin edhe mënyrë tjetër nga ajo që paraqitet në tekst.

Puna vijon me shembullin 4 në faqen 39. Në këtë ushtrim, duke qenë se bëhet fjalë për situatë reale, mësuesi/ja kërkon nga

nxënësit të jenë të kujdesshëm në përcaktimin e vlerave që duhet të marrë n (tregon vitet gjatë të cilëve do të paguhet kredia).

Pasi nxënësit kanë diskutuar edhe shembullin 4, mësuesi/ja përmbledh edhe njëherë në mënyrë të strukturuar formulat kryesore të progresionit aritmetik.

**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit të ndarë në grupe me nga 4 veta, punojnë me ushtrimet e faqeve 40-41. Mësuesi/ja përcakton për secilin grup situata të ndryshme. Grupet punojnë ushtrimet: 1, 2, 6, 5, 9, 11, 17, 18 në faqet 40-41. Nxënësit punojnë për rreth 20 minuta në grupe. Përfaqësues të grupeve që kanë të njëjtat ushtrime, krahasojnë zgjidhjet dhe më pas i paraqesin në tabelë. Gjatë kohës që paraqiten zgjidhjet në tabelë, nxënësit e tjerë u drejtojnë pyetje shokëve ose korrigjojnë përgjigjet.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja mban shënime në fletoren-evidencë për disa prej nxënësve, dhe vlerëson disa të tjerë. Këtë vlerësim, mësuesi/ja e mbështet në punën që ata bënë në fletoren e tyre, si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Një vend të rëndësishëm në vlerësim zë edhe aftësia e nxënësve për të ndërthurur njohuritë e reja me ato që janë marrë më parë (përkufizimi i progresionit aritmetik, vetitë e vargjeve, formulat etj.) Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bëjnë për njëri-tjetrin në fletoret e tyre dhe gjatë prezantimit në tabelë.

**Detyra:** Ushtrimet 3, 7, 10, dhe 14 në faqen 41. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 19 në faqen 41

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Progresioni gjeometrik. (Shkathësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Interesi bankar për një kapital të depozituar</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>dallon progresionin gjeometrik nga vargje të tjera;</li><li>përcakton herësin e një progresioni gjeometrik;</li><li>përcakton kufizën e përgjithshme të progresionit duke ditur kufizën e parë dhe herësin;</li><li>njihson shumën e n kufizave të para të një progresioni gjeometrik;</li><li>modelon situata të jetës së përditshme me anë të progresionit gjeometrik.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> varg, progresion, progresion gjeometrik, herës i progresionit, shumë e kufizave të para, interes, kapital	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> ekonomi	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja në fillim të orës kërkon që nxënësit të përcaktojnë rregullin e formimit të vargjeve: <div><div>k) 3, 5, 7, 9, ...</div><div>l) 2, 3, 1, 2, 3, 1, ...</div><div>m) 2, 6, 18, 54, 162, ...</div><div>n) 81, 27, 9, 3, ...</div><div>o) 4, 2, 0.5, ...</div><div>p) 5, 9, 13, 17, ...</div></div> <p>Nxënësit studiojnë në dyshe zgjidhjet e ushtrimeve dhe më pas japin përgjigjet. Mësuesi/ja drejton pyetjet:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Çfarë lloj vargu është secili prej tyre? (rritës, zbritës apo periodik)</li><li>Cilat prej këtyre vargjeve janë progresione aritmetike?</li><li>Po progresione gjeometrike?</li><li>Nga dallojnë progresionet aritmetike nga ato gjeometrike?</li><li>Si e gjejmë herësin e progresionit gjeometrik?</li></ul>			

Pasi ka dëgjuar përgjigjet e nxënësve, mësuesi/ja kërkon prej tyre të formulojnë përkufizimin e progresionit gjeometrik.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja nxit nxënësit që këtë përkufizim ta shprehin edhe me ndihmën e barazimeve p.sh.:

$\frac{u_n}{u_{n-1}} = r$  ose  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = r$  dhe përcaktojnë vlerat që mund të marrë  $r$  ( $r$  nuk mund të jetë 0, pse?). Më pas, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të shprehin në varësi të  $u_1$  kufizat e tjera. Për këtë, fillimisht shkruan në tabelë:

$$u_1 = u_1$$

$$u_2 = u_1 \cdot r \quad \text{dhe fton nxënësit të plotësojnë rreshtat e tjerë për kufizat pasardhëse:}$$

$$u_3 = u_2 \cdot r = u_1 \cdot r \cdot r = u_1 \cdot r^2 \quad \text{e me radhë.}$$

$$u_4 = u_3 \cdot r = u_1 \cdot r^2 \cdot r = u_1 \cdot r^3$$

Pasi kanë plotësuar këto rreshta, nxënësit formulojnë barazimin  $u_n = u_1 \cdot r^{n-1}$ .

Nxënësit studiojnë shembullin 2 në faqen 42. Mësuesi/ja i orienton të hulumtojnë, duke verifikuar raportin ndërmjet çdo dy kufizave fqinje. Në vijim, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të punojnë në dyshe ushtrimin 2 në faqen 43, për të vlerësuar sa e kanë kuptuar nxënësit këtë formulë. Pasi përfundojnë rastet e ushtrimit 2, dyshet e afërta krahasojnë përfundimet. Disa nga rastet diskutohen në tabelë.

Më pas, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të nxjerrin barazimin për shumën e  $n$  kufizave të para. Fillimisht mësuesi/ja shënon në tabelë progresionin: 3, 6, 9, 12, dhe iu drejton nxënësve pyetjet:

- Sa është shuma  $S_2$  e dy kufizave të para? Po  $S_3$ ?
- A mund të përcaktojmë një formulë për të njehsuar shumën e  $n$  kufizave, në mënyrë më të thjeshtë?

Për këtë, mësuesi/ja shënon në tabelë barazimin:

$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{n-1} + u_n$  dhe nxit nxënësit të shprehin kufizat e vargut në varësi të  $u_1$  dhe  $q$  si më poshtë:

$S_n = u_1 + u_1 \cdot r + u_1 \cdot r^2 + \dots + u_1 \cdot r^{n-2} + u_1 \cdot r^{n-1}$ . Më pas udhëzon: tani shumëzoni me  $r$  të dy anët e barazimit dhe më pas

zbrisni dy barazimet anë për anë. Atëherë kemi:  $S_n \cdot r - S_n = u_1 r^n - u_1$ . Nxit me anë të pyetjes:

- Po tani a mund të veçoni  $S_n$  me ndihmën e faktorizimit? Prej nga nxjerrin formulën  $S_n = \frac{u_1(r^n - 1)}{r - 1}$ .
- Po nëse  $r < 1$ , a mund ta paraqesim ndryshe formulën? ( $S_n = \frac{u_1(r^n - 1)}{r - 1}$ )

Pasi nxënësit kanë arritur në përfundimin e duhur, mësuesi/ja i fton të studiojnë shembullin 2 në faqen 43. Fillimisht nxënësit përcaktojnë vlerat e  $n$ ,  $u_1$ , dhe  $r$  dhe më pas zëvendësojnë në formulë. Përsëri në dyshe, ata punojnë rastet e ushtrimit 3 në faqen 43. Në përfundim të diskutimit, dyshet e afërta krahasojnë përgjigjet dhe disa prej rasteve prezantohen në tabelë.

Mësuesi/ja fton nxënësit të tregojnë hapat që duhet të ndiqen për zgjidhjen e problemave me anë të progresionit gjeometrik. Më pas, nxënësit vijojnë me studimin e shembujve 3 dhe 4 në faqen 44. Këta shembuj studiohen fillimisht në dyshe. Gjatë studimit nxënësit mund të kenë shndërime të paqarta, për të cilat fillimisht diskutojnë me dyshen fqinje dhe më pas diskutohen në klasë. Mësuesi/ja nga ana tjetër e vë theksin në zbatimin e progresionit gjeometrik për zgjidhjen e problemave nga situatat reale. Ai/ajo sqaron se edhe me anë të progresionit gjeometrik mund të përshkruhen ose të modelohen situata të jetës reale. Për shembullin 4, pyet:

*Kush e luan rolin e  $r$  në këtë problem? Cila ndryshore do të zëvendësohej me numrin e viteve? Cili është kuptimi i sasisë së parave të depozituara në fillim?*

Pasi janë diskutuar edhe shembujt e zgjidhur, mësuesi/ja riformulon edhe njëherë në mënyrë të përmbledhur formulat kryesore për herësin e progresionit gjeometrik, kufizën e përgjithshme dhe shumën e  $n$  kufizave.

**Përforcimi i të nxënit:** Në këtë etapë të orës së mësimi, nxënësit do të vazhdojnë punën në dyshe. Disa prej dysheve do të punojnë ushtrimet 1 dhe 4 të tjerat 2 dhe 5 në faqen 45. Nxënësit diskutojnë ushtrimet, ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe ndihmon dyshet që hasin vështirësi. Në përfundim të punës, dyshet këmbëjnë fletoret me dyshen fqinje. Në këtë mënyrë, korrigjojnë punën e shokëve dhe plotësojnë përgjigjet. Përgjigjet përfundimtare diskutohen në tabelë, fillimisht 1



dhe 2 (njëkohësisht të dyja) dhe më pas 4 e 5. Gjatë kohës që zgjidhja paraqitet në tabelë, nxënësit mund t'u drejtojnë pyetje shokëve, ndërsa mësuesi/ja ndërhyr kur situata e ushtrimit kërkon argumentim të detajuar.

**Vlerësimi:** Gjatë kësaj ore, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për nxënës të tjerë në evidencën e vet, duke u mbështetur në punën që nxënësit bëjnë në fletoret e tyre. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh saktësinë në zbatimin e formulave, si dhe aftësinë e nxënësve për të ndërthurur njohuritë që merren në këtë orë, me ato që janë marrë më parë. Vlerësimi mbështetet në nivelet e arritjeve: kupton, interpreton, modelon (si në rastin e ushtrimeve me interes bankar etj.) si dhe në vlerësimin që nxënësit bëjnë për punën e njëri-tjetrit.

**Detyra:** Ushtrimi 1 në faqen 43 dhe ushtrimet 3-6 në faqen 45. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 8 në faqen 45

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje Eksplorim Vlerësim për kreun 2		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Vlerësim i nxënësit nga nxënësi</li><li>• Interesi i depozitimeve</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- dallon një varg numerik nga një renditje e çfarëdoshme numrash;</li><li>- përcakton rregullën e formimit të vargut;</li><li>- tregon nëse një numër është kufizë e vargut ose jo;</li><li>- studion sjelljen e kufizave të një vargu (rritës, zbritës, konstant);</li><li>- përcakton kufizën e përgjithshme dhe shumën e n kufizave të para në një progresion aritmetik ose gjeometrik;</li><li>- modelon situata të jetës së përditshme me anë të vargjeve.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> varg numerik, varg rritës, varg zbritës, varg periodik, progresione aritmetike, diferencë, progresione gjeometrike, herës, interesi bankar	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> ekonomi, fizikë, biologji	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja vizaton në tabelë skemën: Ai/ajo fton nxënësit ta plotësojnë atë në mënyrë individuale me njohuritë që ata kanë për vargjet në tërësi. Nga diagrami i jepet përgjigje pyetjeve të tilla si: <ul style="list-style-type: none"><li>- Kur vargu është rritës?</li><li>- Po zbritës?</li><li>- A mund të jetë një varg as rritës, as zbritës?</li></ul> Më pas plotësojnë formulat për llojet e progresioneve në tabelën e mëposhtme:			
	<b>Progresionet Aritmetike</b>	<b>Progresionet Gjeometrike</b>	
Përkufizimi	Diferenca e çdo kufize me kufizën paraardhëse është konstante.	Raporti i çdo kufize me kufizën paraardhëse është konstant.	
Vetia	$u_n - u_{n-1} = d$	$\frac{u_n}{u_{n-1}} = r$	
Kufiza e përgjithshme $u_n$	$u_n = u_1 + (n-1)d$	$u_n = u_1 \cdot r^{n-1}$	
Shuma e n kufizave të para	$S_n = \frac{1}{2}(u_1 + u_n)n$	$S_n = \frac{u_1(r^n - 1)}{r - 1}$	

Llojet e vargjeve

Vargje rritës

Vargje zbritës

Vargje periodikë



**Ndërtimi i njohurive:** Pas kësaj veprimtarie, ku nxënësit rikujtuan dhe rifreskuan edhe njëherë njohuritë e kapitullit, mësuesi/ja i fton ata të punojnë në mënyrë individuale ushtrime nga faqja 46. Për këtë, nxënësit e çdo banke do të jenë nxënësi 1 dhe nxënësi 2. Nxënësit me nr. 1 do të punojnë ushtrimet 1/a, b, c – 2/a, b – 3/a, b – 4/a, b; kurse nxënësit me nr. 2 ushtrimet 1/d, e – 2/c, d – 3/c, d, e – 4/c, d; në faqen 46.

Mësuesi/ja i udhëzon ata që pas 15 minutave, nxënësit e së njëjtës banke, do të këmbejnë fletoret dhe do të vlerësojnë njëri-tjetrin. Mësuesi/ja kontrollon në rast se kanë vepruar drejt apo jo.

Pasi përfundojnë dhe vlerësimet disa prej ushtrimeve zgjidhen edhe në tabelë si p.sh. ushtrimet 2/b, 4/d etj.

Më pas nxënësit kalojnë në rubrikën Eksplorim/ përtej provimeve. Fillimisht studiojnë materialin e prezantuar. Në këtë orë do të duhet të përdoren edhe programe kompjuterike, për të hulumtuar se çfarë ndodh me kufizat e një vargu të dhënë në formë rekurente. Mësuesi/ja udhëzon që ata të marrin raste të ndryshme formulash rekurente në *Excel* dhe të hulumtojnë rreth kufizave të vargut kur n rritet.

Më pas kalojnë në studimin e rubrikës “Vargu Fibonaçi”. Nxënësit kryejnë vetë disa prova për të treguar vërtetësinë e formulave të prezantuara. Dy formulat e fundit iu jepen detyrë hulumtuese.

Nxënësit do të vijojnë punën me ushtrimet e rubrikës *Vlerësim*.

Fillimisht, mësuesi/ja fton nxënësit të punojnë në dyshe ushtrimet 3 dhe 5 në faqen 48. Ai/a jo i udhëzon që fillimisht të përcaktojnë të dhënat dhe hapat që do të ndjekin për zgjidhjen e problemës. Mësuesi/ja tërheq vëmendjen për kërkesën c të ushtrimit 5 ku duhet fillimisht të shkruajnë ekuacionin në lidhje me d e pastaj ta zgjidhin atë.

Pasi përfundojnë zgjidhjet, dy nxënës i prezantojnë ato në tabelë. Mësuesi/ja i kushton vëmendje çdo mënyrë zgjidhjeje që nxënësit kanë përdorur dhe është e drejtë.

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja ndan nxënësit e çdo rreshti në dy grupe A dhe B dhe për secilin grup përcakton detyra të ndryshme p.sh.:

Grupi A	Grupi B
1/a, 2/b, 4/a, 4/c, 5, 6, 13, 15/a, 18, 24;	1/b, 2/c, 4/b, 4/c, 7, 8, 27, 15/b, 19, 25;

Nxënësit punojnë në mënyrë individuale për rreth 25-30 minuta, ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre pa ndërhyrë. Pasi kanë zgjidhur ushtrimet e përcaktuara, mësuesi/ja i nxit nxënësit të diskutojnë rreth përgjigjeve që kanë gjetur me nxënësi që kanë afër dhe janë të të njëjtit grup.

Disa prej situatave ku nxënësit kanë hasur vështirësi ose kanë më tepër se një mënyrë zgjidhjeje, diskutohen në tabelë. Gjatë diskutimit të përgjigjeve, mësuesi/ja ju drejton nxënësve pyetje për të nxjerrë në pah argumentimin e përgjigjeve.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja mban shënime në fletoren-evidencë për disa prej nxënësve, dhe vlerëson disa të tjerë. Këtë vlerësim, mësuesi/ja e mbështet në punën që ata bënë në fletoren e tyre, si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bënë për njëri-tjetrin në fletore, por edhe përgjigjet me gojë, që nxënësit dhanë në fazën e parë të mësimit. Një tregues tjetër i vlerësimit është edhe argumentimi i përgjigjeve që nxënësit kanë dhënë.

**Detyra:** Ushtrimet 2/a, 9, 12, 22 në faqet 48, 49, 50. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** 1. Duke bërë disa prova, tregoni vërtetësinë e këtyre formulave:

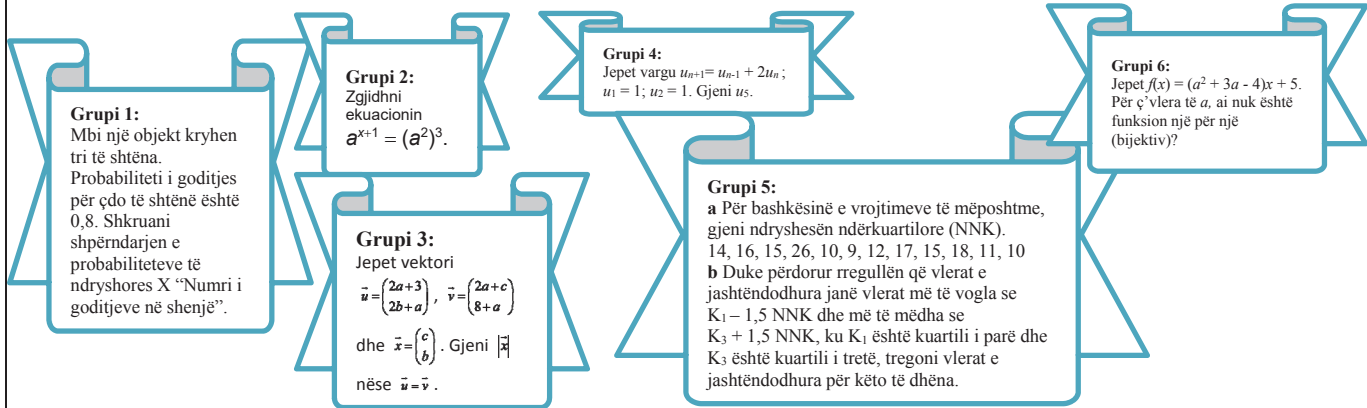
a.  $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = u_{n+2}$

b.  $u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2 = u_n \cdot u_{n+1}$

2. Hulumtoni për situata të tjera ku zbatohet vargu i Fibonaçit.

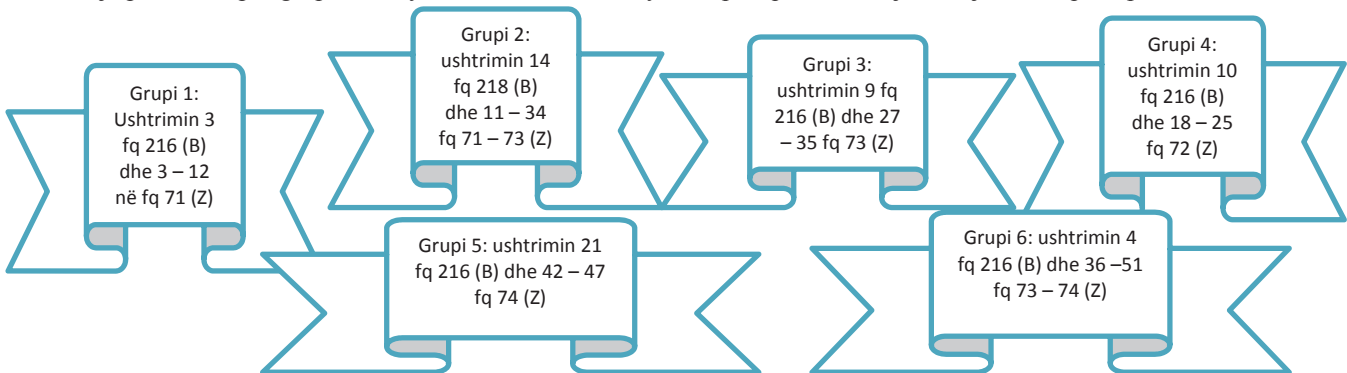
<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për krerët: 5-8 të matematikës bërthamë & krerët 1-2 të matematikës me zgjedhje		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Niveli i glukozës në gjak</li><li>Trysnia e ajrit në enë</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>shndërron dhe zgjidh ekuacione eksponenciale dhe logaritmike;</li><li>ndërton dhe interpreton grafikë eksponencialë dhe logaritmikë;</li><li>kryen veprime me vektorë;</li><li>përdor koordinatat e vektorëve për të gjetur zhvendosjet dhe largesat;</li><li>dallon në një popullatë karakteristika të pozicionit dhe shpërndarjes:</li><li>përmbledh të dhënat për një popullatë dhe i pasqyron ato në diagrame, grafikë të llojeve të ndryshëm;</li><li>zgjidh situata problemore që kanë të bëjnë me ngjarje të pavarura, të kundërta, të papajtueshme etj.;</li><li>kupton dhe interpreton funksionet, bashkësinë e përcaktimit, funksione bijektive, funksione të anasjellë, përbërje të funksioneve;</li><li>ndërton grafikë të funksioneve duke përdorur grafikë të ndërtuar më parë;</li><li>kupton dhe përdor ekuacionet parametrike dhe thyesat algjebrike;</li><li>interpreton llojin dhe vetitë e vargjeve numerike.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> fuqi, logaritëm, vektor, koordinata, popullatë, kampionim, mesore, mesatare, diagram, diagram me kuti, probabilitet, ngjarje të pavarura, ngjarje të kundërta, funksion, bashkësi përcaktimi, bashkësi vlerash, funksion injektiv, funksion bijektiv, funksion i anasjellë, përbërje e funksioneve, ekuacion parametrik, ekuacion kartezi, vargje, progresione	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, vizore, makinë llogaritëse, flipçart, lapustila		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë, biologji, fizikë	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja ndan klasën në grupe me nga 5 ose 6 nxënës. Secili nga grupet përgatit një hartë konceptesh për njohuritë e njërës prej kapitujve që do të përsëriten:			
<b>Grupi 1:</b> Funksionet eksponenciale dhe logaritmike		<b>Grupi 2:</b> Vektorët, koordinatat, vetitë	
<b>Grupi 4:</b> Probabiliteti dhe ndryshoret e rastit		<b>Grupi 5:</b> Funksionet dhe thyesat	
		<b>Grupi 3:</b> Mbledhja, paraqitja, interpretimi i të dhënave	
		<b>Grupi 6:</b> Vargjet, progresionet	
<p>Nxënësit marrin kohën e mjaftueshme për të plotësuar hartën e koncepteve. Mësuesi/ja ndjek punën e grupeve dhe mund t'i udhëzojë ata për plotësimin e hartës, nëse shihet se nuk po ecin si duhet.</p> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pasi përfundojnë, secili grup prezanton hartën e vet (të cilën e kanë paraqitur në një fipçart). Grupet e tjera mund të plotësojnë ose korrigjojnë hartën e prezantuar.</p> <p>Në fund, pasi kanë prezantuar të gjitha grupet, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të vlerësojnë grupin që ka bërë përmbledhjen më qartë dhe saktë. Nëpërmjet kësaj veprimtarie synohet që nxënësit të kenë realizuar përsëritjen e koncepteve dhe njohurive kryesore për këta kapituj.</p>			

Pas kësaj veprimtarie, mësuesi/ja fton grupet e nxënësve që të zgjidhin ushtrimet si më poshtë:



Ai/ajo kujdeset që grupi duhet të zgjidhë një ushtrim jo nga kapitulli që kishte në fazën e parë. Pasi përfundojnë, zgjidhjen e atij ushtrimi e kontrollon grupi që plotësoi hartën për ato njohuri (p.sh. ushtrimin e gr. 1 e kontrollon gr. 4, e me radhë). Prezantohen zgjidhjet e ushtrimeve në tabelë.

**Përforcimi i të nxënit:** Në këtë fazë të orës së mësimi, puna vazhdon me ushtrimet e faqeve 216-219 (matematika bërthamë) dhe 71-74 (matematika me zgjedhje) përsëri në grupet fillestare. Në mënyrë që të diskutohen sa më shumë situata, mësuesi/ja përcakton për grupe të ndryshme ushtrime të ndryshme por që kanë lidhje me njohuritë që ne përsëritëm:



Nxënësit punojnë në grupet e tyre për zgjidhjen e ushtrimeve, ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punën e secilit grup duke orientuar nxënësit që hasin vështirësi. Në përfundim të punës, anëtarët e grupit kontrollojnë edhe njëherë zgjidhjet në mënyrë që të korrigjojnë shokët dhe në të njëjtën kohë edhe veten. Përgjigjet përfundimtare diskutohen në tabelë. Gjatë prezantimit, mësuesi/ja, nxit nxënësit të rikujtojnë edhe njëherë në mënyrë të përmblëdhur konceptet themelore që janë trajtuar në këta kapituj. Gjithashtu, nxënësit mund t'u drejtojnë shokëve edhe pyetje të tjera kur mendojnë se kanë pyetje të paqarta.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në fletoren-evidencë për disa nxënës, dhe vlerëson disa të tjerë duke pasur parasysh saktësinë e tyre në plotësimin e hartave të konceptit, zgjidhjen e situatave problemore dhe punën që nxënësit zhvilluan në fletoret e tyre, si dhe në bashkëpunimin në grup. Një vend të rëndësishëm në vlerësim zë edhe vlerësimi që nxënësit i bënë njëri-tjetrit në fletore.

**Detyra:** Ushtrimet 15, 24, 28, 49 në faqet 72, 73, 74 matematika me zgjedhje. Mësuesi/ja jep udhëzime për zgjidhjen e detyrave.

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII—
<b>Tema mësimore:</b> Diskutimi i portofolit të nxënësit në fund të tremujorit të dytë.		<b>Situata e të nxënit:</b> Detyra krijuese	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b>			
<b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- diskuton punimet në portofolin e tij;</li><li>- jep mendime për portofolin e nxënësve të tjerë;</li><li>- jep gjykimin për portofolin e tij.</li></ul>			
<b>Detyrat në portofol:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– Detyrë krijuese për portofol: Zbuloni boshtin kohor logaritmik të hedhjes së disa datave të ndryshme të rubrikës Kërkim.</li><li>– Detyrë krijuese për portofol: <b>Kërkim.</b> Teoria e vektorëve është zhvilluar njëkohësisht edhe nga një matematikan britanik, pak a shumë në të njëjtën kohë me Gibsin. Kush ishte ai?</li><li>– Detyrë krijuese për portofol: <b>Kërkim.</b> 1. Çfarë është regresi drejt mesatares? Pse duhet marrë parasysh kur kryejmë eksperimente? 2. Krijoni një shembull të korrelacionit të dy ndryshoreve.</li><li>– Detyrë krijuese për portofol : <b>Kërkim.</b> Lidhur me hulumtimin rreth datëlindjeve të disa njerëzve në një ditë.</li><li>- Detyrë krijuese për portofol : Rubrika: Sfidë në faqen 30. (matematika me zgjedhje)</li><li>-</li><li>- Detyrë krijuese për portofol : 1. Duke bërë disa prova, tregoni vërtetësinë e këtyre formulave:<div><div>c. <math>u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = u_{n+2}</math></div><div>d. <math>u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2 = u_n \cdot u_{n+1}</math></div></div>2. Hulumtoni për situata të tjera ku zbatohen vargjet e Fibonaçit.</li><li>– Detyra hulumtuese nga kapitulli 5: Ushtrimet: 11 në faqen 139, 10-11 në faqen 145, 6 në faqen 149</li><li>– Detyra hulumtuese nga kapitulli 6: Ushtrimet: 7-8 në faqen 159, 9-10 në faqen 165</li><li>– Detyra hulumtuese nga kapitulli 7: Ushtrimet: 5-6 në faqen 175, 4 në faqen 181, 5 në faqen 193</li><li>– Detyra hulumtuese nga kapitulli 8: Ushtrimi 8 në faqen 205</li><li>– Detyra hulumtuese nga kapitulli 1 (me zgjedhje): Ushtrimet: 10 në faqen 11, 13 në faqen 15, 12 në faqen 19, 6 në faqen 23, 5 në faqen 27</li><li>– Detyra hulumtuese nga kapitulli 2 (me zgjedhje): Ushtrimet 19 në faqen 41, 8 në faqen 45</li><li>– Projekti 1. Faza e dytë</li></ul>			
<b>Burimet:</b> Teksti i nxënësit, interneti, libra shkencorë, enciklopedi		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b>	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

**Organizimi i orës së mësimi:**

Nxënësit kanë përgatitur dhe kanë me vete portofolat e tyre. Nxënësi ka të detyruar të paraqesë në portofol projektin dhe 3 nga detyrat hulumtuese më lart ku të paktën njëra prej tyre do të jetë nga tri detyrat krijuese. Prezantojnë detyrat që kanë zhvilluar dhe japin gjykimin e vet për saktësinë dhe qartësinë e tyre.

Diskutoj portofolin e secilit nxënës duke pasur parasysh shënimet që kam vendosur në projektin kurrikular ose në detyrat hulumtuese gjatë kohës së zhvillimit të tyre.

Komunikoj vlerësimin e portofolit duke argumentuar anët e forta dhe të dobëta për secilin nxënës, duke pasur parasysh edhe gjykimin e vetë nxënësit. Udhëzoj sipas rastit kur është e nevojshme përmirësimin e ndonjë detyre apo pasurimin e portofolit me punë të tjera hulumtuese.

Vlerësohet si bonus ndonjë hulumtim i veçantë i nxënësit në lidhje me temat e zhvilluara.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja vlerëson nxënësit bazuar në shënimet që ai ka vendosur në projektin kurrikular dhe detyrat përkatëse.

Vlerësimi i portofolit sugjerohet të bazohet mbi përcaktimin e peshave. Në rast se një detyrë është më krijuese dhe origjinale se të tjerat, asaj mund t'i vendoset një peshë më e madhe. Këtë e vendos mësuesi/ja rast pas rasti.

Një mënyrë vlerësimi për detyrat e sugjeruara:

Projekti	40%
Detyra krijuese	25%
Detyra hulumtuese	10% – 15% (sipas vështirësisë)

Nxënësi duhet të llogarisë detyrat që do të zhvillojë sipas peshave të paraqitura nga mësuesi/ja.

**Shënim:** Kjo temë zhvillohet në dy orë mësimore me qëllim që të kontrollohen dhe diskutohen të gjithë portofolat. Kujdes, vlerësimi i portofolit të çdo nxënësi duhet të motivohet nga mësuesi/ja.

**PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE**

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Radiani (Shkathësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Për çfarë na shërben matematika</li><li>• Lartësia e avionit nga Toka</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- kthen një kënd nga gradë në radianë dhe anasjellas;</li><li>- njehson vlerat e funksioneve trigonometrikë të një këndi edhe kur ato shprehen me radianë;</li><li>- njehson gjatësinë dhe syprinën e sektorit qarkor;</li><li>- zgjidh ekuacione të thjeshta trigonometrike;</li><li>- përdor radianët në zgjidhjen e situatave problemore.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> kënd, gradë, radianë, gjatësi e harkut, syprinë e sektorit qarkor, perimetër i rrethit, kënd qendror, teoremë sinusi, kosinusi	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, kompas, vizore		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> teknologji, gjeografi	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të lexojnë hyrjen “Trigonometria” në faqen 51 dhe të diskutojnë nën kontekstin: Për çfarë na shërben matematika. Fillimisht nxënësit do të njihen me materialin ilustrues për funksionet trigonometrikë dhe më pas diskutohet me ta rreth zbatimeve të shumta të trigonometrisë në jetën reale. Mësuesi/ja mund t’u caktojë si detyrë nxënësve të hulumtojnë për të gjetur raste të tjera që studiohen me ndihmën e funksioneve trigonometrike. Më pas, mësuesi/ja iu kërkon nxënësve të ndërtojnë një rreth me rreze 5 cm dhe të tregojnë elementet bazë të tij: qendër, rreze, kordë etj., dhe i nxit ata të njehsojnë:

- perimetrin e rrethit;
- syprinën;
- masën e harkut të rrethit;
- gjatësinë e harkut  $\ell$  të sektorit qarkor me kënd qendror  $90^\circ$ ;
- syprinën  $S$  të sektorit qarkor me masë  $90^\circ$ ;

Nxënësit duke punuar në dyshe zgjidhin kërkesat e përcaktuara, dhe përgjigjet i krahasojnë me dyshet fqinje. Më pas diskutohen përgjigjet me gjithë klasën.

**Ndërtimi i njohurive:** Nga ushtrimet e dhëna më sipër rikujtohen formulat  $P = 2\pi r$  dhe  $S = \pi r^2$ . Mësuesi/ja vë theksin te dallimi midis kuptimeve: gjatësi e rrethit dhe masë e rrethi. Gjithashtu, ai/ajo kujton se këndet maten edhe me gradë edhe me radian. Mësuesi/ja formulon përkufizimin e këndit 1 radian si masa e këndit qendror që mbështetet në harkun me gjatësi sa rrezja e rrethit dhe fton nxënësit të gjejnë sa gradë është ky kënd.

- Si do të veproni?
- Cilën formulë do të përdorni?

Ai/ajo sqaron se meqë perimetri i rrethit është  $2\pi r$ , atëherë në të gjithë perimetrin e rrethit ka  $2\pi$  harqe me gjatësi sa rrezja e tij. Kështu që, këndi i plotë me kulm në O është  $2\pi$  radianë ose  $360^\circ$  dhe jep lidhjen  $2\pi \Leftrightarrow 360^\circ \Rightarrow 1^\circ = \frac{2\pi}{360^\circ} = \frac{\pi}{180^\circ}$

Pas kësaj, nxënësit plotësojnë vetë:  $\pi = 180^\circ \Rightarrow 1 \text{ radian} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57.3^\circ$

- Po tani a mund të ktheni në radianë këndet:  $45^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ ?
- Po këndet  $\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{5}$  mund t’i ktheni në gradë?

Nxënësit i zgjidhin situatat e mësipërme dhe dy prej rasteve diskutohen në tabelë.

Më pas, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të nxjerrin vetë formulat për syprinën e sektorit qarkor dhe për gjatësinë e harkut të sektorit qarkor. Për këtë orienton:

- shprehni formulat e perimetrit dhe syprinës së rrethit (në gradë dhe radianë);
- shpreh syprinën e sektorit qarkor me kënd qendror 1 njësi dhe gjatësinë e harkut të tij (në gradë dhe radianë);
- shkruani formulat e mësipërme për këndin  $\alpha$  (radianë dh gradë).

Të dy grupet e formulave që dalin nga hulumtimi, mësuesi/ja i përmbledh në mënyrë të strukturuar në tabelë. Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë shembujt 1 dhe 2 në faqen 53. Ai/ajo sqaron se për vlera shumë të vogla të  $x$  në radianë

kanë vend barazimet:  $\sin x \approx x$ ;  $\operatorname{tg} x \approx x$ ;  $\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$ ;

Për të thelluar njohuritë, mësuesi/ja fton nxënësit të njehsojë funksionet trigonometrikë të këndeve në trekëndëshin kënddrejtë dybrinjënjëshëm, dhe në trekëndëshin me kënde  $(30^\circ, 60^\circ, 90^\circ)$ .

Kalohet në shembullin 3 në faqen 53. Paraprakisht rikujtohen po në mënyrë të përmbledhur teorema e sinusit dhe kosinusit, si dhe formulat për syprinën e trekëndëshit dhe më pas nxënësit studiojnë zgjidhjen e shembullit 3.

Pasi përmbledhen edhe njëherë në mënyrë të strukturuar të gjitha formulat dhe barazimet që u trajtuan në këtë temë, mësuesi/ja fton nxënësit të zgjidhin ushtrimet 1, 2 dhe 10 në faqet 53-54. Për këtë nxënësit punojnë në dyshe. Në përfundim të punës, dyshet e afërta krahasojnë përgjigjet dhe më pas, njëri prej rasteve në secilin ushtrim diskutohet në tabelë.

Më pas, mësuesi/ja diskuton me nxënësit rreth hapave që ndiqen për të zgjidhur problemat me veprime me këndet dhe i fton të studiojnë në dyshe shembullin 4 në faqen 54. Me qëllim që të nxitë te nxënësit të mësuarin nëpërmjet krahasimit,

mësuesi/ja iu paraqet atyre edhe një rast tjetër kur këndi i dhënë është  $120^\circ$ . Më pas u drejtohet nxënësve me pyetjen: Cilën formulë do të përdorni në këtë rast?

Nxënësit punojnë në dyshe edhe këtë rast dhe më pas krahasojnë dy përgjigjet. Çfarë vini re?

**Përforcimi i të nxënit:** Në këtë etapë të orës së mësimit, nxënësit do të vazhdojnë të punojnë në dyshe. Mësuesi/ja kërkon të punojnë për zgjidhjen e ushtrimeve 4 dhe 6 në faqen 54. Ai/ajo orienton nxënësit të përdorin trekëndëshat e shembullit 2 (me kënde  $30^\circ$  e  $60^\circ$  dhe  $45^\circ$ ). Përfaqësues të grupeve paraqesin tabelat e plotësuara. Mësuesi/ja gjatë prezantimit kërkon nga nxënësit të argumentojnë vlerat, p.sh.:  $\sin 120^\circ = \dots$  sepse... ose  $5^\circ = \dots$  radianë pasi.... etj.

Puna më tej vazhdon me ushtrimet e faqes 55. Në këtë pjesë, i kushtohet rëndësi situatave problemore nga jeta reale. Për këtë, mësuesi/ja përcakton për secilën dyshe njërin nga ushtrimet 3, 4, 5, 7 fq. 55. Në përfundim të punës, dyshet që kanë të njëjtin ushtrim krahasojnë zgjidhjet. Më pas, secila nga zgjidhjet prezantohet në tabelë.

**Vlerësimi:** Gjatë kësaj ore, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për disa të tjerë në fletoren evidencë. Në vlerësim, mësuesi/ja mban parasysh saktësinë e zgjidhjes, si dhe aftësinë e nxënësve për të argumentuar përgjigjen. Gjithashtu, në vlerësim merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bënë për njëri-tjetrin.

Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në punën që nxënësit bënë në fletore, por edhe në pjesëmarrjen në grup si dhe në përmbylljen e rezultateve të të nxënit të përcaktuara në fillim të orës së mësimit.

**Detyra:** Ushtrimet 5, 8 në faqen 54 dhe 2, 8 në faqen 55. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimet 9, 10, 11 në faqen 55.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

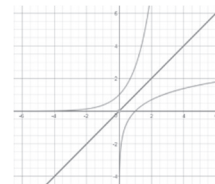
<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Funksione të tjera trigonometrike dhe funksionet e anasjella të funksioneve trigonometrike (Shkathtësi dhe aftësi & Arsytim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- përkufizon funksionet coseca, seca, cotga në varësi të funksioneve sin, cos, cotg;</li><li>- përkufizon funksionet arcsin <math>\alpha</math>, arccos <math>\alpha</math>, arctga si funksione të anasjellë të funksioneve sin <math>\alpha</math>, cos <math>\alpha</math>, tg <math>\alpha</math></li><li>- njehson vlerën e funksioneve trigonometrike coseca, seca, cotga, arcsina, arccosa, arctga;</li><li>- skicon grafikë të funksioneve trigonometrike;</li><li>- zgjidh ekuacione të ndryshme trigonometrike;</li><li>- vërteton identitete trigonometrike duke përdorur formula dhe lidhje të ndryshme ndërmjet funksioneve trigonometrike.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> sinx, cosx, tgx, cotgx, arcsinx, arccosx, arctgx, secx, cosecx, cotgx, ekuacione trigonometrike, identitete, funksione të anasjella, bijektiv	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit; vizore; makinë llogaritëse;		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca, inxhinieria	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			



## Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Në fillim të orës së mësimi, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të rikujtojnë në dyshe, lidhjen midis një funksioni dhe të anasjellit të tij. Për këtë përcakton si detyrë:

- Skiconi grafikët e funksioneve  $y = e^x$ ;  $y = \ln x$  në të njëjtin rrjet koordinativ.
- Çfarë lidhje ekziston midis tyre?
- Përcaktoni bashkësinë e përcaktimit për secilin nga funksionet.
- Përcaktoni bashkësinë e vlerave për secilin nga funksionet.
- Përcaktoni lidhjen midis bashkësisë së përcaktimit dhe bashkësisë së vlerave për funksionet.

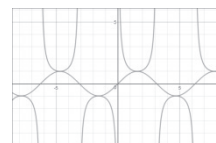


Përgjigjet e kërkesave a-d diskutohen në tabelë. Theksohet fakti se si ndërtohet grafiku i funksionit të anasjellë  $f^{-1}$  nga grafiku i funksionit  $f$ .

**Ndërtimi i njohurive:** Në vijim, mësuesi/ja formulon kuptimet e funksioneve trigonometrike sekant (sec), kosekant (cosec)

dhe kotangent (cotg):  $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$ ;  $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$ ;  $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$ ; dhe shtron pyetjet:

- Cilat janë vlerat e mundshme të funksioneve  $\sin \alpha$ ;  $\cos \alpha$ ;  $\tan \alpha$ ?
- Si mendoni, cilat do të ishin vlerat e mundshme të funksioneve  $\operatorname{cosec} \alpha$ ;  $\sec \alpha$ ;  $\cot \alpha$ ?
- Si do të ishin grafikët e tyre?



Nxënësit mund të ndërtojnë me programe kompjuterike grafikët e tyre. Figura përbri jep grafikët  $y = \sin x$  dhe  $y = \operatorname{cosec} x$ . A janë ata të anasjellë të njëri-tjetrit? Pse?

Nxënësit japin mendimet e tyre, korrigjojnë ose plotësojnë njëri – tjetrin. Në përfundim mësuesi/ja përmbledh vetitë kryesore të këtyre funksioneve dhe fton nxënësit të studiojnë shembujt 1 dhe 2 në faqen 56. Për të vlerësuar sa të qarta i kanë nxënësit këto dy shembuj, shtron për të diskutuar situatat:

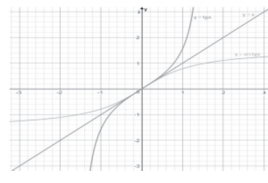
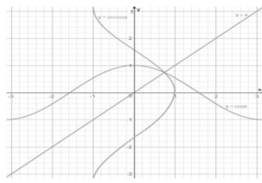
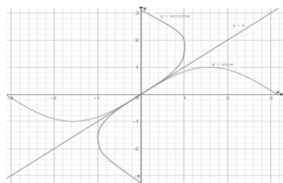
- njehsoni  $\sec 200^\circ$  (1/a në faqen 58);
- vërtetoni identitetin:  $\tan x + \cot x = \sec x \operatorname{cosec} x$  (5/c në faqen 59).

Nxënësit punojnë në dyshe ushtrimet dhe përgjigjet diskutohen në tabelë.

Më pas, mësuesi/ja rikthehet tek funksionet e anasjella. Fillimisht aktivizon tre nxënës të ndërtojnë në tabelë grafikët për  $\sin x$ ,  $\cos x$  dhe  $\tan x$  në sisteme koordinative të veçanta. Pasi formulon funksionet  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$  dhe  $\arctg x$  si funksione të anasjellë të  $\sin x$ ,  $\cos x$  dhe  $\tan x$ , fton nxënësit që të:

- ndërtojnë grafikët për secilin nga funksionet mbështetur tek i anasjelli i tij;
- tregojnë bashkësinë e përcaktimit për secilin nga funksionet;
- tregojnë bashkësinë e vlerave për funksionet;
- tregojnë simetrinë mes funksioneve dhe të anasjellëve të tyre?

Nxënësit duke shfrytëzuar simetrinë e funksioneve të anasjella në lidhje me drejtëzën  $y = x$ , mundohen të skicojnë grafikët e  $y = \arcsin x$ ,  $y = \arccos x$ ,  $y = \arctg x$ . Mësuesi/ja asiston në skicimin e grafikëve nga nxënësit duke ndihmuar ata që hasin vështirësi. Në përfundim, tre nxënës skicojnë grafikët në tabelë.



Për kërkesat e tjera, dhe për të bërë më të thjeshtë interpretimin, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të plotësojnë tabelën duke ndjekur shigjetat që ilustrojnë lidhjen midis funksioneve të anasjellë:

Funksioni	$y = \sin x$	$y = \arcsin x$	$y = \cos x$	$y = \arccos x$	$y = \tan x$	$y = \arctg x$
Bashkësia e përcaktimit	$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$		$0 \leq x \leq \pi$		$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$	
Bashkësia e vlerave	$-1 \leq y \leq 1$		$-1 \leq y \leq 1$		$y \in \mathbb{R}$	

Diskutohet rreth bijektivitetit të këtyre funksioneve dhe kufizimit të bashkësisë së tyre të përcaktimit.

Në vazhdim, nxënësit studiojnë shembullin 3 në faqen 58. Në këtë ushtrim theksi do të vihet në shenjën e sinusit, që korrespondon me faktin që është kënd i kuadrantit të katërt.

Më pas, mësuesi/ja diskuton me nxënësit rreth hapave që ndiqen për të zgjidhur problemat me funksionet e përmendura më sipër dhe fton ata të studiojnë në dyshe shembullin 4 në faqen 59.

**Përforcimi i të nxënit:** Puna vazhdon në grupe me nga 4 nxënës. Në mënyrë që të punohen sa më shumë ushtrime, mësuesi/ja përcakton detyrat e grupeve:

- Grupi 1 dhe 5: Ushtrimet: 3/a, 4/b, 5/a në fq. 58
- Grupi 2 dhe 6: Ushtrimet: 1/c, 2/a, 3/b, 5/a në fq. 59
- Grupi 3 dhe 7: Ushtrimet: 3/b, 4/d, 7/b në faqen 58
- Grupi 4 dhe 8: Ushtrimet: 1/d, 2/c, 4/b, 5/d në fq. 59

Nxënësit punojnë fillimisht në grupet e tyre, ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre duke ndihmuar grupet që hasin vështirësi. Më pas, krahasojnë zgjidhjet me grupet që kanë të njëjtat ushtrime. Përfaqësues të grupeve prezantojnë zgjidhjet e ushtrimeve në tabelë. Gjatë kohës që prezantohen ushtrimet, mësuesi/ja por edhe, vetë nxënësit mund të drejtojnë pyetje për situata të ndryshme.

**Vlerësimi:** Në këtë orë mësimi, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime në fletoren-evidencë për disa të tjerë. Në vlerësim, mësuesi/ja mban parasysh punën që nxënësit bënë në fletore dhe prezantimin në tabelë. Gjithashtu ndikohet edhe nga aftësia për të ndërthurur njohuritë e marra më parë (funksionet e anasjella, vetitë) me njohuritë e reja.

**Detyra:** Ushtrimet 2, 7/a, c në faqen 58 dhe 3/a c, 4/a, 7 në faqen 59. Mësuesi/ja jep udhëzimet e duhura për zgjidhjen e detyrave.

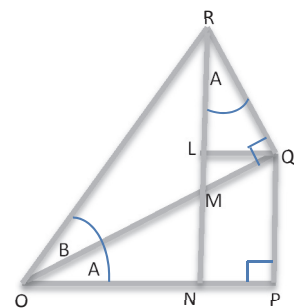
**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimet 8, 9 në faqen 59

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje Eksplorim (përtej provimeve) Vlerësim për kreun 3		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Vlerësim i nxënësit nga nxënësi</li><li>• Ushtrime dhe situata problemore</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njehson vlerat e sinusit, të kosinusit dhe të tangjentit të çdo lloj këndi;</li><li>- përdor identitetet trigonometrike dhe ekuacionin e një rrethi;</li><li>- skicon dhe përshkruan funksionet trigonometrike;</li><li>- përdor teoremat e sinusit dhe të kosinusit, si edhe formulën e syprinës së trekëndëshit.</li><li>- zgjidh ekuacionet trigonometrike;</li><li>- hulumton për vërtetimin e formulave të trigonometrisë.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> sinus, kosinus, tangjenti, kënde, brinjë, trekëndësh, rreth trigonometrik, grafik, ekuacione, teoremë, paralelogram, syprinë, eksplorim, sprovë	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makinë llogaritëse, materiale nga interneti për trigonometrinë, tabletë		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca, inxhinieria	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Formulatat trigonometrike të shumës dhe diferencës së këndeve. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënës:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënës të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- formulon barazimet për funksionet trigonometrike të shumës, diferencës së këndeve, dyfishit të këndit;</li><li>- njehson vlerën e funksioneve trigonometrike të një këndi duke e shprehur atë si shumë ose si diferencë të dy këndeve;</li><li>- shndërron shprehje trigonometrike me ndihmën e formulave trigonometrike të shumës ose diferencës së këndeve;</li><li>- vërteton identitete të ndryshme trigonometrike;</li><li>- zgjidh ekuacione trigonometrike duke përdorur formulat për shumën ose diferencën e këndeve.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> sinus, kosinus, tangjent, sinusi i shumës (i diferencës), sinusi i dyfishit, kosinusi i dyfishit, identitete trigonometrike, ekuacione trigonometrike	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fillim të orës së mësim, mësuesi/ja parashtron përpara nxënësve situata të ndryshme, në mënyrë që të nxitë diskutimin e njohurive paraprake të tyre, si p.sh.: <ul style="list-style-type: none"><li>– Njehsoni <math>\sin A</math> në trekëndëshin kënddrejtë ABC me katete 8 cm dhe 6 cm dhe kënd <math>C = 90^\circ</math>.</li><li>– Krahasoni <math>\sin \alpha + \sin \beta</math> me <math>\sin(\alpha + \beta)</math>. Merrni <math>\alpha = 30^\circ</math> dhe <math>\beta = 60^\circ</math>.</li><li>– A mund të themi se <math>\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta</math> ?</li><li>– Kur dy trekëndësha janë të ngjashëm?</li><li>– Plotësoni barazimin <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \dots</math></li></ul> pasi nxënësit punojnë fillimisht vetë me kërkesat e mësipërme, i krahasojnë përfundimet me shokun/shoqen e bankës. Më pas, zgjidhjet e tyre diskutohen me të gjithë klasën.			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pasi janë sjellë në vëmendje të nxënësve njohuritë mësipërme, mësuesi/ja nëpërmjet përvijimit të të menduarit, do të nxitë nxënësit të nxjerrin formulat për funksionet trigonometrike të shumës dhe diferencës së këndit duke punuar në dyshe. Për këtë i orienton nxënësit të ndjekin hapat: <ul style="list-style-type: none"><li>- Krahasoni trekëndëshat MON dhe MRQ ë figurë. Pse janë të ngjashëm?</li><li>- Shprehni <math>\sin(A + B)</math> në trekëndëshin RON.</li><li>- Shprehni <math>NR = NL + LR</math>. A mund ta zëvendësoni NL me ndonjë segment tjetër të barabartë në figurë? (<math>NL = PQ</math>)</li><li>- Shumëzoni dhe pjesëtoni të dy thyesat me OQ.</li><li>- Çfarë japin raportet e reja?( <math>\frac{PQ}{OQ} = \frac{OR}{OR} = \text{etj.}</math>)</li><li>- Rishkruani formulën: <math>\sin(A + B)</math> Pra marrim <math>\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B</math></li><li>- Në formulën e re zëvendësoni B me <math>(-B)</math> dhe rishkruani formulën: <math>\sin(A - B) = \sin A \cos(-B) + \cos A \sin(-B)</math></li><li>- Rregulloni shenjat e <math>\cos(-B)</math> dhe <math>\sin(-B)</math>. Çfarë përftoni? <math>\sin(A - B) = \sin A \cos B - \sin B \cos A</math></li></ul> Pasi kalohen të gjitha hapat, mësuesi/ja shkruan edhe njëherë në mënyrë të përmblendhur formulat për: $\sin(\alpha \pm \beta)$ dhe i njeh nxënësit edhe me formulat për $\cos(\alpha \pm \beta)$ dhe $\tan(A \pm B)$ .			
Në vijim, nxënësit studiojnë në dyshe shembullin 1 në faqen 61. Për të vlerësuar aftësinë e nxënësve në zbatimin e njohurive të sapo marra, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të njehsojnë: $\tan 15^\circ$ ; $\sin 105^\circ$ . Fillimisht situatat diskutohen në dyshe dhe më pas, zgjidhjet prezantohen në tabelë.			



Për të vazhduar me njohuritë e reja, mësuesi/ja ndan klasën në tri grupe (p.sh. sipas rreshtave) dhe për secilin grup përcakton si detyrë: në njërën nga formulat  $\sin(\alpha \pm \beta)$ ;  $\cos(\alpha \pm \beta)$ ;  $\operatorname{tg}(A \pm B)$  zëvendësoni  $\beta$  me  $\alpha$ . Ç'barazim do të përftoni? Secili nga grupet pasi kryen shndërrimet, me ndihmën e një përfaqësuesi formulon barazimin e ri në tabelë. Edhe njëherë, mësuesi/ja përmbledh formulat e reja si funksionet trigonometrike të dyfishit të këndit:  $\sin 2A$ ,  $\cos 2A$ ,  $\operatorname{tg} 2A$  dhe kërkon nga nxënësit të hulumtojnë në dyshe, që formulën  $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$  ta shprehin vetëm nëpërmjet  $\sin A$  ( $\cos A$ ) duke përdorur formulën themelore. Që këtëj dalin edhe një grup i ri formulash. Më tej, puna vazhdon me studimin e shembullit 2 në faqen 61.

Në dyshtet e tyre, nxënësit diskutojnë nga një ushtrim të ngjashëm për secilin rast p.sh.: njehsoni:

$$\sin 2x \cos x + \sin x \cos 2x; \sin(180^\circ - x); 2\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}.$$

Ushtrimet diskutohen fillimisht në dyshe dhe më pas prezantohen zgjidhjet në tabelë.

Më pas, mësuesi/ja diskuton me nxënësit rreth hapave që ndiqen për të zgjidhur problemat me shumën apo diferencën e funksioneve trigonometrike. Nxënësit në dyshe do të vazhdojnë me studimin e shembujve 3, 4 dhe 5 në faqen 63. Në mënyrë që studimi të jetë i detajuar, mësuesi/ja i orienton nxënësit duke i njohur në fillim me hapat e nevojshëm:

- cila formulë do të përdoret?
- i mbani mend vlerat e funksioneve trigonometrike të këndit  $30^\circ$ ?
- ku ndodhet këndi përderisa  $\operatorname{tg} x$  është numër pozitiv? etj.

Siç u veprua edhe më parë, mësuesi/ja përcakton nga një ushtrim të ngjashëm me shembujt 3, 4 dhe 5 p.sh.:

- Zgjidhni ekuacionin:  $\cos 3x \cos x + \sin 3x \sin x = 0$
- Paraqitni ndryshe  $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x$
- Gjeni ekuacionin karteziak të vijës me ekuacione parametrike  $x = 4 \cos t$ ;  $y = 2 \cos 2t$ ;

Nxënësit edhe në këtë rast punojnë në dyshe, ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre. Në përfundim, dyshtet e afërta krahasojnë përgjigjet dhe zgjidhjet diskutohen në tabelë.

**Përforsimi i të nxënit:** Duke qenë se materiali i kësaj ore është i pasur me ushtrime, mësuesi/ja e ndan klasën në grupe me nga 4 nxënës, dhe për secilin grup përcakton ushtrime të ndryshme p.sh.:

- |   |  |
|---|--|
| - Grupi i parë ushtrimet: 4/b, në faqen 62 dhe 15 në fq. 64 | - Grupi i dytë: ushtrimet 6/b në fq. 62 dhe 12 në faqen 65   |
| - Grupi i tretë ushtrimet: 12/b në fq. 62 dhe 7/d në fq. 65 | - Grupi i katërt ushtrimet: 12/c në fq. 62 dhe 5/a fq. 64    |
| - Grupi i pestë ushtrimet: 8/d në fq. 62 dhe 23 në fq. 65.  | - Grupi i gjashtë ushtrimet: 6/a në fq. 62 dhe 6/g në fq. 65 |
| - Grupi i shtatë ushtrimet: 10 në fq. 62. dhe 26 në fq. 65. | - Grupi i tetë ushtrimet: 4/d në fq. 62 dhe 29 në fq. 65.    |

Nxënësit punojnë në grupet e tyre me ushtrimet e përcaktuara, ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punën e grupeve dhe ndihmon nxënësit që hasin vështirësi. Në përfundim të punës, përfaqësues të grupeve prezantojnë në tabelë përgjigjet përfundimtare. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja e vë theksin në argumentimin e shndërrimeve të kryera.

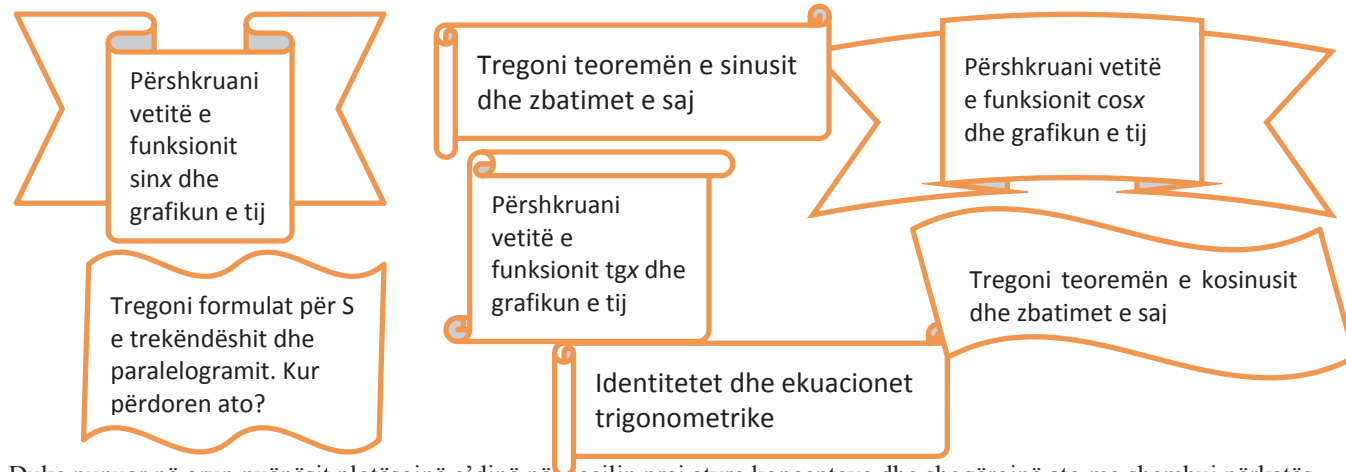
**Vlerësimi:** Gjatë kësaj ore mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për disa të tjerë në fletoren evidencë. Në vlerësim, mësuesi/ja mban parasysh saktësinë e zgjidhjes, si dhe aftësinë e nxënësve për të argumentuar përgjigjen. Gjithashtu, në vlerësim merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bëjnë për njëri-tjetrin. Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në punën që nxënësit bënë në fletore, por edhe në pjesëmarrjen në grup si dhe në përmbushjen e rezultateve të të nxënit të përcaktuara në fillim të orës së mësimi.

**Detyra:** Ushtrimet 3, 9 në faqen 62 dhe 3, 13, 19, 27 në faqen 65. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 30 në faqen 65

### Organizimi i orës së mësim:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja fton nxënësit të rikujtojnë konceptet kryesore të kapitullit. Për këtë, ai/ajo udhëzon nxënësit të punojnë në grupe katërshe dhe përcakton detyrat për secilin nga grupet.



Duke punuar në grup nxënësit plotësojnë ç' dinë për secilin prej atyre koncepteve dhe shoqërojnë ato me shembuj përkatës.

**Ndërtimi i njohurive:** Grupet prezantojnë punën e tyre në tabelë. Nxënësit e tjerë mund të plotësojnë punën e grupit. Pas kësaj veprimtarie, ku nxënësit rikujtuan dhe rifreskuan edhe njëherë njohuritë e kapitullit, mësuesi/ja i fton ata të punojnë në mënyrë individuale ushtrime nga faqet 80-81. Për këtë nxënësit e çdo banke do të jenë nxënësi 1 dhe nxënësi 2.

Nxënësit me nr. 1 do të punojnë ushtrimet 2/a, 3/b, h, 4/b, 5, 8/a, 10/b, e, f, kurse nxënësit me nr. 2 ushtrimet 2/b, 3/g, i, 4/c, 6, 8/b, 10/d, c, në faqet 80-81.

Mësuesi/ja udhëzon ata që pas 15 minutave, nxënësit e të njëjtës bankë, do të këmbëjnë fletoret dhe do të vlerësojnë njëri-tjetrin. Mësuesi/ja kontrollon në rast se kanë vepruar gabim.

Pasi përfundojnë dhe vlerësimet disa prej ushtrimeve zgjidhen dhe në tabelë si p.sh. ushtrimet 5; 6 dhe 10.

Më pas, mësuesi/ja vijon me situatat e ushtrimeve 11/f dhe 12/c; d në faqen 81. Fillimisht i udhëzon nxënësit të përcaktojnë hapat e zgjidhjes dhe më pas të zgjidhin atë.

Nxënës të ndryshëm prezantojnë zgjidhjet në tabelë. Nxënësit argumentojnë veprimet që kryejnë.

Kalohet në rubrikën Eksplorim/përtej provimeve. Mësuesi/ja iu ka kërkuar nxënësve të hulumtojnë rreth trigonometrisë dhe zhvillimit të saj.

Lexohet rubrika histori dhe më pas kalohet në diskutimin e materialeve që nxënës të ndryshëm kanë mbledhur rreth historisë së trigonometrisë dhe përdorimeve të shumta të saj në inxhinieri e degë të tjera.

Më pas nxënësit në dyshe punojnë për plotësimin e tabelës për të njehsuar dhe llogaritur vlerat e  $\sin(x + y)$  dhe  $(\sin x \cos y + \cos x \sin y)$  për vlera të ndryshme të  $x$  dhe  $y$ .

Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të përdorin makinën llogaritëse apo dhe programe kompjuterike në tabletat e tyre për plotësimin e saj. Ai/ajo kujdeset që dyshe të ndryshme të marrin vlera të ndryshme për  $x$  dhe  $y$ , në mënyrë që të përdoren sa më shumë vlera për të kaluar më pas në përgjithësim.

Pasi përfundojnë lexojnë përfundimet.

- Çfarë vini re?
- A mund ta përgjithësojmë këtë veprim?

Pra ne mund të shkruajmë:  $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

Kjo ka lidhje dhe me rubrikat “Sprovë 1” dhe “Sprovë 2” të cilat iu lihen nxënësve detyrë për portofol.

Mësuesi/ja shtron para nxënësve situatën e ushtrimit 3 në faqen 83. Ai/ajo shtron pyetjet:

- Si do të veproni për të ndërtuar grafikun e funksionit  $y = \sin 2x$ ?
- Çfarë duhet të gjeni në fillim?
- Sa është perioda e këtij funksioni? Pse?
- A ka asimptota ky funksion? Pse?
- Si do të përfitohej grafiku  $y = \sin 2x$  nga grafiku  $y = \sin x$ ?

Pasi diskutojnë rreth pyetjeve më lart kalojnë në ndërtimin e grafikut, të cilin një nxënës e ndërton me tabelë vlerash kurse një nxënës tjetër me “tërheqje” të grafikut  $y = \sin x$ .

<p>Po kështu vepohet dhe për grafikun e funksionit <math>y = \tan(x - 20^\circ)</math>. Edhe këtu grafikun e ndërtojmë me të dy mënyrat, edhe me tabelë vlerash edhe me zhvendosje të grafikut <math>y = \tan x</math> me vektor <math>\begin{pmatrix} 20 \\ 0 \end{pmatrix}</math>. Tregojnë asimptotat e grafikut dhe periodën e tij. Pasi përfundojnë mësuesja shtron pyetjen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cila prej mënyrave është më e shpejtë dhe më e lehtë?</li> </ul> <p><b>Përforsimi i të nxënësve:</b> Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e problemave me numër 5, 7, 10 në faqet 83-84. Ai/ajo iu lë 8 minuta kohë për zgjidhjen e tyre dhe më pas tre nxënës prezantojnë zgjidhjet në tabelë. Nxënësit në dyshe veprojnë për zgjidhjen e ushtrimeve 16, 17, 19 në faqen 84. Pasi përfundojnë zgjidhjen, e krahasojnë atë me dyshe fqinjë. Më pas, disa nxënës paraqesin zgjidhjet në tabelë. Nxënësit që tregojnë zgjidhjet në tabelë japin në fillim planin e zgjidhjes dhe argumentet përkatëse. Nxënësit e tjerë mund t'u drejtojnë pyetje rreth zgjidhjeve.</p> <p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson ata duke patur parasysh aftësinë që ata kanë për të përshkruar vetitë e funksioneve trigonometrike, në zgjidhjen e ekuacioneve trigonometrike, në përcaktimin saktë të hapave të zgjidhjes të situatave problemore si dhe në njehsimin e syprinës së figurës me formulën e duhur. Vlerësimin e mbështet gjithashtu në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, aktivizimin gjatë mësimit ose në punën në grup si dhe në vlerësimin që ata i bëjnë njëri-tjetrit.</p> <p><b>Detyra:</b> Ushtrimet 12/b,e, 13 faqe 81 dhe 12, 20 faqe 83-84. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.</p> <p><b>Detyrë krijuese për portofol:</b> Zbulimin e formulës <math>\sin(x + y)</math></p>
--

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përkulshmëria e vijës dhe pikat e infleksionit. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënët:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Përse na shërben matematika</li><li>• Problemi i Didonës</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënët të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- studion përkulshmërinë e vijës (e lugët dhe e mysët) me anë të derivatit të dytë;</li><li>- përdor grafikun e një funksioni dhe përcakton intervalet ku vija është e mysët ose e lugët;</li><li>- gjen pikat e infleksionit të një funksioni duke studiuar shenjën e derivatit të dytë;</li><li>- skicon vijën duke përdorur pikëprerjet e grafikut me boshtet, pikat stacionare, dhe pikat e infleksioneve;</li><li>- zgjidh situata problemore duke përdorur ekstremumet ose pikat e infleksionit.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat i parë, shpejtësi ndryshimi, pjerrësi, koeficient këndor, derivat i dytë, përkulshmëri, monoton, ekstremume, pikë infleksioni, pika stacionare, e lugët, e mysët	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë, teknologji	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënëshe</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fillim të orës, nxënësit njihen me materialin ilustrues në faqen 75. Pasi njihen me problemin e famshëm të Didonës, mësuesi/ja ju kërkon nxënëshe të diskutojnë se si do ta zgjidhnin me derivat problemin e Didonës. Ai/ajo udhëzon që për këtë të kujtojnë problemat me optimizim.			



Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të punojnë në dyshe ushtrimet që jep në tabelë:

1. Njihsoni derivatin e funksionit  $y = 3x^2$  në pikën  $x = 2$ ; në pikën  $x = 1$ .
2. Përcaktoni shpejtësinë e ndryshimit të  $y$  në lidhje me  $x$ , kur  $x = 1$  dhe  $y = x(5 - 3x^2)$ .
3. Shkruani ekuacionin e tangjentes me vijën  $y = 3 - 4x + x^2$  në pikën  $x = 2$ .
4. Njihsoni derivatin e rendit të dytë për funksionin  $y = x^3 + x^2$ . Çfarë tregon ai?

Ai/ajo udhëzon nxënësit që për zgjidhjen e tyre, të kujtojnë çfarë dinë për derivatin e një funksioni nga pjesa e matematikës bërthamë, dhe ku zbatohet ai. Pasi janë përfunduar zgjidhjet e ushtrimeve, prezantohen zgjidhjet në tabelë. Gjatë kohës që ushtrimet paraqiten në tabelë, mësuesi/ja nëpërmjet marrëdhënieve pyetje-përgjigje, kërkon nga nxënësit që t'u japin përgjigje pyetjeve të tilla si:

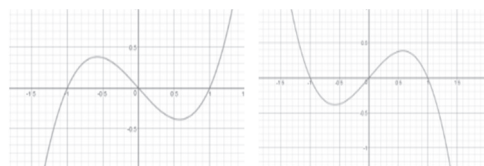
- Si e njihsoni derivatin e  $y = ax^n$ ?
- Çfarë kuptoni me shpejtësi të ndryshimit të  $y$  në varësi të  $x$ ?
- Si e njihsoni koeficientin këndor të tangjentes?
- Si do ta njihsonit derivatin e rendit të dytë?
- Çfarë tregon derivati i rendit të dytë?

Në vijimësi të njohurive që nxënësit kanë marrë në kreun 4 (bërthamë), mësuesi/ja harton një tabelë që shpreh lidhjen mes shenjës së derivatit të parë dhe monotonisë së funksionit:

Shenja e derivatit të parë të funksionit	$f'(x) = \frac{dy}{dx} > 0$	$f'(x) = \frac{dy}{dx} < 0$	$f'(x) = \frac{dy}{dx} = 0$
Funksioni	Funksioni rritës	Funksioni zbritës	Funksioni konstant

**Ndërtimi i njohurive:** Më pas, mësuesi/ja u kërkon nxënësve të skicojnë grafikët e funksioneve  $y = x^3 - x$  dhe

$y = x - x^3$ , dhe të përcaktojnë pikat e ekstremumeve të tyre. Ai/ajo nxit nxënësit të tregojnë shenjën e derivatit të dytë në ekstremumet e funksionit. Në këtë moment, mësuesi/ja prezanton kuptimin e vijës së mysët dhe të lugët duke e konkretizuar në grafikun e parë, duke u mbështetur dhe në shenjën e derivatit të dytë. Pas këtij konkluzioni, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit që nëpërmjet krahasimit të grafikut të dytë me grafikun e parë, të verifikojnë kuptimet e përmendura më sipër. Mësuesi/ja do të përmbledhë në mënyrë të strukturuar edhe njëherë faktin që derivati i dytë i funksionit, jep informacion të mëtejshëm rreth formës së grafikut, dhe përkufizon pikat e infleksionit, duke i konkretizuar ato në grafikët e ndërtuar. Ai/ajo pyet:



- Sa është vlera e derivatit të dytë në këto pika?
- Po vlera e derivatit të parë?

Pas kësaj thekson se: Në pikën e infleksionit, derivati i parë mund të marrë çfarëdolloj vlere, ndërsa derivati i dytë është gjithmonë zero. Megjithatë, e anasjella nuk është e vërtetë: pra, në qoftë se derivati i dytë është zero, kjo nuk do të thotë domosdoshmërisht që ajo pikë është pikë infleksioni.

Atëherë, mësuesi/ja fton nxënësit të përmbledhin edhe njëherë hapat e nevojshëm për përcaktimin e ekstremumeve (maksimum ose minimum) dhe për studimin e formës së grafikut, duke studiuar shenjën e derivatit të parë dhe të dytë. Këtë përmbledhje të strukturuar mund ta realizojnë duke plotësuar tabelën:

Shembull vije	Për vlera më të vogla se $x$	Në pikat ekstremume	Për vlera më të mëdha se $x$
	$\frac{dy}{dx} < 0, \frac{d^2y}{dx^2} > 0$ I lugët	$\frac{dy}{dx} = 0, \frac{d^2y}{dx^2} > 0$ I lugët	$\frac{dy}{dx} > 0, \frac{d^2y}{dx^2} > 0$ I lugët
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...

Për tri rastet e tjera, fillimisht kërkon nga nxënësit të bëjnë plotësimet, duke u nisur nga grafikët e funksioneve  $y = -x^2$ ;  $y = x^3$ ;  $y = -x^3$ . Pasi kanë plotësuar në fletore, përgjigjet diskutohen në klasë dhe plotësohet gjithë tabela. Më tej, puna vazhdon me studimin e shembujve 1 dhe 2 në faqet 77 dhe 78. Gjatë studimit të shembujve, mësuesi/ja e vendos theksin në përcaktimin e pikave të infleksionit dhe studimit të përkulshmërisë së vijës nëpërmjet studimit të shenjës së derivatit të dytë. Nxënësit në dyshe, diskutojnë ushtrimet 1 dhe 2 në faqen 79 për të përforcuar edhe njëherë kuptimin e ekstremumeve dhe pikave të infleksionit.



Më pas, mësuesi/ja diskuton me nxënësit rreth hapave që ndiqen për të gjetur karakteristikat e një vije dhe fton ata të studiojnë në dyshe shembujt 3, 4 në faqen 80.

**Përforcimi i të nxënit:** Në këtë fazë të orës së mësimi, puna do të vazhdojë në grupe katërshe. Secili grup merr detyrën si më poshtë:

Grupet 1 dhe 5: ushtrimet 3/a faqe 79 dhe 4 faqe 81.

Grupet 2 dhe 6: ushtrimet 8 faqe 79 dhe 3/b faqe 81.

Grupet 3 dhe 7: ushtrimet 7 faqe 79 dhe 5 faqe 81.

Grupet 4 dhe 8: ushtrimet 3/d faqe 79 dhe 7 faqe 81.

Nxënësit punojnë në grupe ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe ndihmon nxënësit që hasin vështirësi. Pasi kanë punuar në grup ushtrimet e përcaktuara, përfaqësues të grupeve që kanë ushtrime të njëjta krahasojnë përgjigjet dhe korrigjojnë punën e grupit të tyre. Përgjigjet e korrigjuara paraqiten në tabelë. Gjatë paraqitjes së zgjidhjes, mësuesi/ja, por edhe nxënësit mund t'u drejtojnë pyetje shokëve për t'u thelluar në argumentimin e zgjidhjeve.

**Vlerësimi:** Në këtë orë mësimi, nxënësit vlerësohen për aftësitë që ata kanë në evidentimin e informacionit të nevojshëm nga grafikët e funksioneve, p.sh.: pikëprerje, ekstremume, pikë infleksioni, i mysët, i lugët etj., por edhe në studimin analitik të tyre. Vlerësimi i nxënësve mbështetet në punën që ata bënë në fletoret e tyre, në punën në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve të dhëna. Vlerësimin e bërë, mësuesi/ja e mbështet edhe në vlerësimin që nxënësit bëjnë për punën e njëri-tjetrit gjatë prezantimit të zgjidhjeve.

**Detyra:** Ushtrimet 4, 6 në faqen 79 dhe 1a, 3/c, 6 në faqen 81. Mësuesi/ja jep udhëzimet e nevojshme për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimet 8, 9 në faqen 81

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Funksionet trigonometrike (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Lartësia e pasagjerit nga toka në një karusel</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>njihson derivatet e funksioneve trigonometrikë;</li><li>studion monotoninë dhe përkulshmërinë e funksioneve trigonometrikë;</li><li>gjen ekstremumet dhe pikat e infleksionit të funksioneve trigonometrike;</li><li>shkruan ekuacionin e tangjentes ndaj grafikut të një funksioni trigonometrik;</li><li>njihson në situata reale shpejtësinë, nxitimin si derivat të një funksioni trigonometrik.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat, sinus, kosinus, shpejtësi e ndryshimit të funksionit, limit, funksion zbritës, funksion rritës	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> fizikë, gjeografi	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Në fillim të orës, nëpërmjet diskutimit të njohurive paraprake, mësuesi/ja do të sjellë në vëmendje të nxënësve disa nga formulat e nevojshme të trigonometrisë. Për këtë, iu parashtron nxënësve ushtrime që do të punohen në dyshe:

1. Njehsoni  $\sin(x + 30^\circ)$ ;  $\cos(x + 30^\circ)$
2. Njehsoni vlerën e shprehjes:  $\sin x - 3\cos x$  për  $x = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}$ ;
3. Kur themi që  $\sin x \approx x$  ? Sa është  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  ? Pse?
4. Sa është  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$  ? Pse?

Për zgjidhjen e ushtrimeve, nxënësit punojnë në dyshe dhe më pas përgjigjet krahasohen me dyshen fqinje. Përgjigjet përfundimtare diskutohen në tabelë. Gjatë diskutimit të përgjigjeve, mësuesi/ja e vendos theksin në argumentimin e përgjigjeve dhe zgjidhjeve.

**Ndërtimi i njohurive:** Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit që duke punuar në dyshe, të njehsojnë derivatin e funksionit  $y = \sin x$ . Për këtë shënon në tabelë:

$$f'(x) = (\sin x)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}.$$

Duke u përqendruar te njohuritë që

rikujtuan, mësuesi/ja udhëzon nxënësit të kryejnë shndërrimet në fletoret e tyre dhe përgjigjen përfundimtare e shkruan në tabelë. Më pas, nxënësit përdorin limitet e mësipërme për të formuluar barazimin  $f'(x) = (\sin x)' = \cos x$ . Duke ndjekur po të njëjtat hapa, nxënësit tregojnë se  $(\cos x)' = -\sin x$ .

Në vijim, nxënësit studiojnë shembujt 1 dhe 2 në faqen 82. Në zbatim të njohurive që mësuan, dhe duke u mbështetur në këta shembuj, diskutojnë në dyshe të tyre ushtrimet 1 dhe 2 në faqen 83 (njëra dyshe 1/a, 2/a tjetra 1/b, 2b etj.). Në përfundim të punës, përgjigjet diskutohen me klasën, ndërsa disa nga zgjidhjet paraqiten në tabelë (kur mësuesi/ja e shikon të arsyeshme).

Puna do të vazhdojë përsëri në dyshe me ushtrimet e faqes 83. Secila dyshe punon një nga rastet e ushtrimit 3. Pasi përfundojnë zgjidhjen, dyshe fqinje këmbëjnë fletoret dhe korrigjojnë përgjigjet. Përgjigjet përfundimtare paraqiten në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja u drejton nxënësve pyetje për të kujtuar edhe rregullat e derivimit p.sh.:

- Cili rregull zbatohet në rastin a?
- Cili rregull zbatohet në rastin c?
- Sa është derivati i funksionit konstant?

Më pas, mësuesi/ja shtron para klasës situatën e ushtrimit 5 faqe 83. Ai/ajo drejton pyetjet:

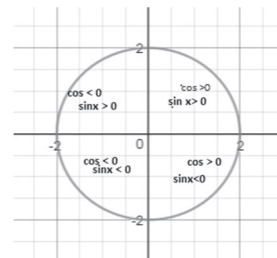
- Si e gjejmë koeficientin këndor të një vije?
- Çfarë paraqet ai?
- Si e gjejmë derivatin e shumës?

Pasi nxënësit e gjejnë koeficientin këndor të vijës, mësuesi/ja kërkon që ata të gjejnë edhe ekuacionin e tangjentes në atë pikë.

Mësuesi/ja nxit nxënësit të komentojnë rreth hapave që duhet të përdorin për të gjetur karakteristikat e një funksioni trigonometrik. Në zbatim të kësaj, ai/ajo fton nxënësit të studiojnë shembullin 3 në faqen 84. Pasi kanë studiuar shembullin e zgjidhur, mësuesi/ja u drejton nxënësve pyetje në mënyrë që të qartësohet mënyra dhe hapat e përcaktimit të ekstremumeve, pikave të infleksionit etj., p.sh.:

- Si e përcaktuat që funksioni ishte vetëm rritës?
- Po derivatin si e gjetët?
- Me ndihmën e kujt e studioni përkulshmërinë?
- Po shenjën e  $\sin x$  si e përcaktoni?

Për t'i ndihmuar në studimin e shenjës së derivatit të dytë, (pra të  $\sin x$  ose  $\cos x$ ) mësuesi/ja skicon në tabelë një rreth trigonometrik, dhe shënon në të shenjat e  $\sin x$  dhe  $\cos x$  sipas kuadrateve përkatës.



Në mënyrë që nxënësit të vlerësojnë veten se sa janë në gjendje të zbatojnë ato që studiojnë në shembujt 1, 2 dhe 3, mësuesi/ja kërkon që të diskutohet në dyshe ushtrimi: studioni përkulshmërinë e funksionit  $y = 2x - \cos x$ , për  $x \in [0, 2\pi]$ . Nxënësit diskutojnë fillimisht në dyshe dhe më pas krahasojnë zgjidhjen me dyshen fqinje. Përgjigja përfundimtare diskutohet në tabelë. Përsëri, gjatë prezantimit të zgjidhjes, i kushtohet rëndësi argumentimit të hapave të zgjidhjes.

**Përforcimi i të nxënës:** Mësuesi/ja përcakton si detyrë ushtrimet: 1/a, 1/c, 3/b, 3/d. Edhe për këto ushtrime fillimisht diskutohen në dyshe dhe më pas nxënësit këmbëjnë fletoret për të kontrolluar dhe vlerësuar punën e njëri-tjetrit. Përgjigjet diskutohen në tabelë, dhe nxënësit argumentojnë zgjidhjet. Mësuesi/ja por edhe vetë nxënësit mund t'u drejtojnë pyetje shokëve rreth zgjidhjes së ushtrimeve.

Pasi janë diskutuar ushtrimet e zbatimit, nxënësit do të diskutojnë në dyshe një nga situatat reale të faqes 85, p.sh. 5 dhe 7. Gjatë kohës që nxënësit punojnë ushtrimet, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe ndihmon dyshet që hasin vështirësi. Pasi kanë përfunduar zgjidhjen, dyshet që kanë të njëjtën situatë, krahasojnë zgjidhjet. Dy nxënës prezantojnë zgjidhjen në tabelë, ku tregojnë planin e zgjidhjes dhe argumentimin e saj.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit e tjerë duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në ndërthurjen e njohurive të mëparshme me ato të reja (në formulimin e barazimit për derivatin e funksioneve trigonometrike) si dhe në zbatimin e tyre. Për këtë shfrytëzon punën që nxënësit bënë në fletoren e tyre. Gjithashtu në vlerësim mësuesi/ja merr parasysh edhe argumentimin që nxënësit bënë gjatë zgjidhjes së ushtrimeve.

**Detyra:** Ushtrimet 6 në faqen 83 dhe 1/b; 3/a, c; 6 në faqen 84. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për mënyrën e zgjidhjes së ushtrimeve.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 8 në faqen 84

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Funksionet eksponenciale dhe logaritmike. (Shkathësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje probleme)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Vlera fillestare e makinës dhe vlera mbas disa vitesh</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/jq në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>njehson derivatin e funksioneve eksponenciale dhe logaritmike;</li><li>zbaton vetitë e logaritmeve dhe fuqive për të njehsuar derivatin e funksionit;</li><li>përcakton koeficientin këndor të tangjentes në një pikë të grafikut të funksionit eksponencial ose logaritmik;</li><li>zgjidh situata reale duke përdorur derivatin e një funksioni eksponencial ose logaritmik.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat, logaritëm, logaritëm natyror, numri e, funksion eksponencial, shpejtësi ndryshimi, koeficient këndor, tangjente	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> biologji, fizikë, ekonomi	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fillim të orës së mësim, mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë ushtrimet:  1.Thjeshtoni shprehjen $\frac{x^m \cdot x^n e^x}{e \cdot x}$ .  2. Shkruani ndryshe: $\ln x^2$ ; $\ln 4x$ ; $\ln \frac{3}{x}$ ; $\ln \sqrt{x}$ ;			

3. Shkruani ekuacionin e tangjentes me vijën  $y = x^2 - 3x$  në pikën  $x = -2$ .

Nxënësit diskutojnë ushtrimet në grupe me nga 4 veta. Në përfundim të punës, secili grup prezanton zgjidhjen e një ushtrimi. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja kërkon që nxënësit të argumentojnë çdo veprim që kryejnë, me qëllim që të rikujtohen vetitë kryesore të logaritmeve dhe fuqive. Nxënësit mund t'u drejtojnë pyetje shokëve gjatë prezantimit të zgjidhjeve nëse kanë ende paqartësi lidhur me zgjidhjet.

**Ndërtimi i njohurive:** Në fillim të kësaj etape, mësuesi/ja rikujton kuptimin e konstantes matematikore  $e$ , duke theksuar se numri irracional  $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ , si dhe shënimin  $\log_e a = \ln a$ . Ai/a jo sqaron se vlera e këtij numri deri në pesë shifra pas presjes është  $e \approx 2,71828$ . Më pas, mësuesi/ja formulon pa vërtetim barazimet:

$$1. \quad y = e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^x \quad \text{si dhe trajtën më të përgjithshme} \quad y = e^{ax} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = ae^{ax}.$$

$$2. \quad y = \ln x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$

dhe nxit nxënësit të gjejnë derivatin e  $y = \ln ax$ . Udhëzon që fillimisht të përdorin vetitë e logaritmit dhe më pas të derivojnë.

Në mënyrë që formulat e mësipërme të zbatohen në situata konkrete, mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë shembujt 1 dhe 2 në faqen 86. Gjatë studimit të shembujve, ai/a jo i orienton nxënësit të ndalen fillimisht në shndërrimin e funksionit duke shfrytëzuar vetitë e logaritmeve:  $\ln 2x^3 = \ln 2 + \ln x^3 = \ln 2 + 3 \ln x$ , dhe më pas të derivojnë. Për të njehsuar derivatin e funksionit  $y = a^x$ , mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë së bashku. Ai/a jo shkruan në tabelë  $y = a^x$  dhe udhëzon nxënësit:

- Merrni logaritmet natyrore të të dy anëve:  $\ln y = \ln a^x$
- Shndërroni shprehjen djathtas:  $\ln y = x \ln a$
- Shprehni  $y$  në varësi të  $e$ :  $y = e^{x \ln a}$
- Zbatoni derivatin e funksionit eksponencial:  $\frac{dy}{dx} = \ln a \cdot e^{x \ln a}$  ose  $\frac{dy}{dx} = a^x \ln a$ .

Pasi kanë ndjekur të gjitha hapat e përcaktuar, grupet fqinje krahasojnë përfundimin e arritur, kështu edhe korrigjojnë punën e tyre. Këtë përfundim, mësuesi/ja së bashku me formulat e dhëna më sipër i përmbledh edhe njëherë në një vend të dukshëm në tabelë, ndërsa nxënësit në fletore, për t'i përdorur në situatat në vazhdim, dhe fton nxënësit të studiojnë zbatimin konkret në shembullin 3 në faqen 87.

Nxënësit punojnë në dyshe me ushtrimet: 1/a, c, e – 2/c, f, g – 3/c, d, f – 4/e, f, g dhe 6/b, g në faqen 87. Gjatë kohës që nxënësit punojnë, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe ndihmon nxënësit që hasin vështirësi. Më pas, disa nga zgjidhjet prezantohen në tabelë nga nxënës të ndryshëm.

Mësuesi/ja fton nxënësit të tregojnë hapat që duhet të ndiqen për zgjidhjen e problemave me derivatin e funksioneve eksponenciale dhe logaritmike dhe kërkon nxit ata të studiojnë shembujt 4, 5 të zgjidhjes së situatave reale në faqen 88. Pasi kanë studiuar shembujt e zgjidhur, mësuesi/ja nëpërmjet disa pyetjeve kërkon që nxënësit të thellohen në hulumtimin e tyre p.sh.:

- A duhen vendosur kushte për vlerat e mundshme të  $x$  dhe  $y$ ?
- Ç'do të thotë të gjesh shpejtësinë e ndryshimit të vlerës së makinës në gjuhën e funksioneve?

Gjithashtu edhe vetë nxënësit mund të drejtojnë pyetje nëse kanë paqartësi në lidhje me zgjidhjen e situatave reale.

**Përforcimi i të nxënës:** Në këtë etapë të orës së mësimi, nxënësit do të kalojnë në diskutimin e situatave reale të faqes 89, përkatësisht me ushtrimet 1, 3 dhe 5. Nxënësit punojnë në grupe katërshe dhe secili grup diskuton njërin nga rastet (grupet fqinje nuk marrin të njëjtin rast). Në përfundim të punës, përfaqësues të grupeve që kanë të njëjtën situatë krahasojnë zgjidhjet dhe më pas prezantojnë zgjidhjen në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjes, nxënësit argumentojnë veprimet që kryejnë, kurse nxënësit e tjerë mund të korrigjojnë ose plotësojnë zgjidhjet e shokëve.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson disa të tjerë duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në ndërthurjen e njohurive të mëparshme me ato të reja (në formulimin e barazimit për

derivatin e funksioneve logaritmike dhe eksponenciale) si dhe në zbatimin e tyre. Për këtë shfrytëzon punën që nxënësit bënë në fletoren e tyre dhe në tabelë.

Gjithashtu në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe argumentimin që nxënësit bënë gjatë zgjidhjes së ushtrimeve si dhe vlerësimin që nxënësit bënë për njëri-tjetrin gjatë prezantimit të zgjidhjeve në tabelë.

**Detyra:** Ushtrimet 1/g, 2/h, 5/e, 6/h në faqen 87 dhe ushtrimet 2, 4 në faqen 89. Mësuesi/ja ju jep nxënësve udhëzimet e duhura për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 6 në faqen 89

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Rregullat e derivimit të prodhimit dhe të raportit të funksioneve. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsytim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Ndryshimi i temperaturës te një i sëmurë me grip</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>zbaton rregullin për derivimin e prodhimit të dy funksioneve elementare;</li><li>zbaton rregullin për derivimin e herësit të dy funksioneve elementarë;</li><li>përcakton koeficientin këndor të një funksioni në trajtë prodhimi ose herësi funksionesh elementare;</li><li>shkruan ekuacionin e tangjentes me grafikun e një funksioni të shprehur si prodhim ose raport funksionesh elementare;</li><li>zgjidh situata reale duke përdorur derivatin e prodhimit ose herësit.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat, shpejtësi e ndryshimit të funksionit, koeficient këndor i tangjentes, derivat prodhimi, derivat herësi	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> fizikë, biologji	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja shkruan në tabelë ushtrimet: <ul style="list-style-type: none"><li><math>y = x + \sin x; y = x - \sin x; y = x \cdot \sin x;</math></li><li><math>y = \sqrt{x} + \ln x; y = \sqrt{x} - \ln x; y = \sqrt{x} \cdot \ln x;</math></li><li><math>y = \frac{\sin x}{3}; y = \frac{x + \sin x}{x}; y = \frac{3}{\sin x};</math></li></ul> Mësuesi/ja u drejtohet nxënësve me pyetjet: <ul style="list-style-type: none"><li>në çfarë trajte jepen funksionet në secilin rast?</li><li>cilat formula do të përdornit për të njehsuar derivatin e tyre?</li><li>cilat rregulla do të zbatonit?</li></ul> Nxënësit zgjidhin ushtrimet e mësipërme dhe pritshmëritë janë që nxënësit të shpjegojnë qartë se përse nuk e kanë të mundur njehsimin e derivatit të rasteve të treta në secilin nga ushtrimet. Mësuesi/ja shton: <ul style="list-style-type: none"><li>Cilat nga këta funksione nuk derivoni dot?</li><li>A mund të derivoni një funksion të dhënë në trajtë prodhimi ose herësi të dy funksioneve elementare?</li></ul> <b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja shënon në një vend të dukshëm në tabelë dy rregulla të reja, për derivatin e prodhimit dhe atë të herësit të dy funksioneve, dhe në të njëjtën kohë fton edhe nxënësit të mbajnë shënim formulat:			

$$\frac{d}{dx}(uv) = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}; \frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2};$$

por edhe të interpretojnë simbolikën e përdorur. Ai/ajo fton nxënësit që duke

përdorur këto rregulla të derivojnë ushtrimet që janë më lart.

Tre nxënës e kryejnë derivimin e tyre në tabelë.

Në vazhdim të kësaj, nxënësit njihen me situatat e shembujve 1 dhe 2 në faqen 90, që janë zbatime të rregullave që sapo u morën. Në rastin e dytë, mësuesi/ja orienton nxënësit të shprehin  $\tan x$  si raport të  $\sin x$  me  $\cos x$  dhe më pas të zbatojnë derivatin e raportit.

Pasi nxënësit kanë studiuar shembujt 1 dhe 2, mësuesi/ja kërkon që në dyshet e tyre, të njehsojnë në mënyrë analoge derivatin e  $y = \cot x$ . Fillimisht nxënësit punojnë në dyshet dhe më pas, krahasojnë përfundimin me dyshen fqinje.

Përfundimi diskutohet në tabelë. Këto dy raste (derivatin e  $y = \tan x$  dhe  $y = \cot x$ ), nxënësit i mbajnë shënim në mënyrë të veçantë, së bashku me grupin e formulave të derivateve për funksionet logaritmike, eksponenciale, trigonometrike etj.

Për të vlerësuar sa të qartë janë nxënësit për zbatimin e rregullave të mësipërme, mësuesi/ja fton nxënësit të njehsojnë në

dyshet derivatet e funksioneve:  $y = xe^x$ ;  $y = x^3 \ln x^2$ ;  $y = \frac{x}{\cos x}$ ;

Përgjigjet diskutohen në tabelë nga tre nxënës në të njëjtë kohë.

Në vijim, mësuesja fton nxënësit të tregojnë hapat që duhet të ndiqen për zgjidhjen e problemave me derivatin e prodhimit apo të herësit.

Nxënësit kalojnë në studimin e shembujve 3 dhe 4 në faqen 92. Paraprakisht, nëpërmjet marrëdhënieve pyetje-përgjigje, mësuesi/ja rikujton njohuritë e nevojshme për zgjidhjen e tyre.

Për shembullin 3:

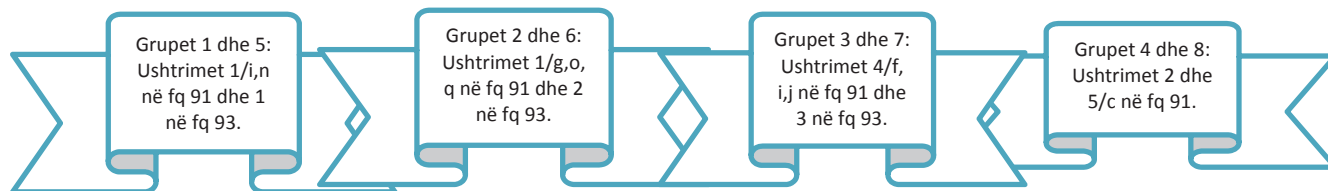
- Cili është ekuacioni i tangjentes në një pikë të vijës?
- Sa është koeficienti këndor i kësaj tangjenteje?
- Po nëse do të na duhej ekuacioni i pingules në këtë pikë si do të vepronim?
- Kur dy drejtëza konsiderohen pingule?

Për shembullin 4:

- Në çfarë trajte jepet funksioni i dytë?
- Si e përcaktoni vlerën maksimum ose minimum të një funksioni?
- A ka nevojë të vendosim kushte për vlerat e  $x$  dhe  $y$  në këtë problem?
- Cilat janë pika stacionare në një vijë (grafik)?

Pas diskutimit të këtyre pyetjeve, nxënësit hulumtojnë mënyrën e zgjidhjes së shembujve, dhe mund të drejtojnë pyetje nëse kanë paqartësi lidhur me mënyrën e zgjidhjes apo shndërrimeve të kryera.

**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit do të punojnë në grupe me nga 4 veta me ushtrimet e faqeve 91 dhe 93.



Pasi punojnë në grupe ushtrimet e mësipërme, mësuesi/ja ju kërkon grupeve që kanë të njëjtën detyrë, të këmbëjnë fletoret dhe të korrigjojnë punën e shokëve. Përfaqësues të grupeve paraqitin zgjidhjet në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve mësuesi/ja, por edhe nxënësit, mund të drejtojnë pyetje për të kuptuar më mirë veprimet e kryera. Mësuesi/ja e vendos theksin edhe njëherë në kuptimin gjeometrik të derivatit si koeficient këndor të tangjentes dhe lidhjen ndërmjet koeficienteve të dy drejtëzave pingule.

**Vlerësimi:** Në këtë orë mësimi, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për nxënës të tjerë lidhur me aftësinë e tyre në zbatimin e rregullave për derivimin e prodhimit dhe raportit. Vlerësimi i nxënësve mbështetet në punën që ata bënë në fletoret e tyre, në punën në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve të dhëna. Vlerësimin e bërë, mësuesi/ja e mbështet edhe në vlerësimin që nxënësit bëjnë për punën e njëri-tjetrit gjatë prezantimit të zgjidhjeve.

**Detyra:** Ushtrimet 3, 5/a, b në faqen 91 dhe ushtrimi 4 në faqen 93. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 5 në faqen 93



<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Derivimi i funksionit të përbërë. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Ndryshimi i vëllimit të cilindrit prej çeliku nga veprimi i morskës</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>përcakton funksionet përbërës në një funksion të përbërë;</li><li>njehson derivatin e funksionit të përbërë;</li><li>njehson koeficientin këndor të tangjentes me grafikun e një funksioni të përbërë;</li><li>shkruan ekuacionin e tangjentes në një pikë të grafikut të funksionit të përbërë;</li><li>zgjidh situata reale duke përdorur derivatin e funksionit të përbërë.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat, funksion i përbërë, rregull zinxhir, koeficient këndor, tangjente, shpejtësi ndryshimi	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> fizikë, ekonomi, biologji	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fillim të orës, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të rikujtojnë përbërjen e funksioneve. Për këtë i fton nxënësit të zgjidhin në dyshe ushtrimet: <ul style="list-style-type: none"><li><math>f(x) = x^2 + 6x</math>; <math>g(x) = 2x</math> ;<ul style="list-style-type: none"><li>Gjeni <math>f(g(x)); g(f(x)); f(f(x)); g(g(x))</math>.</li><li>Zgjidhni ekuacionin <math>f(g(x)) = g(f(x))</math>.</li></ul></li><li>Nëse <math>f(x) = 2x + 3</math> , <math>g(x) = mx + c</math> dhe <math>f(g(x)) = 6x + 7</math> , gjeni <math>g(x)</math>.</li></ul> Për zgjidhjen e këtyre ushtrimeve, nxënësit punojnë në dyshe. Në përfundim të punës, dyshet e afërta krahasojnë përgjigjet dhe zgjidhjet paraqiten në tabelë. Gjatë paraqitjes së zgjidhjeve, mësuesi/ja iu drejton nxënësve pyetjet: <ul style="list-style-type: none"><li>Çfarë kuptoni me funksion të përbërë? (funksioni i një funksioni)</li><li>Si e përcaktoni <math>f(g(x))</math>?</li><li>A mund të përcaktoni dy funksionet përbërës nëse jepet përbërja e tyre?</li></ul>			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pasi janë diskutuar përgjigjet e pyetjeve, mësuesi/ja u paraqet nxënësve funksionet $y = \sin x^2$ dhe $y = \sin^2 x$ . A paraqesin të njëjtin funksion këto shënime? Nëse nxënësit kanë dyshime, mësuesi/ja u sugjeron të zëvendësojnë në vend të x të njëjtin kënd dhe të shohin rezultatin. Pasi kanë treguar se nuk bëhet fjalë për të njëjtin funksion, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit që të shprehin ata si përbërje të dy funksioneve. Nxënësit japin mendimet e tyre dhe pas kësaj shkruhen funksionet përbërës që janë: $f(x) = \sin x$ ; $g(x) = x^2$ . Atëherë kemi $y = \sin x^2 = \sin g(x) = f(g(x))$ për të parin dhe $y = \sin^2 x = (\sin x)^2 = (f(x))^2 = g(f(x))$ për të dytin <ul style="list-style-type: none"><li>A mund ta gjeni derivatin e funksionit <math>y = \sin u</math>? Si?</li><li>Në lidhje me cilin variabël derivoni?</li><li>Po të <math>x^2</math>?</li><li>Po të përbërjes së tyre?</li></ul> Në këtë moment, mësuesi/ja prezanton përpara nxënësve rregullin zinxhir të njehsimit të derivatit ose ndryshe formulën për derivatin e funksionit të përbërë. Për këtë shënon në tabelë: $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ dhe kërkon nga nxënësit të zbatojnë këtë formulë			



për të njehsuar derivatin e funksioneve në shembullin 1 në faqen 94. Në formulën e dhënë, nxënësit mund të bëjnë

zëvendësimet ndihmëse për të marrë formulën më të thjeshtë:  $\frac{dy}{dx} = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ .

Mësuesi/ja kërkon që nxënësit të derivojnë në dy mënyrë funksionin  $y = \sin^2 x$ , njëherë si derivat prodhimi dhe më pas me rregullin zinxhir. Derivimi paraqitet dhe në tabelë dhe krahasohen përfundimet.

Nxënësit kalojnë në shembullin 2 në faqen 94. Pasi kanë studiuar mënyrën e njehsimit të derivatit të funksionit të përbërë, mësuesi/ja i nxit ata të hulumtojnë për një mënyrë tjetër zgjidhjeje (mund të hapen fillimisht kllapat me ndihmën e kubit të shumës). Nxënësit në dyshe kryejnë edhe këtë veprim dhe krahasojnë rezultatet e gjetura në të dyja mënyrat. Pas këtij veprimi, mësuesi/ja shtron përpara nxënësve pyetjen:

- Po nëse fuqia do të ishte më e madhe se 3, cilën mënyrë do të zgjidhnit për të njehsuar derivatin?

Nxënësit ndahen në grupe katërshe dhe secili grup punon me ushtrimet e faqes 95. Çdo grup punon një prej rasteve të ushtrimeve 1, 2, 3 dhe 5. P.sh.: grupi 1 dhe 5 punojnë ushtrimet 1/a, 2/a, 3/a, 5/a, grupet 2 dhe 6 punojnë ushtrimet 1/b, 2/b, 3/b, 5/b, e kështu me radhë. Gjatë kohës që nxënësit punojnë në grup, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe ndihmon ose udhëzon nxënësit që hasin vështirësi. Në përfundim të punës, grupet fqinje këmbëjnë fletoret dhe kontrollojnë kështu zgjidhjet e shokëve. Përfaqësues të grupeve prezantojnë disa prej rasteve në tabelë.

Mësuesi/ja fton nxënësit të tregojnë hapat që duhet të ndiqen për zgjidhjen e problemave që përmbajnë derivimin e funksioneve të përbëra. Në vijim, puna do të vazhdojë me studimin e shembujve 3 dhe 4 në faqen 96 në dyshe. Në këto situata, mësuesi/ja e vë theksin në rastin kur një funksion përmban më shumë se dy funksione dhe do të duhet të zbatojmë rregullin zinxhir të njehsimit të derivatit.

**Përforsimi i të nxënësve:** Më tej, puna do të vazhdojë me ushtrimin 1 në faqen 97. Disa prej rasteve diskutohen në tabelë nga nxënës të ndryshëm, ndërsa nxënësit e tjerë mund t'u drejtojnë pyetje shokëve për paqartësitë që mund të kenë. Pasi janë diskutuar ushtrimet e zbatimit, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të studiojnë njërin nga ushtrimet 2, 3, 5 ose 7 që sjellin situata reale.



Fillimisht nxënësit punojnë në grupe dhe më pas, përfaqësues të grupeve që kanë të njëjtin rast krahasojnë zgjidhjet dhe përgjigjet përfundimtare paraqiten në tabelë. Gjatë diskutimit të përgjigjeve, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të argumentojnë veprimet. Për këtë u drejton atyre pyetje p.sh.:

- Si do ta njehsonit shpejtësinë e ndryshimit të kohës së ndriçimit?
- Po vlera më e madhe e një funksioni si do të llogaritet?
- A mund të marrë  $x$  dhe  $y$  çdo vlerë?

**Vlerësimi:** Në këtë orë mësimi, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për nxënës të tjerë në evidencë.

Vlerësimi i nxënësve mbështetet në punën që ata bënë në fletoret e tyre, në punën në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve të dhëna. Vlerësimin e bërë, mësuesi/ja e mbështet edhe në vlerësimin që nxënësit bëjnë për punën e njëri-tjetrit gjatë prezantimit të zgjidhjeve si dhe në përmbushjen e rezultateve të të nxënësve të përcaktuara në fillim të orës së mësimit.

**Detyra:** Ushtrimet 4, 6 në faqen 95 dhe ushtrimi 6 në faqen 97. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 8 në faqen 97

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje Eksplorim. Përtej provimeve Vlerësim për kreun 4		<b>Situata e të nxënës:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Vetëvlerësim i nxënësit</li><li>• Ngjitja me ashensor</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënës të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njehson derivatin e një funksioni;</li><li>- njehson shpejtësinë dhe nxitimin me ndihmën e derivatit;</li><li>- përcakton ekstremumet e një funksioni;</li><li>- njehson integralin e pacaktuar dhe integralin e caktuar të funksionit me ndihmën e formulës së Njuton -Laibnicit;</li><li>- njehson syprinën e kufizuar nga vija të ndryshme, me ndihmën e integralit të caktuar;</li><li>- shkruan ekuacionin e tangjentes me grafikun e funksionit.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat, integral, shpejtësi e ndryshimit të funksionit, koeficient këndor i tangjentes, integral i pacaktuar, integral i caktuar, syprinë, tangjente, pingule, koeficient këndor i tangjentes	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, makina llogaritëse, vizore		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në këtë orë mësimi, puna do të ndahet në dy faza. Në fazën e parë, do të përsëriten në mënyrë të përmbledhur kuptimet kryesore të kreut 4 (derivatet dhe integralet). Në funksion të kësaj, mësuesi/ja shënon në tabelë:			
		Derivati funksionit	Integrali funksionit
Dhe fton nxënësit të ndërtojnë hartën e konceptit për secilin prej këtyre koncepteve, ku të theksojnë dhe lidhjen midis tyre. Ai/ajo nxit nxënësit të kujtojnë:			
9. Ç’është derivati? Si gjendet ai? 10. Çfarë tregon derivati? 11. Përse shërben? 12. Cili është kuptimi gjeometrik i tij? Po ai mekanik?		13. Ç’është integrali? Si gjendet ai? 14. Çfarë tregon integrali? 15. Nga dallon integrali i pacaktuar nga ai i caktuar 16. Ku përdoret integrali i caktuar?	
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Nxënësit plotësojnë hartën fillimisht në fletore dhe më pas idetë hidhen tek harta e përbashkët në tabelë. Diskutohet rreth plotësimit të saj duke bërë të mundur kështu dhe përsëritjen e kreut 4. Në përfundim të diskutimit, mësuesi/ja në bashkëpunim me nxënësit, formulon edhe njëherë kuptimet themelore të kreut. Një pamje e hartës së plotësuar mund të jetë si më poshtë. Më pas, mësuesi/ja udhëzon nxënësit të punojnë me ushtrimet: 2/a, d, g, 3/a, c, 5/b, 6/d, 7/d, 8/b, c, dhe 10/a faqe 122-123. Për këtë, ai/ajo ju lë 20 minuta kohë. Mësuesi/ja vëzhgon punën e nxënësve pa ndërhyrë në veprimet e tyre. Pasi përfundojnë diskutohen zgjidhjet në tabelë për disa nga ushtrimet, ku secili prej nxënësve bën edhe vetëvlerësimin e vetes për mënyrën se si i ka zgjidhur ato. Më pas, mësuesi/ja paraqet në tabelë situatën e ushtrimit 4/d. Për këtë nxënësit punojnë në dyshe. Njëra nga dyshet e paraqet zgjidhjen në tabelë. Më tej do të vazhdohet me rubrikën Eksplorim/përtej provimeve, në faqen 124. Kjo rubrikë, ka në qendër, përvetësimin e njohurive nëpërmjet hulumtimit. Fillimisht nxënësit njihen me materialin historik të prezantuar në faqen 124. Më pas, mësuesi/ja kërkon që nxënësit në dyshe të hulumtojnë rreth zbatimit të teoremës themelore të njehsimit integral, në njehsimin e syprinave. Për këtë nxënësit zgjidhin ushtrimet 11 dhe 29 në faqet 126-127. Duke studiuar grafikët e dhënë, mësuesi/ja orienton nxënësit të ndajnë zonën e kufizuar nga grafikët dhe boshtet koordinativë, fillimisht në 4 zona (në intervale të barabarta), dhe të njehsojnë syprinën. Për secilën nga zonat, nxënësit			

njehsojnë syprinat duke formuar trapezë të ndryshëm. Pasi kanë njehsuar syprinat në këtë mënyrë, nxënësit njehsojnë syprinën edhe me ndihmën e teoremës themelore, duke krahasuar kështu përfundimet.



**Përforcimi i të nxënës:** Nxënësit do të vazhdojnë punën në dyshe për zgjidhjen e ushtrimeve 6, 17, 25, 30 në faqet 125, 126, 127. Mësuesi/ja udhëzon që të argumentojnë çdo veprim që ata kryejnë.

Pasi përfundojnë, dyshet fqinje, këmbëjnë zgjidhjet me njëra-tjetrën dhe i kontrollojnë ato, duke bërë kështu edhe një vlerësim për njëri-tjetrin. Zgjidhjet e këtyre ushtrimeve diskutohen edhe në tabelë.

Në varësi të kohës mund të punohen edhe ushtrimet 39-45 në faqen 128 (Këto ushtrime iu jepen nxënësve që mbarojnë më shpejt zgjidhjen e ushtrimeve të para dhe në varësi të kohës ato zgjidhen prej tyre në tabelë.).

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke patur parasysh aftësinë që ata kanë në njehsimin e derivatit, shpejtësisë së ndryshimit, integralit të caktuar të funksionit dhe njehsimin e syprinës së kufizuar nga  $f(x)$  dhe boshti  $Ox$ . Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve.

Gjithashtu në vlerësim merret parasysh edhe vetëvlerësimi që nxënësi bën për veten, edhe vlerësimet për njëri-tjetrin.

**Detyra:** Ushtrimet 18, 24, 32, 45 në faqen 126, 127, 128. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë krijuese për portofol:** Zbuloni kontributet që kanë dhënë Njutoni dhe Lajbnici për teoremën e njehsimit diferencial dhe integral dhe më pas shkruani një ese. Përshkruani çdo ngjashmëri dhe ndryshim midis punimeve të secilit matematikan, si dhe tregoni që rezultatet e tyre plotësuan ose mbështetën atë çka ishte zbuluar më parë në fushën e njehsimit diferencial dhe integral.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt.

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Test i ndërmjetëm 3 (kreu 3, 4) Diskutim dhe vetëvlerësim për testin e ndërmjetëm		<b>Situata e të nxënës:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënës të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kthen gradët në radianë dhe anasjellas;</li> <li>- vërteton identitetet trigonometrike;</li> <li>- përdor formulat trigonometrike për shumën dhe diferencën e këndeve, dyfishin e këndeve dhe gjysmën e këndeve;</li> </ul>		<b>Njohuritë kryesore matematikore që do kontrollohen gjatë zhvillimit të testit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kthimi i rad në gradë dhe anasjellas;</li> <li>- njehsimi i vlerave të funksioneve trigonometrike;</li> <li>- identitetet trigonometrike;</li> <li>- ekuacionet trigonometrike;</li> </ul>	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- zgjidh ekuacione të thjeshta trigonometrike;</li> <li>- studion përkulshmërinë e vijës duke përdorur studimin e shenjës së derivatit të dytë dhe përcakton pikat e infleksionit të funksionit;</li> <li>- njehson derivatin e një funksioni eksponencial, logaritmik, trigonometrik;</li> <li>- zbaton rregullat për derivatin e prodhimit, herësit të funksioneve, dhe të funksionit të përbërë;</li> <li>- zgjidh situata reale duke përdorur derivatin e funksionit.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- njehsimi derivateve të ndryshme;</li> <li>- përkulshmëria e vijës;</li> <li>- pikat e infleksionit;</li> <li>- ekstremumet;</li> <li>- problem me optimizim.</li> </ul>
<b>Burimet:</b> teksti i nxënësit, testi i përgatitur nga mësuesi/ja	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<p><b>Organizimi i orës së mësim:</b></p> <p><b>Ora e parë:</b> 45 minutat e para zhvillohet testi</p> <p><b>Ora e dytë:</b></p> <p><b>Parashikimi i njohurive:</b> Pasi nxënësit kanë përfunduar testin, mësuesi/ja kërkon që ata të shprehin mendimet e tyre rreth ushtrimeve të testit dhe vështirësive që hasën. Zhvillohet një diskutim ku nxënësit shprehen lirshëm rreth testit. Mësuesi/ja dëgjon mendimet e tyre dhe bën edhe sqarimet përkatëse.</p> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë tani zgjidhjen një për një të të gjitha kërkesave të testit. Për ushtrimet që nxënësit s'kanë hasur vështirësi apo s'kanë gjë të paqartë, mund të diskutohet vetëm përgjigjja pa e zgjidhur atë në tabelë.</p> <p>Ushtrimet e tjera zgjidhen në tabelë nga nxënës të ndryshëm, duke pasur parasysh që të paraqiten të gjitha mënyrat që ata kanë përdorur për zgjidhjen. Pasi dëgjon sqarimet dhe argumentimet e tyre rreth zgjidhjeve, mësuesi/ja ndërhyr në rast gabimi apo bën edhe vlerësim kur ata kanë arsyetuar në mënyrë të drejtë.</p> <p>Për ndonjë kërkesë të veçantë ku mund të mos jetë zgjidhur drejt nga asnjë nxënës, mësuesi/ja me anën e pyetjeve që drejton, i nxit nxënësit drejt zgjidhjes, duke theksuar edhe njohuritë që ata do të përdorin dhe pse pikërisht duhet të përdorin ato.</p> <p><b>Përforsimi i të nxënësve:</b> Pasi janë diskutuar të gjitha ushtrimet e testit, mësuesi/ja i fton nxënësit të vlerësojnë veten për sa i përket testit dhe të nxjerrin pikat e tyre të dobëta për këta kapituj. Dëgjon vetëvlerësimet e disa prej nxënësve.</p> <p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime për disa prej nxënësve duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë për të përcaktuar saktë hapat e zgjidhjes të situatave problemore si dhe në zgjidhjen dhe argumentimin e tyre. Gjithashtu paraqet interes edhe vetëvlerësimi që nxënësit i bëjnë vetes së vet.</p> <p><b>Detyra:</b> Mund të jepen ushtrime rreth njohurive ku ata paraqitën vështirësi.</p>	

**Test i ndërmjetëm 3 ( kreu 3, 4)**  
**Matematikë XII – me zgjedhje**  
**Trigonometri**  
**Derivati**

1. Ktheni nga gradë në radianë dhe anasjellas:

a.  $210^\circ$ ; (1 pikë)

b.  $\frac{2\pi}{9}$ ; (1 pikë)

c.  $135^\circ$ ;

d.  $\frac{\pi}{12}$

(1 pikë)

(1 pikë)

2. Njehsoni:

a.  $\cot g \frac{\pi}{6}$ ; (2 pikë)

b.  $\arcsin \frac{-\sqrt{2}}{2}$ ;

(2 pikë)

c.  $\cos 15^\circ \cos 75^\circ - \sin 15^\circ \sin 75^\circ$

(2 pikë)

3. Nëse  $\cos \alpha = -0,6$  dhe  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$  njehsoni:

a.  $\sin \alpha$ ; (2 pikë)

b.  $\sin(60^\circ - \alpha)$

(2 pikë)

4. Vërtetoni identitetet:

a.  $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \equiv \operatorname{tg} \alpha$

(2 pikë)

b.  $\cos \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha - \sin \alpha \cdot \sec \alpha \equiv 2 \cot g \alpha$

(2 pikë)

5. Zgjidhni ekuacionet për  $0^\circ < x < 360^\circ$ :

a.  $\sin x = \frac{1}{2}$  (2 pikë)

b.  $\cos 2x + \sin x = 0$  (3 pikë)

6. Njehsoni derivatin e funksioneve:

a.  $y = 5 \sin x + 2 \ln x$

(1 pikë)

b.  $y = e^x (x^2 - 3x)$

(2 pikë)

c.  $y = 2^{\sin x}$

(2 pikë)

7. Për grafikun e funksionit:  $y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + 1$

a. përcaktoni ekstremumet;

(3 pikë)

b. studioni përkulshmërinë;

(2 pikë)

c. shkruani ekuacionin e tangjentes në pikën me abshisë  $x = 1$ .

(3 pikë)

8. Për ç'vlerë të parametrave  $m$  dhe  $n$  funksioni  $y = mx^3 + nx^2$  ka në pikën  $M(1, -4)$  pikë infleksioni?

(3 pikë)

9. Duhet të ndërtojmë një kornizë druri me perimetër 120 cm. Sa duhet t'i marrim gjatësitë e brinjëve, në mënyrë që syprina e drejtkëndëshit të formuar të jetë më e madhja.

(3 pikë)

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Pikët	0 – 10	11 – 16	17 – 22	23 – 28	29 – 33	34 – 38	39 – 42

## Çelësi i zgjidhjes

<b>Ushtrimi 2/a:</b>	shkruan formulën $\cot g\alpha = \frac{1}{tg\alpha}$	1 pikë
	njihson vlerën e $\cot g\alpha$	1 pikë
<b>Ushtrimi 2/b:</b>	shkruan barazimin për funksionin arcsin	1 pikë
	përcakton vlerën e arcsin	1 pikë
<b>Ushtrimi 2/c:</b>	shkruan shprehjen në trajtën $\cos(15^\circ + 75^\circ)$	1 pikë
	njihson vlerën e shprehjes	1 pikë
<b>Ushtrimi 3/a:</b>	shkruan formulën themelore	1 pikë
	njihson vlerën e $\sin\alpha$	1 pikë
<b>Ushtrimi 3/b:</b>	shkruan formulën e sinusit të diferencës	1 pikë
	zëvendëson vlerat e $\sin\alpha$ dhe $\cos\alpha$ dhe njehson vlerën e shprehjes	1 pikë
<b>Ushtrimi 4/a:</b>	zëvendëson $\cos 2\alpha$ dhe $\sin 2\alpha$	1 pikë
	kryen shndërrimet dhe thjeshton	1 pikë
<b>Ushtrimi 4/b:</b>	zëvendëson $\operatorname{cosec}\alpha$ dhe $\sec\alpha$	1 pikë
	kryen thjeshtimet dhe vërteton barazimin	1 pikë
<b>Ushtrimi 5/a:</b>	përcakton barazimin $\frac{1}{2} = \sin 30^\circ$	1 pikë
	përcakton zgjidhjen e dytë $x = 150^\circ$	1 pikë
<b>Ushtrimi 5/b:</b>	zëvendëson $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ dhe formon	
	ekuacionin $1 + \sin x - 2\sin^2 x = 0$	1 pikë
	zëvendëson $\sin x = t$ dhe zgjidh ekuacionin e fuqisë së dytë	1 pikë
	zgjidh ekuacionet e formuar $\sin x = t$	1 pikë
<b>Ushtrim 6/b:</b>	zbaton formulën për derivatin e $f \cdot g$	1 pikë
	njihson derivatin e funksionit	1 pikë
<b>Ushtrimi 6/c:</b>	zbaton formulën për derivatin e funksionit të përbërë	1 pikë
	njihson derivatin e funksionit	1 pikë
<b>Ushtrimi 7/a:</b>	njihson derivatin e parë të funksionit dhe e barazon me 0	1 pikë
	njihson derivatin e dytë dhe përcakton shenjën e tij në këtë pikë	1 pikë
	emërton ekstremumet e përcaktuara	1 pikë
<b>Ushtrimi 7/b:</b>	studion shenjën e derivatin e dytë	1 pikë
	përcakton përkulshmërinë sipas studimit të shenjës	1 pikë
<b>Ushtrimi 7/c:</b>	njihson koeficientin këndor të tangjentes në pikën $x = 1$	1 pikë
	njihson $f(1)$ dhe shkruan ekuacionin e tangjentes	1 pikë
	bën zëvendësimet e $f'(1)$ ; $f(1)$ dhe sjell drejtëzën në formën e duhur	1 pikë
<b>Ushtrimi 8:</b>	përcakton lidhjen $f(1) = -4$	1 pikë
	përcakton barazimin $f'(1) = 0$	1 pikë
	zgjidh sistemin e formuar	1 pikë
<b>Ushtrimi 9:</b>	shpreh gjatësinë dhe gjerësinë e kornizës në varësi të perimetrit ( $x$ dhe $60 - x$ )	1 pikë
	shpreh sipërfaqen si funksion $S = x(60 - x)$	1 pikë
	studion monotoninë e funksionit të formuar dhe përcakton vlerën e kërkuar	1 pikë



## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII—
<b>Tema mësimore:</b> Projekt 1. Faza e tretë. Ora e parë & ora e dytë		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Aftësimi praktik. Ecuria e restorantit.</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mëimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>diskuton materialet e siguruar nga ai vetë, por edhe nga shokët e tjerë të grupit;</li><li>përzgjedh materialet më të domosdoshme për projektin;</li><li>harton në grup draftin e projektit;</li><li>përzgjedh mënyrën e prezantimit të projektit;</li><li>prezanton projektin dhe argumenton idetë e tij në këtë projekt;</li><li>përdor gjuhën e duhur matematikore për materialin e përgatitur.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> biznes, restorant, të dhëna, klientë, tavolina, syprina, ekstremume, panel diellor, kursim, prezantim, mozaik, shtesë, beton, ndriçues	
<b>Burimet:</b> teksti i projektit, revista biznesi, materiale nga interneti etj.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> biznes	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b> <b>Punë paraprake:</b> Përcaktimi i detyrës hulumtuese për secilin grup. <ul style="list-style-type: none"><li>Nëpërmjet teknikës <i>brainstorming</i>, mësuesi/ja në bashkëpunim me nxënësit përzgjedhin detyrat e kësaj faze të projektit.</li><li>Ndarja e nxënësve të klasës në grupe me 4-5 vetë duke pasur parasysh edhe aftësitë matematikore të secilit nxënës.</li><li>Sqarimi për secilin grup për situatën konkrete që ata duhet të përzgjedhin lidhur me temën e projektit. Çdo grup merr njërin nga 3 detyrat e fundit hulumtuese të projektit.</li><li>Orientimi nga mësuesi/ja për burimet që nxënësi mund të përdorë për përpunimin e informacionit. Ai/ajo udhëzon secilin nga grupet rreth detyrës që ata do të kryejnë.</li><li>Zgjedhja e liderit të grupit, që do të drejtojë punën dhe do të raportojë për etapat e punës së kryer nga secili anëtar i grupit.</li><li>Zgjedhja e liderit të klasës që do të hartojë draftin përfundimtar të projektit.</li></ul> <p>Në këtë fazë, grupet mund të qëndrojnë edhe si në fazën e parë por është më mirë të ndërrohen me qëllim që të rritet bashkëpunimi dhe me nxënës të tjerë dhe sa më shumë nxënës të provojnë të jenë lider.</p> <b>Tema të sugjeruara për çdo grup pune:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Kampionimi</li><li>Fitimi</li><li>Ndriçimi mozaikut</li></ul> <b>Organizimi i orës së mëimit:</b> <b>Ora e parë:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Nxënësit punojnë në grupet e tyre.</li><li>Nëpërmjet teknikës “Rrjeti i diskutimit”, nxënësit diskutojnë situatat dhe të dhënat e siguruar nga burime të ndryshme.</li><li>Nëpërmjet metodës “Mbajtja e strukturuar e shënimeve”, lideri i grupit mban shënime për të gjitha diskutimet dhe zgjidhjet e mundshme të situatave përkatëse. Më pas bën një përmbledhje të tyre i ndihmuar dhe nga shokët e grupit.</li><li>Nxënësit përzgjedhin materialet që do të përdorin për projektin.</li><li>Nxënësit shkruajnë projektin e plotë dhe diskutojnë për mënyrën e prezantimit.</li><li>Lideri i klasës mbledh liderët e grupeve dhe punojnë së bashku për të hartuar draftin përfundimtar të fazës së dytë të projektit. Më pas, ai harton dhe draftin përfundimtar të projektit.</li></ul>			

<p><b>Ora e dytë e projektit</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Nxënësit prezantojnë punën sipas grupeve të tyre.</li> <li>Nxënësit i përgjigjen pyetjeve të shokëve nga grupet e tjerë dhe komenteve të mësuesit.</li> <li>Grupet respektojnë kohën e përcaktuar për prezantim.</li> </ul> <p>Mësuesi/ja udhëzon nxënësit se të gjitha grupet duhet të vlerësojnë punën e njëri-tjetrit. Për këtë, ata duhet të mbajnë shënime për prezantimet e çdo grupi. Për vlerësimin duhet të kenë parasysh:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Çfarë iu pëlqeu më shumë nga ky prezantim?</li> <li>Çfarë etape të punës do të vlerësoni më shumë?</li> <li>Çfarë sugjeroni të përmirësohet nga puna e secilit grup?</li> </ul>
<p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja vlerëson duke mbajtur parasysh disa këndvështrime:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>m. cilësinë e organizimit të punës për të arritur objektivat e projektit;</li> <li>n. sa qartë e kanë paraqitur nxënësit objektivin e tyre;</li> <li>o. sa janë zbatuar afatet e vendosura më parë;</li> <li>p. etikën e punës në grup;</li> <li>q. mënyrën e bashkëpunimit brenda grupit, frymën e tolerancës, përgjegjësitë, mirëkuptimin etj.;</li> <li>r. aftësinë krijuese, përdorimin e teknikave tërheqëse dhe përdorimin e një gjuhe të zgjedhur, të pasur, dhe pa gabime drejtshkrimore në prezantimin e projektit.</li> </ul> <p>Mësuesi/ja pasi dëgjon të gjitha grupet përcakton vlerësimin në bazë të kriterëve të njohura për vlerësimin.</p>
<p><b>Nivelet dhe kriteret e vlerësimit:</b> Si në fazën e parë dhe të dytë.</p>

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Tabela e integraleve (Shkathhtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Për çfarë na shërben matematika</li><li>• Vëllimi i ujit që rrjedh në shtratin e një lumi</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mëimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njehson integralin e pacaktuar të një funksioni duke përdorur tabelën e integraleve;</li><li>- njehson integralin e caktuar me ndihmën e formulës së Njuton – Laibnicit;</li><li>- njehson syprinën nën vijë me metodën e drejtkëndëshave;</li><li>- përdor integralin e caktuar për të njehsuar syprinën nën vijë dhe atë ndërmjet dy vijave.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivim, integrim, integral i pacaktuar, integral i caktuar, kufij të integrit, syprina, metoda e drejtkëndëshave	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, vizore, makinë llogaritëse		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> fizikë, mekanikë	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Në fillim të orës së mësimi, nxënësit njihen me materialin plotësues për përdorimin e integralit të caktuar në fizikë, astronomi, mekanikë e në degë të tjera të shkencës. Zhvillohet një diskutim i shkurtër rreth atyre që nxënësit dinë për to.

Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të rikujtojnë mënyrën e njehsimit të syprinës që ndodhet nën një vijë. Për këtë do të diskutojnë në dyshe ushtrimin:

Njehsoni syprinën që kufizohet nga grafiku i funksionit  $y = x^2 + 3x - 4$ , boshti i abshisave, drejtëzat  $x = 1$ ,  $x = 3$ ; me një nga mënyrat që njihni, duke përdorur metodën e drejtkëndëshave, trapezeve ose integralin e caktuar. Klasa organizohet në mënyrë të tillë që të përdoren të tria mënyrat që përmendëm. Mësuesi/ja udhëzon që nxënësit që do përdorin metodën e drejtkëndëshave fillimisht ta ndajnë figurën në 4 drejtkëndësha. Në përfundim të punës, dyshet e afërta krahasojnë përgjigjet dhe përfundimet krahasohen në tabelë. Mësuesi/ja iu drejton nxënësve pyetjen:

- Cila mënyrë na jep syprinën më saktë? Pse?
- Cili është barazimi për të njehsuar syprinën me ndihmën e integralit.
- Për të marrë një vlerë sa më të saktë me metodën e drejtkëndëshave si do të vepronit? Pse?

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja do të nxitë nxënësit që nëpërmjet hulumtimit të përbashkët të zbulojnë vetë barazimin për  $S$  me anë të integralit të caktuar. Për këtë kërkon që, në ndarjen e bërë në drejtkëndësha të zëvendësojnë përmasat e secilit me  $y_n$  për lartësinë dhe  $\delta x$  për gjerësinë e drejtkëndëshave. Shkruajnë formulën për  $S$  e secilit, përkatësisht

$S_1 = y_1 \cdot \delta x; S_2 = y_2 \cdot \delta x; \dots; S_n = y_n \cdot \delta x$  dhe më pas të mbledhin  $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = \dots$ . Pas faktorizimit të  $\delta x$ ,

nxënësit kuptojnë se pjesa e mbetur është shuma e të gjitha  $y_n$ -ve ose ndryshe  $\sum_{i=1}^n y_i$  e cila shumëzohet me  $\delta x$ . Sa më shumë të rritet nr. i drejtkëndëshave, aq më afër vlerës së saktë për syprinën jemi. Si mund ta paraqesim matematikisht këtë fakt?

Gjatë kohës që nxënësit kryejnë faktorizimet dhe shndërrimet në dyshe, mësuesi/ja asiston veprimet e tyre duke i orientuar drejt rezultatit përfundimtar. Në përfundim, mësuesi/ja përmbledh në mënyrë të strukturuar formulën e

syprinës si integral i caktuar dhe limit:  $s = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n y_i \delta x = \int_a^b y dx$ . Më pas fton nxënësit të studiojnë shembullin 1 në faqen

104 dhe të kontrollojnë punën e tyre. Në këtë rast, nxënësit do të punojnë në dyshe. Njëra nga dyshet njehson syprinën duke përdorur metodën e drejtkëndëshave, dyshja fqinje duke përdorur integralin e caktuar. Në përfundim të punës, dyshet fqinje diskutojnë rezultatet mes tyre dhe më pas me zgjidhjen e paraqitur në tekst.

Mësuesi/ja drejton pyetjen:

- *Cfarë lidhje ekziston midis derivatit dhe integralit të një funksioni?*

dhe fton nxënësit që të shoqërojnë përgjigjen e saj me shembuj të thjeshtë nisur nga derivati i tyre si p.sh.:

$$(\sin x)' = \cos x \Rightarrow \int \cos x dx = \sin x$$

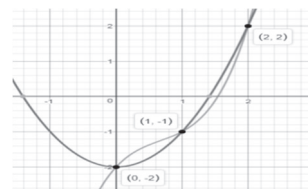
Nëpërmjet teknikës së mbajtjes së shënimeve në mënyrë të strukturuar, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të studiojnë tabelën e integraleve në faqen 105. Për të kuptuar barazimet, mësuesi/ja ju kujton nxënësve të bëjnë lidhjen derivati □ integrali.

Për të përcaktuar sa të aftë janë nxënësit të zbatojnë saktë tabelën e integraleve, mësuesi/ja kërkon prej tyre të studiojnë shembujt 2 dhe 3 në faqen 105. Më pas, ai/ajo fton nxënësit të zgjidhin integralet e ushtrimeve 1 dhe 2 në faqen 106.

Nxënësit punojnë në dyshe për të njehsuar integralet dhe çdo dyshe zhvillon dy nga rastet një nga i pari dhe një nga i dyti. Përgjigjet i krahasojnë me dyshet që kanë të njëjtin ushtrim. Disa prej rasteve zgjidhen edhe në tabelë. Në fund të këtij ushtrimi, mësuesi/ja përmbledh edhe njëherë njohuritë duke iu drejtuar nxënësve pyetjet:

- *Si do të njehsoni syprinën nën një vijë që ndodhet mbi boshtin OX?*
- *Po nëse vija ndodhet nën boshtin OX?*
- *Po nëse do të na duhej të njehsonim syprinën e kufizuar nga dy vija?*

Për pyetjen e fundit mësuesi/ja mund t'i orientojë nxënësit të skicojnë dy vija p. Sh.:  $y = x^2 - 1$ ;  $y = 1 - x^2$  dhe të hulumtojnë rreth mënyrës së njehsimit të syprinës ndërmjet tyre. Fillimisht i udhëzon të veprojnë duke njehsuar syprinat midis secilës vijë dhe Ox veç e veç dhe më pas i mbledhin. Më pas i nxit të gjejnë pikat e prerjes së vijave dhe të njehsojnë integralin me kufij këto pika të diferencës së dy funksioneve të vijave. Në bashkëpunim me mësuesin/en formulojnë parimin e njehsimit të syprinës dhe hapat për njehsimin e saj. Për të konkretizuar, mësuesi/ja mund të përdorë grafikë të ndryshëm si ky në figurën përbi. Mësuesi/ja fillimisht kërkon nga nxënësit që nëpërmjet hulumtimit të përbashkët, të përcaktojnë paraprakisht dy syprinat përbërëse të syprinës së kërkuar dhe më pas kufijtë e integritit dhe njehsimin e S.



Më pas, nxënësit kalojnë në studimin e shembujve 4 dhe 5 në faqet 107-108.

**Përforcimi i të nxënit:** Nxënësit do të vazhdojnë punën në grupe katërshe me ushtrimet e faqes 109. Në secilin grup punohet një nga ushtrimet p.sh.:

- Grupi i parë dhe i pestë: ushtrimet: 2/b dhe 5 në fq. 109      - Grupi i dytë dhe i gjashtë: ushtrimet: 2/c dhe 6 në fq. 109
- Grupi i tretë dhe i shtatë ushtrimet: 3 dhe 4/d në fq. 109      - Grupi i katërt dhe i tetë ushtrimet: 1/g, h dhe 4/a fq.

Më pas, përfaqësues të grupeve krahasojnë përgjigjet dhe disa prej tyre diskutohen në tabelë (p.sh. 5 dhe 6). Gjatë prezantimit, mësuesi/ja iu drejton nxënësve rreth mënyrës së zgjidhjes. Edhe nxënësit mund t'u drejtojnë pyetje shokëve nëse kanë situata të paqarta por edhe mund të vlerësojnë zgjidhjet e prezantuara.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja në fund të orës vlerëson nxënësit duke pasur parasysh punën që ata bënë në fletore dhe në tabelë. Në vlerësim, mësuesi/ja mban parasysh aftësinë që nxënësit kanë në përcaktimin e barazimit që jep syprinën e kërkuar dhe kufijtë e integritit. Gjithashtu, në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe saktësinë e zgjidhjes, argumentimin e përgjigjeve. Për nxënës të tjerë mban shënime në fletoren evidencë.

**Detyra:** Ushtrimet 7-8 në faqen 106 dhe 1/a, b, c, 4/b në faqen 109. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 7 në faqen 109

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Integrimi me zëvendësim. (Shkathhtësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njehson integralin e pacaktuar (të caktuar) të një funksioni duke përdorur tabelën e integraleve;</li><li>- përcakton funksionin që do të zëvendësohet me u;</li><li>- shpreh dx në varësi të du;</li><li>- njehson integralin duke përdorur metodën e zëvendësimit.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat, funksion i përbërë, integral, dx, du, integrimi me zëvendësim	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Në fillim të orës së mësimi, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të njehsojnë në dyshe:

$$\int (2x+1) dx ; \int (2x+1)^2 dx ; \int (2x+1)^3 dx ; \int (2x+1)^4 dx ; \int (2x+1)^5 dx .$$

Gjatë kohës që nxënësit punojnë me ushtrimet, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe ndihmon dyshet që hasin vështirësi. Pasi nxënësit kanë njehsuar integralët e mësipërme, krahasojnë përgjigjen me dyshen fqinje dhe më pas prezantojnë zgjidhjet në tabelë. Mësuesi/ja, gjatë prezantimit të zgjidhjeve iu drejton nxënësve pyetjet:

- Cilën formulë zbatuat në rastin e parë?
- Po në rastet e tjera, a mund të kryejmë integrim të drejtpërdrejtë?
- Cilat formula zbatuat në rastet 2, 3 dhe 4?
- Çfarë vështirësi hasët tek integrimi i funksionit të katërt? Po tek i pesti?
- Po nëse do të na duhej të njehsonim  $\int (2x+1)^{10} dx$ , mendoni se do të vështirësohej më shumë puna?

Pritshmëritë janë që nxënësit në rastin e  $\int (2x+1)^4 dx$  dhe të  $\int (2x+1)^5 dx$  të hasin vështirësi në hapjen e kllapave me qëllim që të njehsojmë integralin e një polinomi. Atëherë mësuesi/ja iu paraqet nxënësve sfidën:

- Si mund ta njehsojmë më thjeshtë këtë integral (dhe jo vetëm këtë)?

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja i udhëzon nxënësit të studiojnë edhe njëherë  $\int (2x+1)^5 dx$ , duke e krahasuar me

$\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + c$ . Paraprakisht u kërkon nxënësve të rikujtojnë derivatin e funksionit të përbërë. Mësuesi/ja i njeh nxënësit me metodën e integritimit me zëvendësim, dhe i fton ata të ndjekin hapat e mëposhtëm:

- Shënoni me u funksionin  $(2x+1) = u$ . Çfarë trajte merr situata jonë? ( $\int u^5 dx$ )
- A duhet të përshtatim edhe  $dx$  në varësi të  $u$ ? ( $du = d(2x+1) = 2dx$ )
- A sjell ndonjë ndryshim ky zëvendësim? (rezulton që kemi shumëzuar me 2)

Në këtë moment, mësuesi/ja është ai/a jo që thotë fjalën e fundit: shndërrimet do të jenë identike nëse nxjerrim në dukje  $\frac{1}{2}$  (sepse  $\frac{1}{2} \cdot 2dx = dx$ ). Nxënësit përfundojnë kështu njehsimin e integralit, tashmë në varësi të u:

$$\int (2x+1)^5 dx = \frac{1}{2} \int u^5 \cdot du = \frac{1}{2} \cdot \int u^5 du = \frac{u^6}{12} + c = \frac{(2x+1)^6}{12} + c$$

Për t'u bindur për këtë veprim, nxënësit mund të derivojnë rezultatin duke përdorur derivatin e funksionit të përbërë. Këtë provë, nxënësit e kryejnë në dyshe dhe binden kështu për saktësinë e veprimeve që kanë kryer. Mësuesi/ja e

përgjithëson këtë teknikë për të gjitha integralët e formës:  $\int f(x) dx = F(x) + c \Leftrightarrow \int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + c$ .

Në vijim nxënësit e shohin zbatimin e këtij barazimi në shembullin 2 në faqen 111. Mësuesi/ja kërkon nga nxënësit që në dyshe të njehsojnë integralët e kërkuara me metodën e zëvendësimit dhe më pas ta kontrollojnë rezultatin e gjetur me përfundimin e tekstit. Për të nxitur te nxënësit thellimin në njohuritë e reja, mësuesi/ja u paraqet atyre një tjetër situatë: Po

nëse do të duhej të njehsonim  $\int_1^3 (2x+1)^5 dx$  si do të vepronit me kufijtë? Pritshmëritë janë që nxënësit të kuptojnë se edhe

kufijtë duhen përshtatur në varësi të u. Në këtë moment, kalohet në shembullin 3 në faqen 111. Në dyshe nxënësit,

nëpërmjet leximit të drejtuar, ndjekin hapat e njehsimit të integralit  $\int_0^4 x\sqrt{x^2+9} dx$ . Pasi kanë mbajtur shënime në mënyrë të

strukturuar për këtë rast, mësuesi/ja përcakton ushtrimet 5/a dhe 5/b në faqen 112 si detyrë për dyshet e nxënësve dhe i orienton ata në zëvendësimet që do të bëjnë. Zgjidhjet e dy rasteve diskutohen në tabelë.

Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të kujtojnë formulat për  $\cos 2x$ . Ai/a sqaron se këto formula do t'i përdorim për të integruar funksione që përmbajnë kufizat  $\sin^2 x$  dhe  $\cos^2 x$ . Udhëzon hapat që duhet të ndiqen në këtë rast. Kalohet në

shembujt 4 dhe 5 në faqet 112-113. Përsëri nxënësit ndjekin mënyrën e njehsimit të integralit dhe mbajnë shënim hapat. Në përfundim të këtij studimi, mësuesi/ja e vendos theksin në identifikimin e funksionit të përshtatshëm për t'u zëvendësuar. Në zbatim të kësaj, nxënësit nxiten të zhvillojnë ushtrimin 1 në faqen 113. Nxënësit punojnë në dyshe dhe pasi përfundojnë, zgjidhja e ushtrimit diskutohet në tabelë.

**Përforcimi i të nxënit:** Në këtë etapë të orës së mësimi, puna do vazhdojë në dyshe me ushtrimet e faqeve 111, 112, 113. Në mënyrë që të diskutohen sa më shumë raste, dyshe të ndryshme diskutojnë raste të ndryshme. Dyshet fqinje nuk marrin të njëjtat raste. Punohen ushtrimet:

1/a, c, e  
në fq. 111

2/c, g, i, m  
në fq. 111

3/c, e, f  
në fq. 111

4/d, e, f në  
fq. 112

5/e, f, g  
në fq.

2 në  
fq. 113

Në përfundim të punës, dyshet e afërta këmbëjnë fletoret dhe kontrollojnë kështu punën e shokëve. Në rastin e integralit të caktuar i kushtohet rëndësi përcaktimit të kufijve në varësi të u, në mënyrë që të shmanget zëvendësimi i u-së.

Në tabelë diskutohen ato ushtrime që hasin më shumë diskutime. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja iu drejton nxënësve pyetje në mënyrë që të argumentohen veprimet, por edhe nxënësit mund t'u drejtojnë pyetje shokëve.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja në fund të orës së mësimi vlerëson nxënësit për aftësitë që ata kanë në njehsimin e integraleve me zëvendësim, në përcaktimin e funksionit që do të zëvendësohet me u, si dhe në zëvendësimin e kufijve në lidhje me u. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe punën që bënë në fletore dhe në tabelë. Gjithashtu, në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe saktësinë e zgjidhjes, argumentimin e përgjigjeve si dhe vlerësimin që nxënësit bëjnë për njëri-tjetrin.

**Detyra:** Ushtrimet 1/d, 2/l, n, 3/d, 5/h në faqet 111-112 dhe 3 në faqen 113. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 4 në faqen 113

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Integrimi me pjesë. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim e zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- përcakton funksionet u dhe v në një prodhim funksionesh;</li><li>- njehson integralin e një funksioni duke përdorur metodën e integrimit me pjesë;</li><li>- njehson integralin e një funksioni duke përdorur integrimin me pjesë më shumë se një herë;</li><li>- njehson syprinën nën një vijë me ndihmën e integrimit me pjesë.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> integral, prodhim, funksion, integrim, pjesë, syprinë, kufij integrimi	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

**Organizimi i orës së mësimi:**

**Parashikimi i njohurive:** Në fillim të orës së mësimi, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të diskutojnë në dyshe ushtrimet:

$$\text{Njehsoni } \int (3-4x)dx ; \int x(2x^2-5)^3 dx ; \int_0^1 (x-1)(x^2-2x-1)^3 dx .$$

Pasi zgjidhin ushtrimet, dyshet fqinje krahasojnë rezultatet. Zgjidhjet prezantohen në tabelë. Gjatë paraqitjes së zgjidhjeve, mësuesi/ja iu drejton nxënësve pyetjet:

- Cilën formulë zbatuat në rastin e parë?
- Po në rastin e dytë?
- Si emërtohet teknika e integrimit në këtë rast?
- Po në rastin e tretë si vepruat?
- Sa është derivati i  $(x^2-2x-1)$  ?
- Si veprohet me kufijtë e integrimit në teknikën e zëvendësimit?

Diskutohen dhe argumentohen zgjidhjet e mësipërme në tabelë nga tre nxënës.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja paraqet përpara nxënësve funksionin:  $y = 2x \cos x$ . Më pas shtron pyetjen:

*A mund të njehsoni integralin e këtij funksioni duke përdorur njohuritë që keni mësuar deri tani për integralin?*

Pasi studiojnë trajtën e funksionit, nxënësit kuptojnë se ky rast nuk është i ngjashëm me rastet e tjera.

Pas diskutimit mbi natyrën e integralit, mësuesi/ja u tregon nxënësve se ky funksion shprehet si prodhim i dy funksioneve, dhe në këtë rast do të zbatohet teknika e integrimit me pjesë. Ai/ajo udhëzon:

- Kujtoni si e njehsojmë derivatin e prodhimit.
- Si mendoni se mund të llogaritet integrali më sipër?

Fillimisht, nëpërmjet hulumtimit të përbashkët, mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë trajtën e përgjithshme uv. Ai/ajo orienton nxënësit të nxjerrin vetë formulën e integrimit me pjesë, duke ndjekur hapat:

1. Shkruani derivatin e funksionit  $y = uv$ :

$$\frac{d}{dx}(uv) = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}$$

2. Integroni të dyja anët në lidhje me x:

$$\int \frac{d}{dx}(uv) dx = \int v \frac{du}{dx} dx + \int u \frac{dv}{dx} dx$$

3. Kryeni thjeshtimet e mundshme:

$$uv = \int v \frac{du}{dx} dx + \int u \frac{dv}{dx} dx$$

4. Shprehni  $\int u \frac{dv}{dx} dx$  nga ky barazim:

$$\int u \frac{dv}{dx} dx = uv - \int v \frac{du}{dx} dx$$

Mësuesi/ja shënon në tabelë barazimin e fundit duke e përcaktuar si formulën që jep integrimin me pjesë.

Në vijim, nxënësit kthehen edhe njëherë te shembulli fillestar:

- A mundemi tani të njehsojmë  $\int 2x \cos x dx$  ?
- Kë do të shënoni si funksion u?
- Po si  $\frac{dv}{dx}$  ?

Në këtë moment, nxënësit kalojnë në studimin e shembujve 1/a dhe 1/b në faqen 115. Fillimisht, provojnë të njehsojnë vetë integralin në dyshe dhe më pas krahasojnë zgjidhjet e tyre me ato të tekstit. Gjatë diskutimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja e vendos theksin në parimin e përcaktimit të funksioneve u dhe dv. Nxënësit vijojnë me studimin e shembullit 2, në të cilin paraqitet një integral i caktuar. Pasi njihen me situatën, nxënësit diskutojnë si do të vepronin në këtë rast. Më pas, kryejnë veprimet në dyshe dhe krahasojnë rezultatin me përgjigjen e tekstit.

Mësuesi/ja shënon në tabelë integralin e përcaktuar në shembullin 3 të faqes 116,  $\int \ln x dx$  dhe iu drejtohet nxënësve:

- A keni ndeshur në tabelën e integraleve një barazim që jep këtë integral?

Ai/ajo sqaron nxënësit për hapat që ndiqen për integrimin e një funksioni të vetëm por që nuk është integral tabelle.

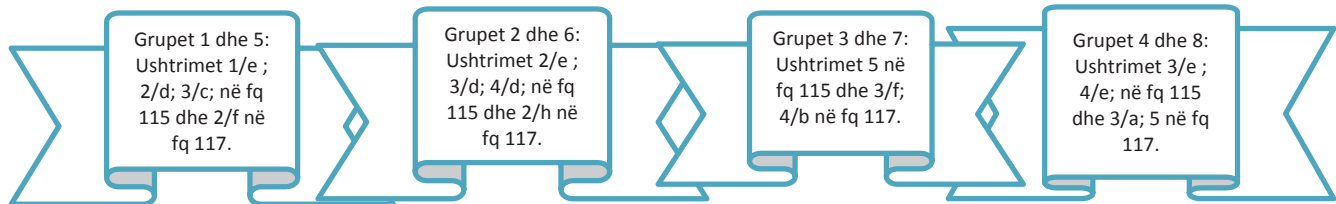
Mësuesi/ja orienton nxënësit të kërkojnë integralin duke përdorur integrimin me pjesë duke i udhëzuar nxënësit të shprehin

$\int \ln x dx = \int \ln x \cdot 1 dx$ . Më pas, nxënësit përpiqen të njehsojnë integralin dhe në fund të zgjidhjes, krahasojnë përgjigjet me tekstin.



Mësuesi/ja shënon në tabelë integralin e shembullit 4 në faqen 116:  $\int x^2 \sin x dx$ . Ai/ajo fton nxënësit të zgjidhin atë dhe ndjek punën e tyre. Pritshmëria është që nxënësit do të integrojnë një herë me pjesë dhe më pas ngecin. Në këtë moment, mësuesi/ja ndërhyr, duke i orientuar ata që duhet të integrojnë prapë me pjesë. Nxënësit ndjekin zgjidhjen në tekst dhe mbajnë shënim në mënyrë të strukturuar hapat e ndjekur në integrimin me pjesë më shumë se një herë. Në zbatim të kësaj, nxënësit punojnë në dyshe, ushtrimet 2/c, g dhe 7 në faqen 117. Pasi përfundojnë, zgjidhjet prezantohen në tabelë, ku argumentohen hapat që ndiqen dhe veprimet që kryejnë.

**Përforcimi i të nxënit:** Në këtë etapë të orës së mësimit, nxënësit do të punojnë në grupe me nga 4 veta. Mësuesi/ja cakton detyrën për secilin grup.



Gjatë kohës që nxënësit zgjidhin ushtrimet, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe ndihmon grupet ose nxënësit që hasin vështirësi. Në përfundim të punës, përfaqësues të secilit grup diskutojnë zgjidhjet në tabelë. Gjatë kohës që paraqiten zgjidhjet në tabelë, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të argumentojnë zgjidhjet. Nxënësit e tjerë u dretojnë pyetje shokëve dhe vlerësojnë saktësinë e zgjidhjes.

Përfaqësues të zgjedhur nga grupet zgjedhin nga një rast në tabelë, ndërsa shokët përcaktojnë nëse njehsimet e integraleve janë kryer saktë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh saktësinë e tyre në përdorimin e teknikës së integrit me pjesë. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit i bënë njëri-tjetrit gjatë prezantimit të zgjidhjeve në tabelë.

**Detyra:** Ushtrimet 2/b, 3/a, 4/f në faqen 115 dhe 1/f, 2/b, 6 në faqen 117. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 8 në faqen 117

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Integrimi i funksioneve racionale. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim e zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- zbërthen në thyesa elementare një thyesë të dhënë;</li><li>- njehson integralin e një funksioni racional pasi e ka shndërruar në shumë thyesash elementare;</li><li>- njehson integralin e caktuar të një funksioni racional;</li><li>- njehson syprinën nën grafikun e një funksioni racional.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> funksion racional, zbërthim, thyesa elementare, integrimi, integral i caktuar, syprinë	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

**Organizimi i orës së mësimi:**

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja paraqet në tabelë situatat dhe iu kërkon nxënësve të diskutojnë në dyshe për zgjidhjen e tyre.

1. Njehsoni  $\int \frac{1}{x+2} dx$ ;  $\int \frac{1}{x+3} dx$ ;
  - Cilën teknikë do të përdorni?
  - Çfarë shndërrimi do të duhej të bëjmë?
2. Zbërtheni në thyesa elementare  $\frac{x+1}{(x+2)(x+3)}$ .
  - Në sa thyesa elementare mund ta zbërthejmë thyesën e dhënë?
  - Si do të veproni për të gjetur vlerat e A dhe B në barazimin  $\frac{x+1}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$ ?
  - Po nëse emëruesi i thyesës do të përmbante më shumë se dy faktorë, në sa thyesa elementare mund të zbërthehet?

Nxënësit punojnë në dyshe dhe mësuesi/ja ndjek punën e tyre duke i ndihmuar nëse hasin vështirësi. Përfundimet diskutohen në tabelë, dhe argumentohen hapat që ndiqen.

**Ndërtimi i njohurive:** Pasi kanë diskutuar situatat e mësipërme, mësuesi/ja shtron përpara nxënësve kërkesën:

Njehsoni  $\int \frac{x+1}{(x+2)(x+3)} dx$ . Në dyshet e tyre, nxënësit kryejnë integrimin e funksionit racional, duke përdorur përfundimet

e arritura në fazën e parë të mësimi. Pasi kanë përfunduar njehsimin, dyshet krahasojnë përfundimin me rezultatin e shembullit të zgjidhur në faqen 118. Duke ndjekur teknikën e leximit të drejtuar dhe mbajtjes së strukturuar të shënimeve nxënësit vijnë me studimin e shembullit 2 në faqen 118. Njehsimi i integralit interpretohet në tabelë, duke argumentuar shndërrimet e kryera (vetitë e shumës dhe diferencës së logaritmeve, logaritmi i fuqisë etj.)

Pas kësaj, nxënësit punojnë ushtrimet 2/b, d dhe 4/b, d faqe 119. Pasi përfundojnë zgjidhjet, prezantohen ato në tabelë nga disa nxënës.

Në vijim, mësuesi/ja i njeh nxënësit me hapat që duhet të ndiqen për integrimin e funksioneve racionale jo të rregullt, duke e

shoqëruar këtë me situatën e shembullit 3 në faqen 120,  $\int \frac{x^3 + 5x^2 + 1}{(x+1)(x+3)} dx$ . Për t'i ndihmuar në njehsimin e integralit, ai/ajo

iu drejton pyetjen:

- A është  $\frac{x^3 + 5x^2 + 1}{(x+1)(x+3)}$  funksion racional i rregullt?
- Si mund ta kthejmë në të tillë?

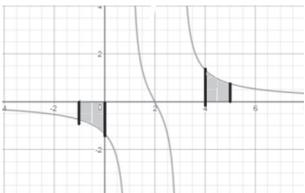
Nxënësit diskutojnë rreth njohurive të marra më herët, dhe arrijnë në përfundimin se do të duhet të pjesëtojnë numëruesin me emëruesin. Këtë veprim e kryejnë në dyshe. Në përfundim të pjesëtimit, krahasohen rezultatet dhe mësuesi/ja shënon në

tabelë:  $\frac{x^3 + 5x^2 + 1}{(x+1)(x+3)} = x + 1 - \frac{7x+2}{(x+1)(x+3)}$ . Në këtë moment, nxënësit vijnë punën në dyshe për të njehsuar integralin e

pacaktuar. Përfundimin e arritur e krahasojnë me zgjidhjen e tekstit. Gjatë interpretimit, vihet theksi në shndërrimet e kryera dhe vetitë e logaritmeve që janë zbatuar.

Mësuesi/ja iu bën të qartë nxënësve, se e njëjta mënyrë njehsimi do të përdoret edhe nëse do të na duhej të njehsonim integralin e caktuar të një funksioni racional ose syprinën nën grafikun e një funksioni racional. Për këtë nxit nxënësit të zgjidhin ushtrimin 5/a faqe 121. Zgjidhja e tij diskutohet në tabelë. Gjatë diskutimit të rastit a, nxënësit i kushtojnë vëmendje, njehsimit të syprinës nën boshtin e abshisave.

**Përforcimi i të nxënit:** Në këtë fazë të orës së mësimit, puna do të vazhdojë në grupe me nga 4 nxënës. Në secilin grup do të diskutohen fillimisht ushtrimet 2/c, 3/f, 4/e, 5/a nga faqja 119. Pasi përfundojnë zgjidhjet, përfaqësues të grupeve diskutojnë zgjidhjet, dhe i paraqesin ato në tabelë. Gjatë paraqitjes së zgjidhjeve në tabelë, nxënësit e tjerë mund t'u drejtojnë shokëve pyetje nëse kanë paqartësi por edhe vlerësojnë saktësinë e zgjidhjes. Më pas kalohet në ushtrimet e faqes 121. Edhe këtu nxënësit punojnë nga një rast për secilin ushtrim p.sh.: 1/f, 3/b, 4/b. Pasi kanë përfunduar punën në grup, zgjidhjet paraqiten në tabelë.



Nxënësit diskutojnë në grup ushtrimin 5/b, c. Disa nga grupet diskutojnë rastin b, të tjerat rastin c. Grupet që kanë të njëjtin rast, krahasojnë zgjidhjet dhe përfundimet diskutohen në tabelë.

Për rastin c, mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë në klasë përse nuk mund të njehsojnë këtë syprinë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh saktësinë e tyre në integrimin e funksioneve racionale. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit i bënë njëri-tjetrit gjatë prezantimit të zgjidhjeve në tabelë. Gjatë vlerësimit mësuesi/ja ndikohet edhe nga aftësia e nxënësve për të lidhur njohuritë e marra më parë, me ato të marra rishtazi.

**Detjra:** Ushtrimet 3/c, 4/f, 5/d në faqen 119 dhe 2/f, 4/d në faqen 121. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

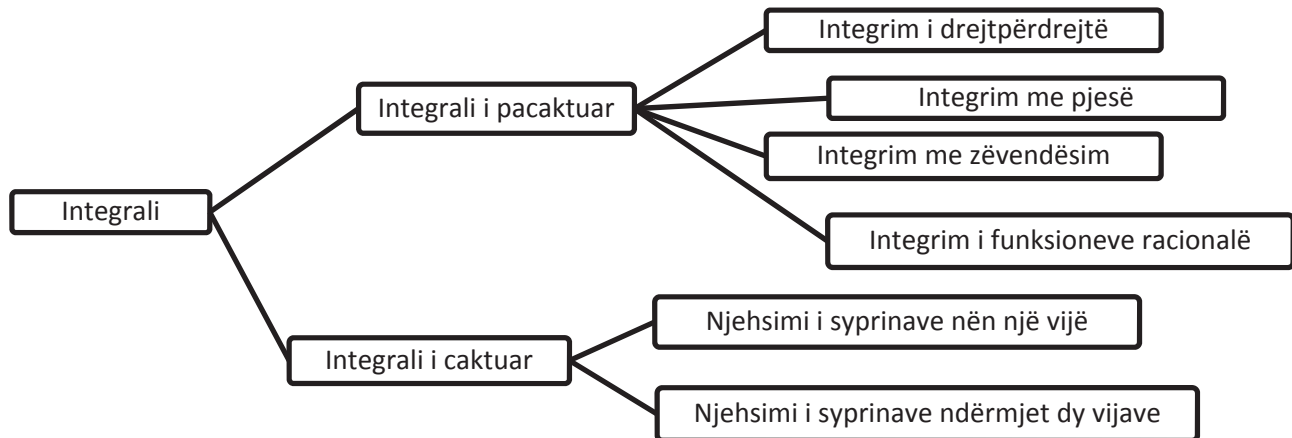
**Detjërë hulumtuese:** Ushtrimi 6 në faqen 121

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje Eksplorim (Përtej provimeve) Vlerësim kreu 5		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Vlerësim i nxënësit nga nxënësi</li><li>• Ushtrime dhe situata problemore</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- integron një funksion duke përdorur tabelën e integraleve;</li><li>- njehson integralin e një funksioni duke përdorur teknikën e zëvendësimit, të integritimit me pjesë ose integrimin e funksioneve racionale;</li><li>- njehson syprinën nën një grafik, ose ndërmjet dy vijave.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> integral, integral i pacaktuar, integral i caktuar, syprinë	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b>			

Në fillim të orës së mësimit, nxënësit do të rikujtojnë konceptet kryesore të kreut 5. Për këtë, fillimisht mësuesi/ja vizaton në tabelë një diagram për integralët.



Nxënësit punojnë në grupe me nga 4 nxënës për ta plotësuar. Mësuesi/ja orienton nxënësit të plotësojnë ç'dinë për integralët: vetitë, formulat, mënyrat e njehsimit etj. Për secilën veti ose barazim, nxënësit mund të sjellin edhe shembull zbatimi. Pasi kanë plotësuar diagramet, përfaqësues të grupeve krahasojnë përgjigjet, por në të njëjtën kohë edhe plotësojnë ose korrigjojnë shënimet. Përgjigjet përfundimtare prezantohen në tabelë. Gjatë prezantimit, nxënësit e grupeve të tjera plotësojnë ose korrigjojnë punën e shokëve.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të punojnë në mënyrë të pavarur m ushtrimet e faqes 123. Nxënësit e së njëjtës bankë përcaktohen si **nxënësi numër 1** dhe **nxënësi numër 2**. Në mënyrë që të mos ndikohen nga puna e shokut, secili prej tyre merr detyra të veçanta p.sh.:

Nxënësi me numër 1 punon ushtrimet: 1a,c; 2b,d; 3a; 4a; 6b; 7b; 9b.

Nxënësi me numër 2 punon ushtrimet: 1b, d; 2a,c; 3b; 4; 6c; 7a; 9a.

Gjatë kohës që nxënësit punojnë, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe orienton nxënësit që hasin vështirësi. Kjo veprimtari zgjat për rreth ( 25-30) minuta. Në përfundim të saj, nxënësit me numër të njëjtë këmbëjnë fletoret me njëri-tjetrin për të vlerësuar punën e shokut. Pas vlerësimit që bëjnë në fletoren e shokut, përgjigjet përfundimtare diskutohen në klasë. Në ndonjë rast, kur për të njëjtën situatë merren disa përgjigje, ose kur mësuesi/ja mendon se duhet, zgjidhja diskutohet në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, nxënësit vlerësojnë saktësinë e zgjidhjes.

Në vazhdim, kalohet në rubrikën: **Eksplorim (përtej provimeve)**.

Fillimisht nxënësit njihen me materialin historik që paraqitet në faqen 124, dhe më pas, mësuesi/ja u kërkon të punojnë në

dyshe për njehsimin sipas përkufizimit të derivatit të funksionit  $y = \sqrt{2x - 4}$ . Në përfundim të punës, dyshet formulojnë

konkluzionet e tyre për shkallën e vështirësisë së njehsimit të derivateve dhe integraleve. Në vijim, nxënësit kalojnë në studimin e rubrikës **Përdorimi**. Pasi njihen me një nga rastet e zbatimit në fizikë të integralit të caktuar, mësuesi/ja u përcakton nxënësve si detyrë për portofol të hulumtojnë për përdorimin e integralit në fusha të ndryshme të shkencës. Pasi janë njohur me afatet, kriteret dhe mënyrën e dorëzimit të detyrës, nxënësit kalojnë në etapën e fundit të orës së mësimit

**Vlerësim.** Mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të punojnë fillimisht me ushtrimet 1 dhe 2 në faqen 125, duke qenë se përgjigjet e tyre shprehen me alternativa. Më pas kalohet në diskutimet e ushtrimeve 4a/ii, 5a/i dhe 6a. Secila dyshe diskuton vetëm një rast. Në përfundim të punës, zgjidhjet paraqiten në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja u drejton nxënësve pyetjet:

- Cilën metodë të integrit përdorët për rastin 4b? ( metodën e zëvendësimit)
- Çfarë trajte kishte funksioni në rastin 5a? Cila metodë u përdor në këtë rast?
- Cila është formula që shpreh integrimin me pjesë?
- Si vepruat për të njehsuar koeficientet e pacaktuara A dhe B?
-

**Përforcimi i të nxënës:**

Mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të vazhdojnë punën në grupe me ushtrimet e faqes 125. Grupe të ndryshme marrin në shqyrtim situata të ndryshme p.sh.:

Grupi i parë i ushtrimeve	Grupi i dytë i ushtrimeve	Grupi i tetë i ushtrimeve	Grupi i katërt i ushtrimeve
3a, 4a/i, 6b, 9	3b, 4a/iii, 7b, 13	3c, 5ai, 8, 11	3d, 10, 14, 12

Nxënësit marrin kohën e mjaftueshme për të zgjidhur ushtrimet, dhe më pas, përfaqësues të grupeve që kanë të njëjtat situata, krahasojnë zgjidhjet. Disa nga zgjidhjet diskutohen në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja e vendos theksin në argumentimin e përgjigjeve dhe shndërtimeve që kanë kryer. Gjithashtu edhe nxënësit mund t'u drejtojnë pyetje shokëve dhe të shprehën për saktësinë e zgjidhjes.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson disa të tjerë. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit i bënë njëri-tjetrit.

**Detyra:** 5b, 8b, 10 në faqen 123 dhe 4b, 5b në faqen 126 Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Hulumtoni për situata të tjera ku zbatohet njehsimi integral (puna në fizikë, syprina e kufizuar nga grafikë të ndryshëm, vëllimi i trupave që përftohen nga rrotullimi etj.).

**PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE**

Dt. \_\_\_\_\_

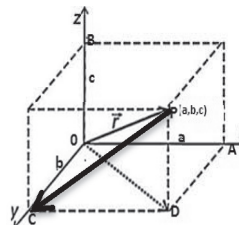
<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje.	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Vektorët në hapësirë. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim e zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Përse na shërben matematika</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>njihson koordinatat e vektorëve në hapësirë;</li><li>kryen veprime me vektorët (mbledh, zbret, shumëzon me një numër);</li><li>njihson gjatësinë e vektorit trepërmasor;</li><li>përcakton kushtet që dy vektorë të jenë të barabartë;</li><li>përcakton kushtet që dy vektorë të jenë bashkëvijorë.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> vektor, hapësirë, koordinata, rrezevektorë, gjatësi, vektorë bashkëvijorë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca, fizika	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fillim të orës së mësim, nxënësit njihen me materialin ilustrues në faqen 127. Për të kuptuar më mirë informacionin, mësuesi/ja fton nxënësit të kryejnë provën: tërhiqni një trup përgjatë tryezës. Kur trupi lëviz më shpejt në varësi të drejtimit të forcës tërheqëse. Në përfundim të disa provave, mësuesi/ja nxit nxënësit të kujtojnë nga Fizika barazimin $A =  \vec{F}  \cdot  \vec{S}  \cos \alpha$ dhe kërkon që të vlerësojnë vlerën e A, në varësi të vlerës së $\cos \alpha$ . Më pas, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të rikujtojnë konceptet kryesore për vektorët në plan duke iu paraqitur atyre për zgjidhje ushtrimet: <ul style="list-style-type: none"><li>Njihsoni kordinatat e vektorit <math>\overline{AB}</math> nëse A(3, 4) dhe B(−1, 5).</li><li>Njihsoni shumën e vektorëve: <math>\vec{a} = (2\vec{i} + 3\vec{j})</math> dhe <math>\vec{b} = (-6\vec{i} + 2\vec{j})</math>.</li><li>Vërtetoni që pikat A(0, 2), B(2, 5) dhe C(6, 11) shtrihen në një drejtëz.</li></ul>			

**Ndërtimi i njohurive:** Pasi i diskutojnë këto ushtrime në dyshe, nxënësit prezantojnë zgjidhjet në tabelë. Më pas, mësuesi/ja i njeh nxënësit me sistemin trepërmasor të koordinatave, duke e konkretizuar me një skicim në tabelë. Në këtë skicim, mësuesi/ja e vendos theksin në pingultinë e boshteve dhe planeve të sistemit trepërmasor të koordinatave x, y, z.

Në vazhdim, njeh nxënësit me mënyrën e shprehjes të vektorit  $\vec{r} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$  dhe i nxit ata duke shfrytëzuar

teoremën e Pitagorës, të shprehin gjatësinë e vektorit  $|\vec{r}|$ , në varësi të koordinatave a, b, c. Për këtë i orienton nxënësit të ndjekin hapat:

1. Zbatoni teoremën e Pitagorës në trekëndëshin PDC:  $PC^2 = a^2 + c^2$ .
2. Zbatoni teoremën e Pitagorës në trekëndëshin OPC:  $OP^2 = PC^2 + OC^2$
3. Zëvendësoni  $PC^2 = a^2 + c^2$ :  $OP^2 = a^2 + b^2 + c^2$
4. Shprehni OP në këtë barazim:  $OP = |\vec{r}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ .



Në këtë formulë, nxënësit kanë arritur të formulojnë barazimin që jep gjatësinë e vektorit në hapësirë. Në po të njëjtën mënyrë fton nxënësit të punojnë në dyshe për të shprehur koordinatat e vektorit OA në varësi të koordinatave të pikave O dhe A.

1. Shprehni vektorët  $\vec{OA}$  dhe  $\vec{OB}$ :  $\vec{OA} = \vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$  dhe  $\vec{OB} = \vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$ .
2. Shprehni vektorin  $\vec{AB}$  në varësi të  $\vec{OA}$  dhe  $\vec{OB}$ :  $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \vec{b} - \vec{a}$ .
3. Zëvendësoni  $\vec{OA}$  dhe  $\vec{OB}$  dhe kryeni shndërrimet:  $\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$ .

Në vazhdim, nxënësit kalojnë në studimin e shembujve 1, 2 dhe 3 në faqet 129-130. Fillimisht i diskutojnë ushtrimet në dyshe dhe më pas krahasojnë zgjidhjen me atë të tekstit. Në përfundim të zgjidhjeve, mësuesi/ja përmbledh edhe njëherë në mënyrë të strukturuar kuptimet themelore dhe të kësaj teme: *koordinatat e vektorit, shumëzimin e vektorit me një numër, mbledhjen (zbritjen e dy vektorëve).*

Më pas, mësuesi/ja diskuton me nxënësit rreth hapave që ndiqen për të zgjidhur problemat me anë të vektorëve trepërmasorë. Nëpërmjet teknikës së kërkim-hulumtimit, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të zgjidhin ushtrimin: Nëpërmjet metodës së vektorëve, vërtetoni se mesi i segmentit AB ku  $A(x_1, y_1, z_1); B(x_2, y_2, z_2)$  ka koordinatat

$M(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2})$ . Për të arritur këtë barazim, nxënësit orientohen të shkruajnë fillimisht koordinatat e vektorit

$\vec{AB}$  e më pas të  $\vec{AM}$ . Duke zëvendësuar në barazimin  $\vec{AB} = 2\vec{AM}$ , koordinatat e secilit vektor, nxënësit arrijnë barazimin e kërkuar.

Mësuesi/ja fton nxënësit të kalojnë në studimin e shembullit 4 në faqen 130. Fillimisht, ai/ajo kërkon nga nxënësit të kujtojnë:

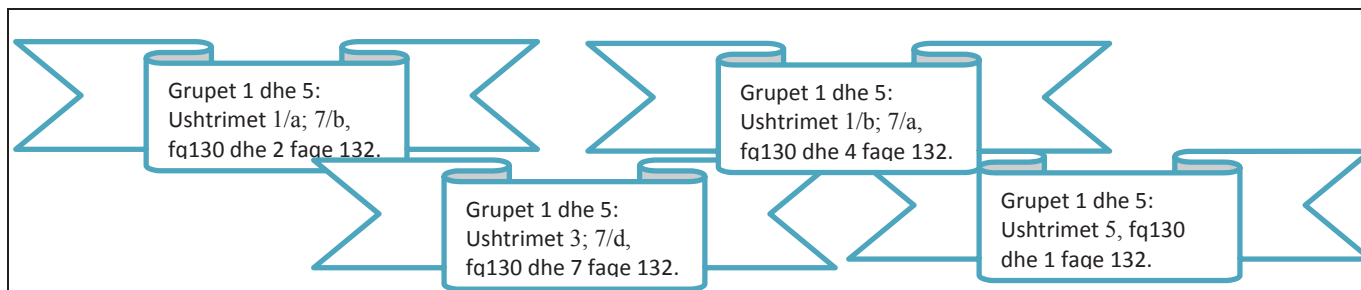
- kur një katërkëndësh është paralelogram;
- kur dy vektorë janë të barabartë.

Më pas, nxënësit ndjekin hap pas hapi udhëzimet e zgjidhjes, për të kuptuar shndërrimet që janë kryer. Ndërsa për shembullin 5, mësuesi/ja fillimisht i njeh nxënësit me kërkesat, dhe kërkon që ata të punojnë në dyshe për zgjidhjen e tij. Në përfundim të punës, dyshet krahasojnë rezultatin me zgjidhjen e tekstit. Ai/ajo pyet:

- si mund t'i gjenit ndryshe koordinatat e kulmit D pa gjetur koordinatat e M?
- cilin barazim vektorësh do të përdorni?

I kushtohet rëndësi edhe gjetjes së kulmit D me barazim të vektorëve  $\vec{AB}$  dhe  $\vec{DC}$  ose  $\vec{AD}$  dhe  $\vec{BC}$ .

**Përforsimi i të nxënës:** Në këtë fazë të orës së mësimi, nxënësit do të punojnë në grupe me nga 4 nxënës. Për secilin grup, mësuesi/ja përcakton detyra të veçanta p.sh.:



Gjatë kohës që nxënësit diskutojnë në grupe, mësuesi/ja asiston punën e tyre duke ndihmuar nxënësit ose grupet që hasin vështirësi. Pasi diskutojnë ushtrimet, grupet me të njëjtin ushtrim këmbëjnë fletoret dhe korrigjojnë kështu përgjigjet e shokëve. Disa nga përfaqësuesit e grupeve paraqesin zgjidhjet në tabelë. Zgjidhjet e kontrolluara prezantohen në tabelë. Gjatë kohës që diskutohen zgjidhjet, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të argumentojnë veprimet. Edhe nxënësit mund t'u drejtojnë pyetje shokëve, nëse mendojnë se ka situata që duhet të sqarohen.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson disa të tjerë. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit i bënë njëri-tjetrit gjatë paraqitjes së zgjidhjeve në tabelë. Mësuesi/ja i kushton rëndësi në vlerësim edhe aftësisë që nxënësit kanë për të lidhur njohuritë që kishin me ato që u morën në këtë temë.

**Detyra:** Ushtrimet 4, 6 në faqen 130 dhe 5, 6 në faqen 132. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 9 në faqen 132

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje.	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Prodhimi numerik i vektorëve. (Shkathtësi dhe aftësi & Arsyetim e zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njehson prodhimin numerik të dy vektorëve duke përdorur gjatësitë e vektorëve dhe këndin ndërmjet tyre;</li><li>- njehson prodhimin numerik të vektorëve të dhënë me koordinata;</li><li>- njehson këndin ndërmjet dy vektorëve;</li><li>- përdor kushtin e pingultisë dhe paralelizmit në situata të ndryshme.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> vektor, vektorë paralelë, vektorë pingulë, prodhim numerik, kënd ndërmjet dy vektorëve.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			



### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Në fillim të orës së mësimi, mësuesi/ja nxit nxënësit të rikujtojnë veprimet që ata mund të kryejnë me vektorët. Për këtë, ai/ajo shkruan disa veprime në tabelë dhe kërkon që nxënësit të tregojnë cilat prej tyre kanë

kuptim:  $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ ;  $2\vec{b} - 6$ ;  $\vec{a} + 3\vec{b}$ ;  $\sqrt{\vec{b}}$ ;  $2 - \vec{a}$ ;  $\frac{\vec{a}}{3}$ ;  $2\vec{b} - 5\vec{a}$ ;

Nxënësit komentojnë rreth kërkesës së paraqitur dhe japin argumentet përkatëse për përgjigjet të shoqëruara edhe me shembuj përkatës.

Më pas, mësuesi/ja iu rikthen në vëmendje formulën për punën në fizikë, të trajtuar në fillim të kreut  $A = |\vec{F}||\vec{S}|\cos\alpha$  dhe ndryshimin e punës në varësi të vlerës së  $\cos\alpha$ , (varësi të këndit ndërmjet vektorëve: kënd i ngushtë, i gjerë, ose i drejtë).

**Ndërtimi i njohurive:** Duke e përgjithësuar formulën e punës në fizikë, mësuesi/ja sqaron nxënësit se ne, edhe mund të shumëzojmë dy vektorë. Mësuesi/ja jep përkufizimin për prodhimin numerik të dy vektorëve dhe shkruan barazimin  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha$  dhe sqaron se  $\alpha$  është këndi ndërmjet dy vektorëve. Në vijim, nxënësit studiojnë në dyshe shembullin 1 në faqen 133. Mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të kryejnë njehsimet në fletoret e tyre dhe më pas krahasojnë rezultatet me përgjigjen e tekstit. Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të studiojnë rastin kur kërkohet prodhimi numerik i vektorit  $\vec{a}$  me vetveten. Për këtë orienton nxënësit:

1. Zëvendësoni në formulën  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha$  vektorin  $\vec{b}$  me  $\vec{a}$ :  $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}||\vec{a}|\cos\alpha$ .
2. Shprehni vlerën e  $\cos\alpha$  si  $\cos$  të këndit që formon vektori me vetveten:  $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}||\vec{a}|\cos 0^\circ = |\vec{a}|^2$ .

Këtë përfundim, mësuesi/ja e formulon si barazimin që shpreh katrorin numerik të vektorit  $\vec{a}$ . Në vazhdimësi të kësaj, nxënësit hulumtojnë për të shprehur  $|\vec{a}|$  dhe  $\cos\alpha$  nga këto barazime. Duke kujtuar vetitë që gëzojnë veprimet me vektorët, nxënësit kalojnë në studimin e shembullit 2 në faqen 133. Gjatë studimit të shembullit 2, nxënësit mbajnë shënim në mënyrë të strukturuar hapat që janë ndjekur. Për shembullin 3, nxënësit fillimisht, kryejnë veprimet në dyshe, dhe më pas krahasojnë përgjigjen e tyre me zgjidhjen e tekstit. Për të nxitur te nxënësit mendimin, mësuesi/ja kërkon prej tyre, të zëvendësojnë në formulën  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha$ ,  $\cos\alpha$  me  $\cos 90^\circ$

- Çfarë vini re?
- Sa është rezultati në këtë rast?
- A mund të dalim me përfundimin se prodhimi numerik i vektorëve pingulë është 0?

Këtë përfundim, mësuesi/ja e formulon në trajtën e një kushti të nevojshëm dhe të mjaftueshëm njëherësh:  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

Puna më tej do të vazhdojë në dyshe. Mësuesi/ja prezanton përpara nxënësve një mënyrë tjetër të njehsimit të prodhimit numerik me koordinata  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$  dhe kërkon nga nxënësit, të përshtatin kushtin e pingultësisë së dy vektorëve me gjuhën e koordinatave:  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ . Në të njëjtën mënyrë nxënësit do të veprojnë edhe për të shprehur  $\cos\alpha$ . Mësuesi/ja udhëheq nxënësit në hulumtim duke u përcaktuar hapat e punës:

1. Shkruani prodhimin numerik të vektorëve:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha$ .
2. Shprehni  $\cos\alpha$  nga ky barazim:  $\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ .
3. Zëvendësoni dhe nxirrni formulën:  $\cos\alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$ .

Në përfundim të kësaj, mësuesi/ja përmbledh edhe njëherë formulat kryesore të kësaj teme dhe hapat që duhet të ndjekin për të zgjidhur problemat me prodhimin numerik të vektorëve. Më pas, fton nxënësit të studiojnë shembujt 4 dhe 5 në faqen 135. Nxënësit njihen me kërkesat e ushtrimeve dhe i zgjidhin ushtrimet në dyshe. Pastaj krahasojnë punën e tyre me zgjidhjet e tekstit. Pas kontrollit të përgjigjeve, situatat diskutohen në klasë. Duke kujtuar kur janë dy vektorë bashkëvijorë në plan, mësuesi/ja ju kërkon nxënësve të shkruajnë kushtin që dy vektorë të jenë bashkëvijorë edhe në hapësirë:

vektorët janë bashkëvijorë nëse:  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$  dhe kërkon prej tyre të studiojnë shembullin 6 në faqen 136. Pasi kanë

studiuar shembullin, mësuesi/ja e vendos theksin në shprehjen e  $\vec{v}$  në varësi të  $k$ .

**Përforcimi i të nxënit:** Në këtë etapë të orës së mësim, nxënësit do të vazhdojnë punën në grupe me ushtrimet:

Grupet 1 dhe 5:  
Ushtrimet 1 fq.  
134 dhe 5 fq. 136.

Grupet 2 dhe 6:  
Ushtrimet 3 fq.  
134 dhe 7 fq. 136.

Grupet 3 dhe 7:  
Ushtrimet 5 fq.  
134 dhe 2 fq. 136.

Grupet 4 dhe 8:  
Ushtrimet 6 fq.  
134 dhe 11 fq.

Mësuesi/ja vëzhgon punën e grupeve duke ndihmuar nxënësit ose grupet që hasin vështirësi. Pasi diskutojnë ushtrimet, grupet me të njëjtin ushtrim, këmbëjnë fletoret dhe korrigjojnë kështu përgjigjet e shokëve. Disa nga përfaqësuesit e grupeve paraqesin zgjidhjet në tabelë. Zgjidhjet e kontrolluara prezantohen në tabelë. Gjatë kohës që diskutohen zgjidhjet, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të argumentojnë veprimet. Edhe nxënësit mund t'u drejtojnë pyetje shokëve, nëse mendojnë se ka situata që duhet të sqarohen.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit të tjerë në lidhje me llogaritjen e prodhimit numerik dhe këndit midis dy vektorëve. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit i bënë njëri-tjetrit gjatë korrigjimit të fletoreve ose gjatë prezantimit të zgjidhjeve në tabelë.

**Detyra:** Ushtrimet 4, 6 në faqen 134 dhe 3, 8 dhe 10 në faqen 136. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë hulumtuese:** Përcaktoni këndin ndërmjet vektorëve njësi  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  nëse  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

Fusha: Matematikë	Lënda: Matematikë	Shkalla: VI	Klasa: XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përmbledhje dhe përsëritje Eksplorim (përtej provimeve) Vlerësim për kreun 6. Ushtrime për përsëritje për krerët 3-6.		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Vlerësim i nxënësit nga nxënësi.</li> <li>Ushtrime dhe situata problemore fq. 157-160.</li> <li>Lëkundja e një trupi të varur në sustë.</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>zgjidh ekuacione trigonometrike duke përdorur formula të ndryshme të trigonometrisë;</li> <li>vërteton identitete të ndryshme trigonometrike;</li> <li>njhson derivatin (shpejtësinë e ndryshimit të funksionit) për një funksion (elementar, fuqi, trigonometrik, të përbërë etj.);</li> <li>studion monotoninë dhe përkulshmërinë e një vije me ndihmën e derivatit;</li> <li>shkruan ekuacionet e tangjentës dhe pingules me një vijë;</li> <li>njhson integralin e një funksioni duke përdorur tabelën e integraleve dhe teknika të ndryshme integrimi;</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> funksion trigonometrik, sin, cos, tg, cotg, arcsin, arccos, sec, cosec, gradë, radianë, derivat, ekstremum, pikë infleksioni, përkulshmëri, tangjente, koeficient këndor i tangjentës, integral, integral i caktuar, integrim me pjesë, integrim me zëvendësim, integrim i funksioneve racionale, syprinë, vektor trepërmasor, prodhim numerik i vektorëve, kusht pingultie, kusht paralelizmi.	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- njehson syprina të ndryshme me ndihmën e integralit.</li> <li>- zgjidh problema gjeometrike duke përdorur vektorët trepërmasorë;</li> <li>- përdor kushtin e pingultisë dhe të paralelizmit të vektorëve në problema të ndryshme.</li> </ul>	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca, fizikë
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<p><b>Organizimi i orës së mësim:</b></p> <p><b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja ndan klasën në grupe me nga 4 nxënës dhe secilit grup i jep detyrë të përmblledhë njohuritë kryesore të një kapitulli me ndihmën e ndonjë kllasteri ose harte koncepti. Dy grupe të ndryshme do të kenë të njëjtën detyrë.</p> <div data-bbox="126 636 1455 764" data-label="Diagram"> <pre> graph LR     A[Trigonometria] --&gt; B[Derivatet]     B --&gt; C[Integralet]     C --&gt; D[Vektorët]   </pre> </div> <p>Për plotësimin e kësaj detyre, nxënësit marrin kohën e mjaftueshme dhe në përfundim të veprimtarisë, secili grup prezanton punën e vet. Fillimisht krahasohen punët e grupeve që kanë të njëjtën detyrë. Grupet e tjerë mund të ndërhyjnë për të plotësuar punën e shokëve ose të korrigjojnë nëse vënë re pasaktësi.</p> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pas kësaj, nxënësit do të punojnë në mënyrë individuale për rreth 30 minuta, me ushtrimet e faqes 138 për të zbatuar njohuritë që ata rikujtuan për vektorët. Nxënësit e së njëjtës banke përcaktohen si nxënësi numër 1 dhe nxënësi numër 2. Në mënyrë që të mos ndikohen nga puna e shokut, secili prej tyre merr detyra të veçanta. Nxënësi me numër 1 punon ushtrimet: 1; 3; 5; 7; 9; 11 dhe 13 faqe 138. Nxënësi me numër 2 punon ushtrimet: 2; 4; 6; 8; 10; 12 dhe 14 faqe 138.</p> <p>Gjatë kohës që nxënësit punojnë, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe orienton nxënësit që hasin vështirësi. Kjo veprimtari zgjat për rreth (25-30) minuta. Në përfundim të saj, nxënësit me numër të njëjtë këmbëjnë fletoret me njëri-tjetrit për të vlerësuar punën e shokut. Pas vlerësimit që bëjnë në fletoren e shokut, përgjigjet përfundimtare diskutohen në klasë. Disa nga rastet diskutohen në tabelë p.sh.: kur ka përgjigje të ndryshme, kur mësuesi/ja vuri re se nxënësit kishin vështirësi në zgjidhje etj. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, nxënësit argumentojnë përgjigjet e tyre.</p> <p>Kalohet në rubrikën Eksplorim/përtej provimeve. Pasi njihen me të dhënat historike lidhur me figurën e Ajnshtajnit, nxënësit kalojnë studimin e rubrikës Zbatime. Pasi kanë studiuar shembullin e dhënë në tekst, mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë ushtrimin e dhënë në orën e mëparshme: Përcaktoni këndin ndërmjet vektorëve njësi <math>\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}</math> nëse dihet se <math>\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}</math> në rrugë gjeometrike dhe vektoriale. Disa nxënës përpiqen të njehsojnë këndin duke përdorur vetinë e këndeve të trekëndëshit barabrinjës, ndërsa të tjerë ndjekin shembullin e zgjidhur. Në fund, të dyja mënyrat prezantohen në tabelë. Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë në dyshe (sipas bankave) ushtrimet 2-9 në faqen 140, si dhe 3-6/a në faqen 157. Dyshe të ndryshme diskutojnë raste të ndryshme (dyshtet fqinje nuk marrin të njëjtin rast) Në përfundim të punës, disa prej dysheve prezantojnë zgjidhjet në tabelë, dhe në të njëjtën kohë, mësuesi/ja nëpërmjet marrëdhënieve pyetje-përgjigje, kërkon të sjellë në vëmendje të nxënësve edhe njëherë kuptimet themelore këtyre kapitujve p.sh.:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ç’kuptim ka fakti që 3 pika janë në një drejtëz e shprehur me gjuhën e vektorëve?</li> <li>- Cili është kushti që dy vektorë janë pingulë?</li> <li>- Si llogaritet koeficienti këndor i tangjentes me një vijë?</li> <li>- Kur dy drejtëza janë pingule?</li> <li>- Cili rregull të derivimit zbatuat?</li> </ul> <p>Zgjidhjet e tyre prezantohen në tabelë duke komentuar hapat që ndiqen dhe argumentuar përgjigjen.</p>	

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të punojnë në grupe me nga 4 veta. Secili grup punon me ushtrimet që i caktohen nga rubrika Vlerësim dhe nga ushtrimet për përsëritje kreu 3-6. Grupet fqinje kanë situata të ndryshme për të zgjidhur. Mësuesi/ja ndan detyrat për grupet.

Grupi 1: Ushtrimet  
1 fq 140; 8 fq 157  
dhe 20 fq 159.

Grupi 2: Ushtrimet  
3 fq 140; 9 fq 158 dhe  
34 fq 159.

Grupi 3: Ushtrimet  
6 fq 140; 10/a fq 158  
dhe 22, 23 fq 159

Grupi 4: Ushtrimet  
8 fq 140; 15fq 158  
dhe 24 fq 218

Grupi 5: Ushtrimet  
4 fq 140; 17fq 158 dhe  
27, fq 159.

Grupi 6: Ushtrimet  
5 fq 140, 18/a fq 158  
dhe 28 fq 159.

Grupi 7: Ushtrimet  
7 fq 140; 19/a fq 158  
dhe 29 fq 159.

Grupi 8: Ushtrimet  
10 fq 140; 12 fq 158  
dhe 30 fq 159.

Ndërkohë që nxënësit punojnë në grupe, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe orienton nxënësit që hasin vështirësi në zgjidhje. Gjatë kryerjes së detyrës, nxënësit orientohen të mbajnë parasysh njohuritë e përsëritura në fillim të orës së mësimit. Grupet që kanë të njëjtën detyrë krahasojnë zgjidhjet dhe vlerësojnë punën e grupit tjetër.

Më pas, përfaqësues të grupeve prezantojnë zgjidhjen në tabelë dhe nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth zgjidhjes. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve në tabelë, mësuesi/ja u drejton pyetje nxënësve me qëllim që të argumentohen zgjidhjet. Edhe nxënësit mund t'u drejtojnë pyetje shokëve nëse mendojnë se kanë situata të paqarta ose pasaktësi në zgjidhje. Në përfundim të veprimtarive, mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të vlerësojnë punën e grupit që prezanton.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson disa të tjerë lidhur me saktësinë e zgjidhjes së situatave të ndryshme. Këtë vlerësim, mësuesi/ja e mbështet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre si dhe në punën që zhvilluan në fazën e parë të mësimit gjatë plotësimit të kllasterave dhe hartave të konceptit. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bënë për njërit-tjetrin gjatë kontrollit të punës së grupeve në fazën e dytë të orës së mësimit si dhe aftësinë për të argumentuar zgjidhjet e bëra.

**Detyra:** Ushtrimet 4, 11, 31 në faqen 160. Mësuesi/ja orienton nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyra hulumtuese:** Hulumtoni për raste të tjera situatash që zgjidhen me ndihmën e vektorëve.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Test përmbledhës 3 (kreu 3, 4, 5, 6 me zgjedhje) Diskutim dhe vetëvlerësim për testin përmbledhës		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- zgjidh ekuacione trigonometrike duke përdorur formula të ndryshme të trigonometrisë;</li> <li>- vërteton identitete të ndryshme trigonometrike;</li> <li>- njehson derivatin (shpejtësinë e ndryshimit të funksionit) për një funksion (elementar, fuqi, trigonometrik, të përbërë etj.);</li> <li>- studion monotoninë dhe përkulshmërinë e një vije me ndihmën e derivatit;</li> <li>- shkruan ekuacionet e tangjentes dhe pingules me një vijë;</li> <li>- njehson integralin e një funksioni duke përdorur tabelën e integraleve dhe teknika të ndryshme integrimi;</li> <li>- njehson syprina të ndryshme me ndihmën e integralit;</li> <li>- zgjidh problema gjeometrike duke përdorur vektorët trepërmasorë;</li> </ul>		<b>Njohuritë kryesore matematikore që do kontrollohen gjatë zhvillimit të testit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- gjetja e vlerës së funksionit; trigonometrik;</li> <li>- vërtetimi identiteteve trigonometrike;</li> <li>- ekuacionet trigonometrike;</li> <li>- njehsim derivati;</li> <li>- njehsim integrali;</li> <li>- mesi i segmentit;</li> <li>- njehsimi syprinave vijëpërkulura;</li> <li>- veprime me vektorët 3D; gjatësia e vektorit;</li> <li>- njehsimi i koordinatave të vektorëve trepërmasorë.</li> </ul>	

- përdor kushtin e pingultisë dhe të paralelizmit të vektorëve në problema të ndryshme.	
<b>Burimet:</b> teksti i nxënësit, testi i përgatitur nga mësuesi/ja	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<p><b>Organizimi i orës së mësimit:</b>  <b>Ora e parë:</b> 45 minutat e para zhvillohet testi.  <b>Ora e dytë:</b>  <b>Parashikimi i njohurive:</b> Pasi nxënësit kanë përfunduar testin, mësuesi/ja kërkon që ata të shprehin mendimet e tyre rreth ushtrimeve të testit dhe vështirësive që ata hasën. Zhvillohet një diskutim ku nxënësit shprehen lirshëm rreth testit. Mësuesi/ja dëgjon mendimet e tyre dhe bën edhe sqarimet përkatëse.</p> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë tani zgjidhjen një për një të të gjitha kërkesave të testit. Për ushtrimet që nxënësit s'kanë hasur vështirësi apo s'kanë gjë të paqartë, mund të diskutohet vetëm përgjigjja pa e zgjidhur atë në tabelë.</p> <p>Ushtrimet e tjera zgjidhen në tabelë nga nxënës të ndryshëm, duke pasur parasysh që të paraqiten të gjitha mënyrat që ata kanë përdorur për zgjidhjen. Pasi dëgjon sqarimet dhe argumentimet e tyre rreth zgjidhjeve, mësuesi/ja ndërhyr në rast gabimi apo bën edhe vlerësim kur ata kanë arsyetuar në mënyrë të drejtë.</p> <p>Për ndonjë kërkesë të veçantë ku mund të mos jetë zgjidhur drejt nga asnjë nxënës, mësuesi/ja me anën e pyetjeve që drejton, i nxit nxënësit drejt zgjidhjes, duke theksuar edhe njohuritë që ata do të përdorin dhe pse pikërisht duhet të përdorin ato.</p> <p><b>Përforcimi i të nxënësve:</b> Pasi janë diskutuar të gjitha ushtrimet e testit, mësuesi/ja fton nxënësit të vetëvlerësojnë veten për sa i përket testit dhe të nxjerrin pikat e tyre të dobëta për këto kapituj. Dëgjon vetëvlerësimet e disa prej nxënësve.</p> <p><b>Vlerësimi:</b> Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime për disa prej nxënësve duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë për të përcaktuar saktë hapat e zgjidhjes të situatave problemore si dhe në zgjidhjen dhe argumentimin e tyre. Gjithashtu paraqet interes edhe vetëvlerësimi që nxënësit i bëjnë vetes së vet.</p> <p><b>Detyra:</b> mund të jepen ushtrime rreth njohurive ku ata paraqitën vështirësi.</p>	

**Test përmbledhës 3 ( kreu 3, 4, 5, 6)**

**Matematikë XII – me zgjedhje**  
**Trigonometri, Derivati, Integrali, Vektorët**

1. Njehsoni:
- a.  $\cos 75^\circ$ ; 2 pikë
  - b.  $\cos \alpha$  nëse  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  dhe  $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ; 2 pikë
  - c. syprinën e sektorit qarkor, me rreze  $r = 3$  cm, nëse gjatësia e harkut është  $\pi$ . 2 pikë
- 2.
- a. Zgjidhni ekuacionin  $\sin 2x + \sin x = 0$  në  $[0, 2\pi]$ ; 3 pikë
  - b. Vërtetoni identitetin:  $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ . 3 pikë
3. Njehsoni derivatin e funksioneve:
- a.  $y = 3 \sin x - 4e^x$  1 pikë
  - b.  $y = 3x^2 \cdot \ln x$  2 pikë
  - c.  $y = \ln(x^2)$  2 pikë
4. Në lëkundjen e një trupi të varur në sustë, largesa nga pozicioni fillestar jepet me formulën  $y = 10 \cos x$ , ku  $y$  jepet në cm dhe  $x$  në sekonda.
- a. Përcaktoni shpejtësinë e trupit në çastin  $t = \frac{\pi}{6}$ . 2 pikë
  - b. Përcaktoni nxitimin në çastin  $t = \frac{\pi}{4}$ . 2 pikë
5. Njehsoni:
- a.  $\int 4x^6 dx$ ; 1 pikë
  - b.  $\int 2x \sin x dx$ ; 3 pikë
  - c.  $\int \sin(2x - 1) dx$ . 2 pikë
6. Njehsoni syprinën e kufizuar nga grafiku i funksionit  $y = \frac{2x}{1 + 2x}$ , nga boshti i abshisave dhe nga drejtëzat:  $x = -1$  dhe  $x = 0$ . 3 pikë
7. Trekëndëshi ABC i ka kulmet në pikat A(-3, 4, 7), B(0, 2, 11) dhe C(3, 1, 1).
- a. Përcaktoni koordinatat e mesit të brinjës BC. 2 pikë
  - b. Tregoni se trekëndëshi ABC është kënddrejtë në A. 2 pikë
  - c. Përcaktoni ku duhet të merret pika D, në mënyrë që katërkëndëshi ABCD të jetë paralelogram. 2 pikë
8. Jepet vija me ekuacion  $y = x^2 + ax + b$ . Tangjentja e hequr në pikën  $x = 2$  të vijës është  $y = 2x - 1$ .

Gjeni a dhe b.							4 pikë
Nota	4	5	6	7	8	9	10
Pikët	0 – 9	10 – 15	16 – 20	21 – 25	26 – 30	31 – 35	36 – 40

### Çelësi i zgjidhjes

<b>Ushtrimi 1/a:</b>	shkruan $\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ)$	1 pikë
	zëvendëson dhe njehson vlerën e shprehjes	1 pikë
<b>Ushtrimi 1/b:</b>	shkruan $\cos^2 \alpha$ nga formula themelore	1 pikë
	njehson $\cos \alpha$	1 pikë
<b>Ushtrimi 1/c:</b>	shkruan formulën për gjatësinë e sektorit qarkor dhe nxjerr n	1 pikë
	zëvendëson n, në formulën që jep S, dhe gjen vlerën e saj	1 pikë
<b>Ushtrimi 2/a:</b>	zbërthen $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$	1 pikë
	faktorizon dhe kthen ekuacionin në trajtën $\sin x(2 \cos x + 1) = 0$	1 pikë
	zgjidh ekuacionet $\sin x = 0$ dhe $2 \sin x + 1 = 0$	1 pikë
<b>Ushtrimi 2/b:</b>	zbërthen $\sin 2\alpha$ dhe $1 + \cos 2\alpha$ dhe thjeshton faktorët e përbashkët	1 pikë
	shpreh $\sin \alpha$ dhe $1 + \cos \alpha$ në varësi të $\alpha/2$	1 pikë
	kryen thjeshtimet dhe vërteton identitetin	1 pikë
<b>Ushtrimi 3/b:</b>	shkruan formulën e derivatit të prodhimit	1 pikë
	njehson derivatin e funksionit	1 pikë
<b>Ushtrimi 3/c:</b>	shkruan derivatin e funksionit si funksion i përbërë	1 pikë
	njehson derivatin e funksionit	1 pikë
<b>Ushtrimi 4/a:</b>	përcakton barazimin që jep shpejtësinë si derivat të lëvizjes	1 pikë
	zëvendëson në derivatin e gjetur, vlerën e t	1 pikë
<b>Ushtrimi 4/b:</b>	përcakton barazimin që jep nxitimin si derivat të dytë të lëvizjes	1 pikë
	zëvendëson në derivatin e gjetur vlerën e t	1 pikë
<b>Ushtrimi 5/b:</b>	përcakton u dhe dv	1 pikë
	zbaton formulën e integrit me pjesë	1 pikë
	njehson integralin e funksionit	1 pikë
<b>Ushtrimi 5/:</b>	shkruan integralin duke bërë zëvendësimin $2x - 1 = u$	1 pikë
	njehson integralin e funksionit	1 pikë
<b>Ushtrimi 6:</b>	zbërthen thyesën në thyesa elementare	1 pikë
	njehson integralin e funksionit të përfutur	1 pikë
	shpreh syprinën si integrali i caktuar dhe gjen vlerën e tij	1 pikë
<b>Ushtrimi 7/a:</b>	shkruan formulat për koordinatat e mesit të segmentit	1 pikë
	njehson koordinatat	1 pikë
<b>Ushtrimi 7/b:</b>	njehson koordinatat e vektorëve $\overline{AB}$ , dhe $\overline{AC}$	1 pikë
	shkruan prodhimin numerik të tyre dhe e njehson atë	1 pikë
<b>Ushtrimi 7/c:</b>	shpreh lidhjen midis koordinatave të pikave D dhe A (M mesi i AD)	1 pikë
	njehson koordinatat e D	1 pikë
<b>ose:</b>	shkruan koordinatat e vektorëve $\overline{AB}$ dhe $\overline{DC}$	1 pikë
	barazon koordinatat e vektorëve dhe njehson koordinatat e D	1 pikë
<b>Ushtrimi 8:</b>	shkruan barazimin $f'(2) = 2$	1 pikë
	gjen nga ekuacioni i tangjentes se $f(2) = 3$ dhe e zëvendëson atë te funksioni	1 pikë
	formon sistemin $\begin{cases} f'(2) = 2 \\ 3 = 4 + 2x + b \end{cases}$	1 pikë
	zgjidh sistemin dhe përcakton vlerën e a dhe b	1 pikë



# PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Probabiliteti me kusht. (Shkathësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Për çfarë na shërben matematika.</li><li>Norma e mbirjes së farave të lules sipas një raporti të dhënë</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>përdor mënyra të ndryshme për të paraqitur denduritë;</li><li>llogarit probabilitetin me kusht nga të dhëna të paraqitura në forma të ndryshme;</li><li>interpreton probabilitetin me kusht;</li><li>zgjidh situata reale me anë të probabilitetit me kusht.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> probabilitet, ngjarje rastësore, hapësira e rezultateve, bashkësi, diagrami-pemë, probabiliteti me kusht, ngjarje të pavarura.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë, biologji	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në fillim të orës së mësim, nxënësit njihen me materialin ilustrues për probabilitetin. Zhvillohet një diskutim i shkurtër rreth fakteve ku dhe pse përdoren probabiliteti me kusht apo shpërndarja binomiale. Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të rikujtojnë mënyrën e njehsimit të probabilitetit të një ngjarjeje. Për këtë do të diskutojnë në dyshe ushtrimet: <ul style="list-style-type: none"><li>Nëse hedhim një zar të rregullt kubik, sa është probabiliteti që të bjerë:<ul style="list-style-type: none"><li>numër çift?</li><li>numri 2?</li></ul></li><li>Për 15 numrat e parë natyrorë, vizatoni një diagram Veni për të treguar numrat e thjeshtë, numrat çift dhe numrat katrorë. Zgjedhim rastësisht një nga këta numra. Sa është probabiliteti që numri i zgjedhur të jetë:<ul style="list-style-type: none"><li>numër çift?</li><li>numër i thjeshtë dhe çift?</li><li>numër i thjeshtë ose çift?</li></ul></li><li>Një qese përmban 9 sfera blu dhe 2 sfera të gjelbra. Zgjidhen në mënyrë të rastësishme, njëra pas tjetrës pa kthim, tre sfera. Llogaritni probabilitetin që:<ul style="list-style-type: none"><li>të gjitha sferat janë blu;</li><li>të paktën 2 sfera janë blu.</li></ul></li></ul> <p>Ai/ajo fton nxënësit që nëpërmjet zgjidhjes së këtyre situatave të rikujtojnë terminologjinë dhe metodat që përdoren dhe njohuritë që kanë rreth probabilitetit. Pasi nxënësit përfundojnë zgjidhjet, ato diskutohen në tabelë.</p> <b>Ndërtimi i njohurive:</b> Atëherë, mësuesi/ja sqaron nxënësit se probabiliteti me kusht përdoret kur kemi informacion rreth rezultatit dhe kemi të bëjmë me një hapësirë më të vogël rezultatesh elementare. Probabiliteti me kusht mund të llogaritet duke përdorur diagramet e Venit, diagramet-pemë, tabelat me dy hyrje ose formulat. Komentohet rreth tabelës të paraqitur në fq. 142 të veprimeve me bashkësitë. <p>Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të rikujtojnë formulat për <math>p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}</math>, dhe drejton pyetjen:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>A mundet që <math>p(A/B) = p(A)</math>?</li><li>Çfarë themi për ngjarjet A dhe B në këtë rast?</li></ul>			

- Sa është  $p(A \cap B)$  në këtë rast?

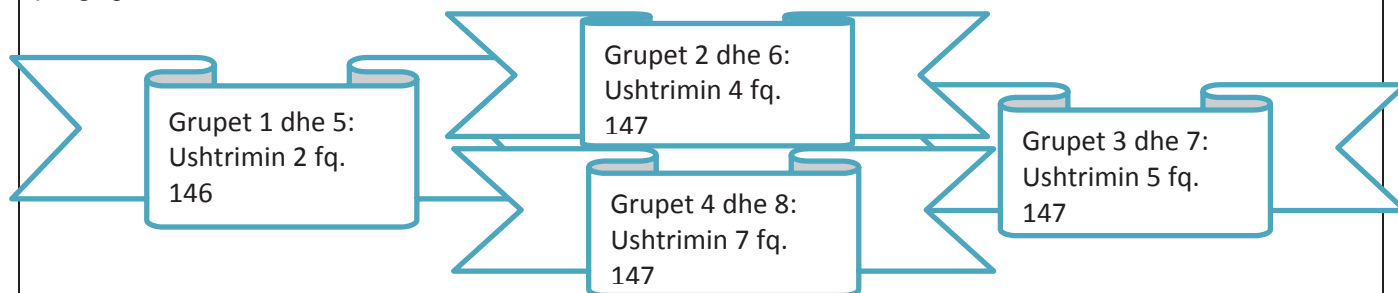
Prej këtej kalohet në diskutimin e shembujve 1 dhe 2 në faqet 142-143. Nxënësit në dyshe diskutojnë zgjidhjen e paraqitur në tekst. Në mënyrë që të nxisë të mësuarin nëpërmjet hulumtimit, mësuesi/ja mund t'u kërkojë nxënësve: tregoni dallimet midis ngjarjeve në kërkesat b, c dhe d të problemës;

Nxënësit vijojnë me studimin e shembullit 3 në faqen 143. Në këtë rast, theksi vihet te ndërtimi i diagramit-pemë dhe njehsimit të probabilitetit nëpërmjet saj.

Në zbatim të këtyre njohurive që u diskutuan, nxënësit në dyshe punojnë ushtrimet 1, 2, 6 dhe 7 në faqen 144. Çdo dyshe do të zgjidhë njërin nga ushtrimet, duke u kujdesur që dy dyshe fqinje të kenë ushtrime të ndryshme. Pasi përfundojnë zgjidhjen, dyshet që kanë të njëjtën detyrë, krahasojnë zgjidhjet me njëri-tjetrin duke korrigjuar edhe ndonjë gabim të mundshëm. Pas kësaj zgjidhjet e tyre diskutohen edhe në tabelë.

Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë rreth hapave që ata duhet të zbatojnë për të zgjidhur problemat duke përdorur probabilitetin me kusht. Po në dyshe, mësuesi/ja fton nxënësit të hulumtojnë rreth shembujve 4 dhe 5 në faqet 145-146. Në këtë rast, nxënësit kanë në vëmendje ndërtimin e tabelës dhe faktin se shumica e probabiliteteve të ngjarjeve elementare duhet të jetë 1.

**Përforcimi i të nxënit:** Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të punojnë në grupe me nga katër veta dhe përcakton detyrat për çdo grup.



Nxënësit marrin kohën e mjaftueshme, për të zgjidhur ushtrimin, dhe më pas, grupet që kanë situata të njëjta, krahasojnë përgjigjet. Përfaqësues të grupeve prezantojnë zgjidhjet duke argumentuar veprimet që ata kryejnë. Mësuesi/ja kërkon që nxënësit e tjerë të drejtojnë pyetje rreth zgjidhjes.

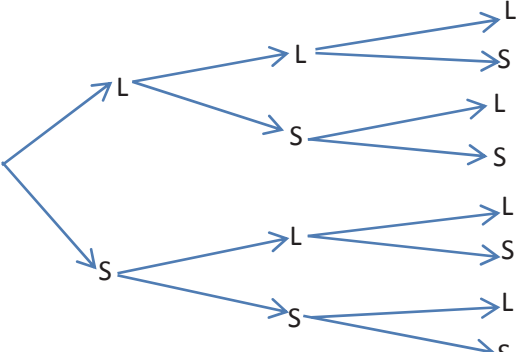
**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore, mban shënime në fletoren evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson disa të tjerë. Vlerësimin e nxënësve e mbështet në faktet si ata përcaktojnë mënyrën e zgjidhjes, si dhe në saktësinë që njehsojnë probabilitetet e kërkuara. Gjithashtu në vlerësim merr parasysh punën që ata kryen dhe qartësinë në prezantimin e përgjigjeve në tabelë, në pjesëmarrjen në diskutime etj.

**Detyra:** Ushtrimet 5-8 në faqen 144 dhe 3 dhe 6 në faqen 147. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 8 në faqen 147

# PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —																											
<b>Tema mësimore:</b> Shpërndarja binomiale (Shkathtësi dhe aftësi & Arsytim dhe zgjidhje problemore)		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Një çantë ka karamelle të tre llojeve me një raport të dhënë</li></ul>																												
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>ndërton diagramin-pemë në një grup provash të njëjta;</li><li>zbaton modelin e shpërndarjes binomiale të probabilitetit në rrethana të ndryshme;</li><li>përdor formulën për llogaritjen e probabilitetit të sukseseve në një shpërndarje binomiale;</li><li>zgjidh situata reale me shpërndarjen binomiale.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> probabilitet, shpërndarje, ngjarje elementare, shpërndarje binomiale, sukses, dështim; provë, raste.																												
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë, biologji, ekonomi																												
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>																														
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja fton nxënësit të zgjidhin situatat: <ul style="list-style-type: none"><li>Tregoni hapësirën e rezultateve të mundshme të hedhjes një, dy dhe tri herë të një monedhe të rregullt dhe plotësoni tabelën për çdo rast.</li></ul>																														
<table><tr><td>Nr. i herëve që bie lek</td><td>...</td></tr><tr><td>Probabiliteti</td><td>...</td></tr></table>				Nr. i herëve që bie lek	...	Probabiliteti	...																							
Nr. i herëve që bie lek	...																													
Probabiliteti	...																													
Për këtë, nxënësit do të punojnë në dyshe dhe ndërtojnë diagramin-pemë për çdo rast.																														
<div><div><div>hedhja: e parë</div><div>hedhja e dytë</div><div>hedhja e tretë</div></div><div></div></div> <div><table><tr><td rowspan="2">Në hedhjen e parë</td><td>Nr. i herëve që bie lek</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>Probabiliteti</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr></table><table><tr><td rowspan="2">Në hedhjen e dytë</td><td>Nr. i herëve që bie lek</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>Probabiliteti</td><td>0.25</td><td>0.5</td><td>0.25</td></tr></table><table><tr><td rowspan="2">Në hedhjen e tretë</td><td>Nr. i herëve që bie lek</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>Probabiliteti</td><td>0.125</td><td>0.25</td><td>0.25</td><td>0.125</td></tr></table></div> <div>Nëse mbledhni për secilën tabelë të gjitha probabilitetet që gjetët, çfarë vini re?</div>				Në hedhjen e parë	Nr. i herëve që bie lek	0	1	Probabiliteti	0.5	0.5	Në hedhjen e dytë	Nr. i herëve që bie lek	0	1	2	Probabiliteti	0.25	0.5	0.25	Në hedhjen e tretë	Nr. i herëve që bie lek	0	1	2	3	Probabiliteti	0.125	0.25	0.25	0.125
Në hedhjen e parë	Nr. i herëve që bie lek	0	1																											
	Probabiliteti	0.5	0.5																											
Në hedhjen e dytë	Nr. i herëve që bie lek	0	1	2																										
	Probabiliteti	0.25	0.5	0.25																										
Në hedhjen e tretë	Nr. i herëve që bie lek	0	1	2	3																									
	Probabiliteti	0.125	0.25	0.25	0.125																									
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja sqaron nxënësit se në mjaft raste, probabiliteti përfshin grupe provash identike dhe të pavarura. Kur provat kanë dy rezultate: “sukses” dhe “dështim”, për të modeluar situatën, mund të përdoret shpërndarja e probabiliteteve binomiale (konkretizon me shembullin më lart). Ai/ajo thekson se kushtet për përdorimin e shpërndarjes së probabiliteteve binomiale janë: <ul style="list-style-type: none"><li>➤ çdo provë ka vetëm dy rezultate të mundshme (“sukses” dhe “dështim”);</li><li>➤ numër fiks provash;</li><li>➤ prova të pavarura;</li><li>➤ provat janë identike (<math>p</math> është e njëjtë për çdo provë).</li></ul>																														
Pas kësaj komentohet edhe diagrami-pemë në faqen 148 të librit. Mësuesi/ja kërkon nga nxënësit të komentojnë ku qëndron ndryshimi midis rastit të studiuar prej tyre me atë në skemën e librit. (P: Ne studiuam hedhjen e një monedhe të rregullt.)																														
<b>Mësuesi/ja pyet:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Po nëse monedhën do ta hidhnim 8 herë si do të vepronit?</li></ul>																														

- A mund të vizatohet diagrami-pemë në këtë rast?

Ai/ajo sqaron përdorimin e koeficienteve binomiale në këtë rast dhe prezanton formulën që përdoret për llogaritjen e suksesit në një shpërndarje binomiale:  $p(X = x) = C_{n,x} p^x (1-p)^{n-x}$  dhe sqaron ç'është  $n$  dhe  $p$ . Më pas thekson që nëse  $X$  mund të marrë vetëm vlera të plota, atëherë  $p(X < x) = p(X \leq x - 1)$  dhe  $p(X > x) = 1 - p(X \leq x)$ .

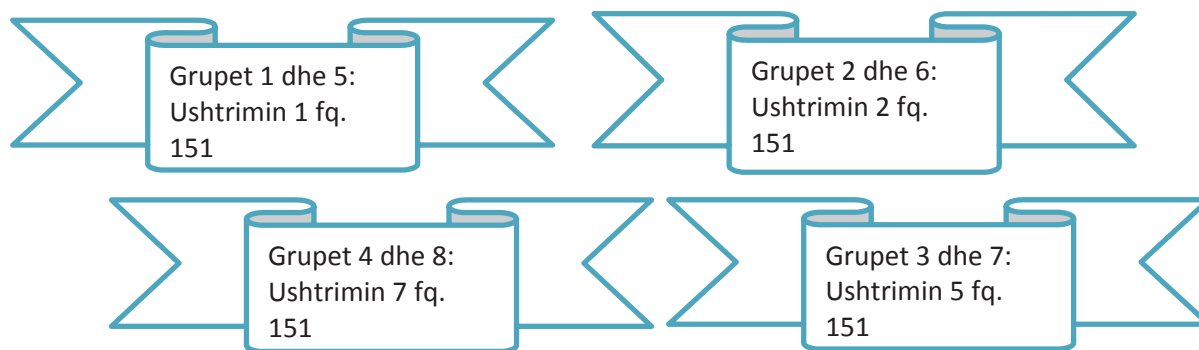
Kalohet në studimin e shembullit 1, ku nxënësit argumentojnë hap pas hapi zgjidhjen e tij. Mësuesi/ja njeh nxënësit edhe me vetitë e shpërndarjes binomiale, duke i ilustruar ato me fig. në faqen 149.

Në zbatim të gjithë kësaj sa mësuam, mësuesi/ja nxit nxënësit të punojnë në dyshe, ushtrimet 2 dhe 4 në faqen 150.

Mësuesi/ja ndjek punën e nxënësve nëpër banka, dhe pasi ata përfundojnë zgjidhjet komentohen në tabelë.

Më pas, mësuesi/ja diskuton me nxënësit rreth hapave që ndiqen për të zgjidhur problemat ku përfshihet shpërndarja binomiale dhe i fton të studiojnë në dyshe shembullin 2 në faqen 150.

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja udhëzon dyshet të grupohen në grupe katërshe dhe ndan detyrat për secilin grup.



Nxënësit marrin kohën e mjaftueshme, për të zgjidhur ushtrimin, dhe më pas, grupet që kanë situata të njëjta, krahasojnë përgjigjet. Përfaqësues të grupeve prezantojnë zgjidhjet duke argumentuar veprimet që ata kryejnë. Mësuesi/ja kërkon që nxënësit e tjerë të drejtojnë pyetje rreth zgjidhjes.

**Vlerësimi:** Në fund të orës së mësimi, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime për disa të tjerë, duke u mbështetur në punën që ata bënë në fletoret e tyre dhe në tabelë. Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në aftësinë që nxënësit kanë në evidentimin e rasteve të mundshme të provave të njëjta dhe të njëpasnjëshme, në plotësimin e tabelës së probabiliteteve, njehsimin e shpërndarjes së probabiliteteve binomiale etj. Gjithashtu, në vlerësim merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bëjnë për punën e njëri-tjetrit gjatë diskutimit të përgjigjeve.

**Detyra:** Ushtrimet 5-6 në faqen 150 dhe 3-4 në faqen 151. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e detyrave.

**Detyrë hulumtuese:** Ushtrimi 8 në faqen 151

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Modelimi me anë të probabilitetit. (Shkathësi dhe aftësi & Arsyetim dhe zgjidhje problemore) Përmbledhje dhe përsëritje. Eksplorim (Përtej provimeve). Vlerësim kreu 7.		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Koha e ardhjes në shkollë e dy shoqeve sipas shënimeve në ditët e javës.</li> <li>Numri i autobusëve që ndalojnë në secilin prej stacioneve të linjës sipas orarit të përcaktuar.</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b>		<b>Fjalët kyçe:</b> probabilitet, hapësira e rezultateve, bashkësi, diagrami-pemë, probabiliteti me kusht, ngjarje të pavarura, shpërndarje, ngjarje	

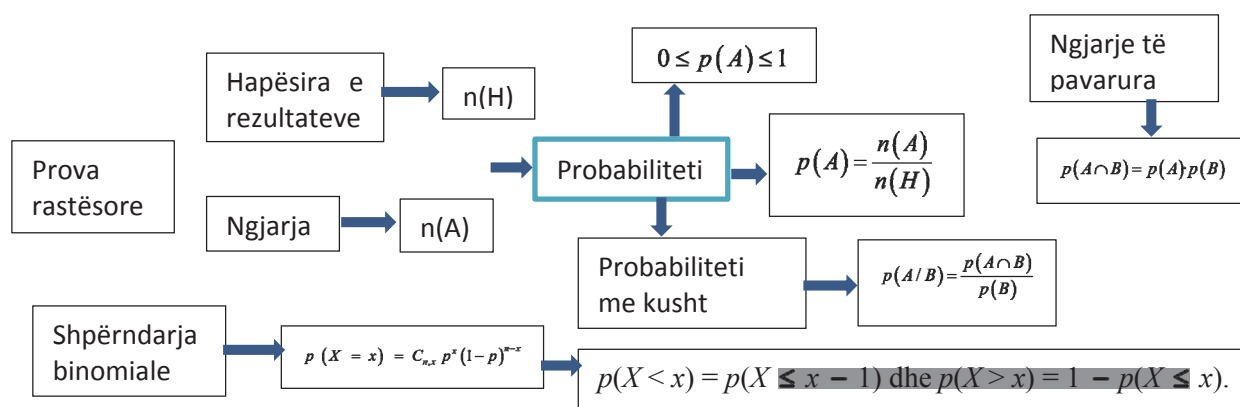
<ul style="list-style-type: none"> <li>- përdor të dhënat për të parë vlefshmërinë e modeleve të probabilitetit.</li> <li>- llogarit probabilitetin me kusht nga të dhëna të paraqitura në forma të ndryshme;</li> <li>- zbaton modelin e shpërndarjes binomiale të probabilitetit në rrethana të ndryshme.</li> </ul>	elementare, shpërndarje binomiale, sukses, dështim; provë, modele.
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë, biologji

### Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

#### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja paraqet në tabelë skemën e mëposhtme dhe nxit nxënësit të komentojnë rreth saj. Skema ka lidhje me konceptin e probabilitetit.

Ai/ajo udhëzon nxënësit, të punojnë në dyshe dhe të përmbledhin të gjitha njohuritë e deritanishme për probabilitetin.



Pasi nxënësit punojnë rreth kësaj detyre, japin mendimet e tyre. Zhvillohet një diskutim ku vetë nxënësit plotësojnë dhe korrigjojnë njëri-tjetrin.

**Ndërtimi i njohurive:** Mësuesi/ja sqaron se shpesh, për të krijuar modele matematikore për situata reale, duhen bërë supozime thjeshtësuese. Më pas, modeli mund të analizohet dhe të përmirësohet:

- duke krahasuar rezultatet e parashikuara me të dhënat reale;
- duke vënë në diskutim supozimet e formuluar.

Për të testuar një model binomial, mund të përdorim mesataren. Për  $X \sim B(n, p)$ , mesatarja ( $\mu$ ) jepet nga  $\mu = np$ .

Mësuesi/ja për të konkretizuar njohuritë që sapo shpjegoi, paraqet për diskutim situatën e shembullit 1 në faqen 152.

Nxënësit diskutojnë në fillim në dyshe dhe më pas diskutimi shtrihet me të gjithë klasën.

Pas kësaj, nxënësit punojnë ushtrimet 1 dhe 2 në po këtë faqe. Zgjidhjet diskutohen në tabelë, ku nxënësi që e prezanton argumenton përgjigjet.

Mësuesi/ja fton nxënësit të diskutojnë rreth hapave që ata duhet të zbatojnë për të zgjidhur problema probabiliteti me modelim. Po në dyshe, mësuesi/ja fton nxënësit të hulumtojnë rreth shembullit 2 në faqen

153. Më pas, nxënësit punojnë ushtrimet 1 dhe 3 po në faqen 153. Zgjidhjet diskutohen në tabelë, ku ata argumentojnë çdo ide që hedhin. Në të njëjtën mënyrë veprohet edhe me ushtrimet 2 dhe 3 në faqen 154.

Kalohet në rubrikën Eksplorim/përtej provimeve. Pasi njihen me të dhënat historike lidhur me figurën e statisticienit Tomas Bej dhe teoremën e tij, nxënësit diskutojnë rreth rubrikës *Hulumtim*. Diskutohet rreth faktit që a do e ndërronit derën dhe pse?

Më pas kalohet në diskutimin e rubrikës *Shënim*, ku tregohet rreth zgjidhjes që i dha problemës së Monty Hall-it opinionistja Marilyn vos Savant. Pas këtij diskutimi, mësuesi/ja përcakton detyrën krijuese për portofolin e nxënësit që është rubrika: *Punë kërkimore*.

**Përforcimi i të nxënit:** Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të punojnë në grupe me nga 4 veta. Secili grup punon me ushtrimet që i caktohen nga rubrika *Vlerësim* për kreun 7. Çdo grup punon njërin nga ushtrimet 2, 4, 6, 8 faqe 156. Gjatë kryerjes së detyrës, mësuesi/ja iu kujton nxënësve që të kenë parasysh hapat që do të përdorin për zgjidhjen e ushtrimeve, duke i zbatuar rigorozisht ato në çdo ushtrim. Në momentin që grupet që kanë të njëjtën detyrë përfundojnë zgjidhjen, shkëmbejnë fletoret me njëri-tjetrin dhe kontrollojnë dhe vlerësojnë punën e grupit tjetër.

Më pas, përfaqësues të dy grupeve prezantojnë zgjidhjen dhe nxënësit e grupeve të tjera bëjnë pyetje dhe komente rreth zgjidhjes. Në përfundim të veprimtarive, mësuesi/ja nxit nxënësit që të vlerësojnë zgjidhjen më të mirë dhe të argumentojnë vlerësimin që bëjnë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson disa të tjerë, mbështetur në punën që ata bënë në fletoret e tyre, në saktësinë e përgjigjeve të dhëna, në komentimin e kllasterit për njohuritë e probabilitetit, si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim, mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin që nxënësit bënë për njëri-tjetrin, përgjigjet me gojë dhe plotësimin e modelit që nxënësit paraqitën në zgjidhjen e situatave të ndryshme. Një tregues tjetër i vlerësimit mund të jetë edhe puna që nxënësit bënë në grup gjatë zgjidhjes së detyrave, ose argumentimi i vlerësimit që ata bënë për shokët.

**Detyra:** Ushtrimet 2 faqe 153 dhe 5, 7, 9 faqe 156. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit për zgjidhjen e tyre.

**Detyrë krijuese për portofol: Kërkim.** Në 1889, **Joseph Bertrand** propozoi një problemë të ngjashme me atë të Monty Hall-it, e cila njihet si Paradoksi i Kutive të Bertrandit. Provoni ta zgjidhni atë. Mundohuni të përdorni aksiomat e Kolmogorovit.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII—
<b>Tema mësimore:</b> Diskutimi i portofolit të nxënësit në fund të tremujorit të tretë		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Detyra krijuese</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b>			
<b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>diskuton punimet në portofolin e tij;</li><li>jep mendime për portofolin e nxënësve të tjerë;</li><li>jep gjykimin për portofolin e tij.</li></ul>			
<b>Detyrat në portofol:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Detyrë krijuese për portofol: 1. Hulumtoni dhe zbuloni formulat për: <math>\sin A \cdot \sin B</math>; <math>\sin A \cdot \cos B</math>; 2. Llogaritni <math>87,14 \cdot 3,519</math> me ndihmën e funksioneve trigonometrike.</li><li>Detyrë krijuese për portofol: 1. Shkruani formulën për <math>(fg)^{(n)}</math> të njohur ndryshe si rregulli i Lajbnicit. 2. Rubrika <i>Sfidë</i> në faqen 100.</li><li>Detyrë krijuese për portofol: Hulumtoni për situata të tjera ku zbatohet njehsimi integral (puna në fizikë, syprina e kufizuar nga grafikë të ndryshëm, vëllimi i trupave që përftohen nga rrotullimi etj.).</li><li>Detyrë krijuese për portofol : Hulumtoni për raste të tjera situatash që zgjidhen me ndihmën e vektorëve.</li><li>Detyrë krijuese për portofol : <b>Kërkim.</b> Në 1889, <b>Joseph Bertrand</b> propozoi një problemë të ngjashme me atë të Monty Hall-it, e cila njihet si Paradoksi i Kutive të Bertrandit. Provoni ta zgjidhni atë. Mundohuni të përdorni aksiomat e</li></ul>			

Kolmogorovit.

- Detyra hulumtuese nga kapitulli 3: Ushtrimet: 9-10, 11 në faqen 55; 8, 9 në faqen 59; 30 në faqen 65
- Detyra hulumtuese nga kapitulli 4: Ushtrimet: 8-9 në faqen 81; 8 në faqen 84; 6 në faqen 89; 5-6 në faqen 93; 8 në faqen 97; 7 në faqen 109
- Detyra hulumtuese nga kapitulli 5: Ushtrimet: 7 në faqen 109; 4 në faqen 113; 8 në faqen 117; 6 në faqen 121
- Detyra hulumtuese nga kapitulli 6: Ushtrimi: 9 në faqen 132

Përcaktoni këndin ndërmjet vektorëve njësi  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  nëse

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

- Detyra hulumtuese nga kapitulli 7: Ushtrimet: 8 në faqen 147; 8 në faqen 151
- Projekti 1. Faza e tretë

**Burimet:** teksti i nxënësit, interneti, libra shkencorë, enciklopedi

**Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:**

### Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

**Organizimi i orës së mësimi:** Nxënësit kanë përgatitur dhe kanë me vete portofolat e tyre. Nxënësi ka të detyruar të paraqesë në portofol projektin dhe 3 nga detyrat hulumtuese më lart ku të paktën njëra prej tyre do të jetë nga tre detyrat krijuese. Prezantojnë detyrat që kanë zhvilluar dhe japin gjykimin e vet për saktësinë dhe qartësinë e tyre. Diskutoj portofolin e secilit nxënës duke pasur parasysh shënimet që kam vendosur në projektin kurrikular ose në detyrat hulumtuese gjatë kohës së zhvillimit të tyre.

Komunikoj vlerësimin e portofolit duke argumentuar anët e forta dhe të dobëta për secilin nxënës, duke pasur parasysh edhe gjykimin e vetë nxënësit. Udhëzoj sipas rastit kur është e nevojshme përmirësimin e ndonjë detyre apo pasurimin e portofolit me punë të tjera hulumtuese.

Vlerësohet si bonus ndonjë hulumtim i veçantë i nxënësit në lidhje me temat e zhvilluara.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja vlerëson nxënësit bazuar në shënimet që ai ka vendosur në projektin kurrikular dhe detyrat përkatëse. Vlerësimi i portofolit sugjerohet të bazohet mbi përcaktimin e peshave. Në rast se një detyrë është më krijuese dhe origjinale se të tjerat, asaj mund t'i vendoset një peshë më e madhe. Këtë e vendos mësuesi/ja rast pas rasti.

Një mënyrë vlerësimi për detyrat e sugjeruara:

Projekti	40%
Detyra krijuese	25%
Detyra hulumtuese	10% – 15% (sipas vështirësisë)

Nxënësi duhet të llogarisë detyrat që do të zhvillojë sipas peshave të paraqitura nga mësuesi/ja.

**Shënim:** Kjo temë zhvillohet në dy orë mësimore, me qëllim që të kontrollohen dhe diskutohen të gjithë portofolat. Kujdes, vlerësimi i portofolit të çdo nxënësi duhet të motivohet nga mësuesi/ja.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për provimin e maturës shtetërore:		<b>Situata e të nxënësit:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Bashkësitë, veprimet me to</li> <li>✓ Veprimet me numra. Radha e veprimeve.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Numri i nxënësve që merren me dy sporte</li> <li>• Interesi i parave të depozituara në bankë</li> </ul>	

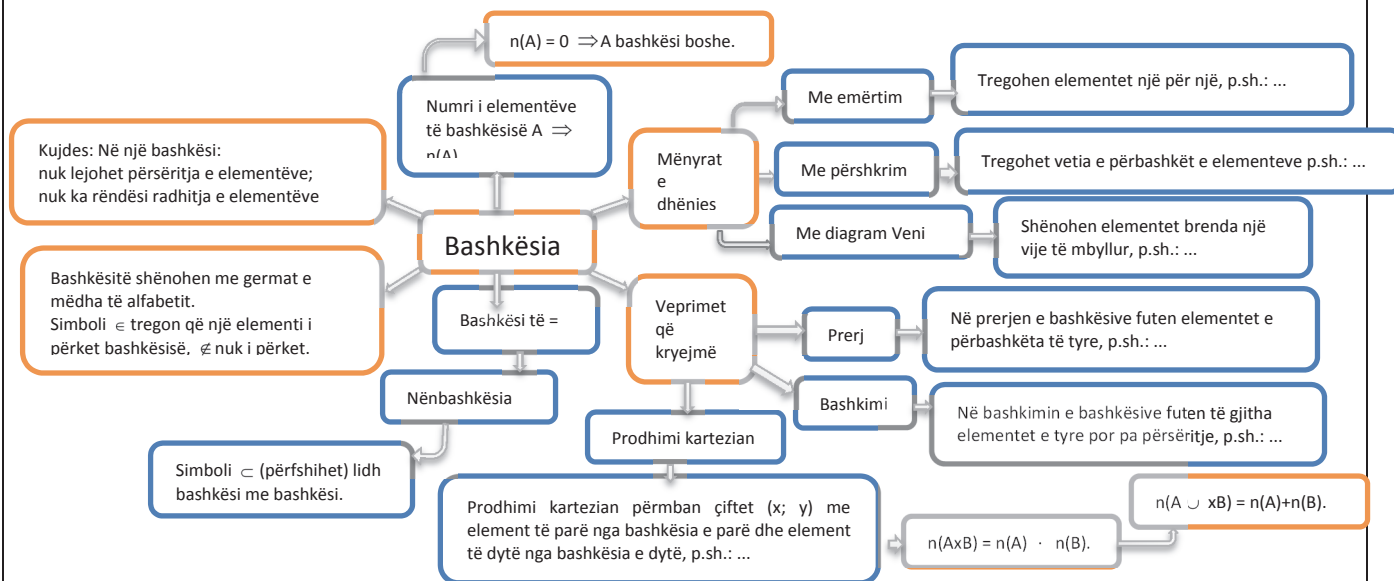


✓ Përpjesëtimet, përqindjet, interesi i thjeshtë, interesi i përbërë	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- shkruan bashkësitë në mënyra të ndryshme;</li> <li>- gjen prerjen dhe bashkimin e dy bashkësive të fundme e të pafundme;</li> <li>- kryen veprimet, sipas radhës, në një shprehje numerike;</li> <li>- formon përpjesëtime dhe njehson vlerat e panjohura;</li> <li>- shpreh si përqindje një raport vlerash;</li> <li>- njehson pjesën e së të tërës;</li> <li>- njehson interesin, interesin e përbërë në situata reale.</li> </ul>	<b>Fjalët kyçe:</b> bashkësi, bashkësi e fundme, e pafundme, segment, interval, gjysminterval, gjysmësegment, prerje, bashkim, radha e veprimeve, shprehje algjebrike, reduktim
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkencë, ekonomi, fizikë

### Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

#### Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Mësuesi/ja ndan klasën në dy grupe të mëdha dhe fton njërin nga grupet të hartojnë një kllaster për njohuritë që ata kanë rreth bashkësive dhe veprimeve me to, dhe grupin tjetër për veprimet me numrat; përpjesëtimi, përqindja, interesi. Kllasteri ndërtohet në tabelë, ku nxënësit e secilit grup plotësojnë me radhë çfarë iu kujtohet rreth këtyre koncepteve, duke ndihmuar edhe njëri-tjetrin. Një pamje e njërit prej kllasterave mund të jetë:



Mësuesi/ja udhëzon që ata të plotësojnë gjithë çka dinë rreth konceptit. Në këtë mënyrë, nxënësit plotësojnë ose korrigjojnë punën e njëri-tjetrit. Kllasteri i prezantuar mbahet shënim nga nxënësit në fletoret e tyre.

**Ndërtimi i njohurive:** Pasi kanë diskutuar kuptimet themelore që do të përsëriten, mësuesi/ja paraqet në tabelë tipa të ndryshëm ushtrimesh në lidhje me njohuritë e mësipërme. Disa tipa të ushtrimeve mund të jenë:

#### Ushtrimi 1.

a) Jepni me emërtim bashkësitë:  $A = \{x \in R / -2 \leq x \leq 4\}$  dhe  $B = \{x \in R / x \geq 2\}$ .

b) Tregoni prerjen dhe bashkimin e tyre.

c) Tregoni numrat e plotë që bëjnë pjesë në  $A \cap B$ .

**Ushtrimi 2.** Në një klasë me 30 nxënës, 4 nxënës nuk merren me sport, 15 luajnë futboll, 16 luajnë basketboll.

a) Sa nxënës merren me të dyja sportet?

b) Sa nxënës merren me të paktën një sport?

c) Sa nxënës merren vetëm me një sport?

**Ushtrimi 3.**

a. Njehsoni:  $\sqrt{28 + 4^2 - (10 - 2)} + 4 \cdot 3$ ;

b. Thjeshtoni:  $\frac{x}{x-2} : \frac{x^2}{x^2 - 2x}$

**Ushtrimi 4.**

a. Njehsoni 30 % të 150.

b. Nëse 30 % e numrit është 250, sa është numri?

c. Një artikull kushton 40 000 lekë. Sa do të bëhet çmimi nëse pëson dy rritje të njëpasnjëshme prej 10%?

d. Nëse depozitohet në bankë shuma prej 800 000 lekësh, me interes 3,5% në vit, sa do të jetë kapitali pas 1 viti; pas 5 vjetësh?

**Ushtrimi 5.**

Popullsia e një qyteti është 52 000 banorë. Popullsia rritet me 1,5% çdo vit.

a. Gjeni popullsinë pas 6 vitesh.

b. Kur do të arrijë popullsia 60 000 banorë?

Nxënësit punojnë në grupe, por edhe brenda grupit mund të ndajnë detyrat, në mënyrë që të diskutohen të gjitha ushtrimet.

Në përfundim të punës, përfaqësues të grupeve fqinje, këmbëjnë fletoret dhe verifikojnë përgjigjet. Pas korrigjimit, secili grup prezanton një nga zgjidhjet e gjetura. Gjatë zgjidhjes në tabelë bëhet edhe argumentimi i zgjidhjes.

**Përforcimi i të nxënit:** Në varësi të situatës që u vunë re në fazën e parë të mësimi, si dhe në përputhje me programin e maturës shtetërore, mësuesi/ja përcakton ushtrime plotësuese. Disa ushtrime alternative mund të jenë:

1.  $A = \{0, 3, 4\}$   $B = \{0, 4, 5, 6\}$  Gjeni  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \times B$ .

2.  $n(A^2) = 16$ ,  $(2, 4) \in A^2$  dhe  $(1, 3) \in A^2$ . Gjeni A.

3. Ndani segmentin 24 cm, në dy pjesë në raportin 1:3.

4. Një artikull pëson dy ulje të njëpasnjëshme prej 10%. Sa % u ul çmimi?

5. Në një grup prej 30 nxënësish, 19 pinë vetëm çaj, 13 pinë vetëm kafe dhe 8 pinë edhe çaj edhe kafe. Sa nxënës nuk pinë as çaj e as kafe?

Përfaqësues të grupeve paraqesin dhe argumentojnë zgjidhjet në tabelë.

Gjithashtu, në varësi të kohës mund të zhvillohet edhe veprimtaria “shkëmbe një problem”, ku grupet i japin njëri-tjetrit një ushtrim për të zgjidhur.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në fletoren-evidencë për disa nxënës dhe vlerëson disa të tjerë duke pasur parasysh saktësinë në zgjidhjen e situatave të ndryshme problemore, bashkëpunimin në grup, si edhe vlerësimi që nxënësit i bëjnë njëri-tjetrit në zgjidhjen e detyrave.

**Detyra:** Ushtrime nga teste të rëna në vite, si dhe nga tekste alternative: fletore pune, përgatitës për maturën etj.

**PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE**

Dt. \_\_\_\_\_

Fusha: Matematikë	Lënda: Matematikë me zgjedhje	Shkalla: VI	Klasa: XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për provimin e maturës shtetërore: ✓ Fuqitë dhe rrënjët ✓ Logaritmet		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Lartësia e bimës së fasules</li><li>Masa e majasë së bukës</li></ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> - njeh dhe zbaton vetitë e fuqive;		<b>Fjalët kyçe:</b> radha e veprimeve, shprehje algjebrike, reduktim, fuqitë, rrënjët, logaritmi, baza	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- njeh dhe zbaton vetitë e rrënjëve;</li> <li>- njeh dhe zbaton vetitë e logaritmit;</li> <li>- kryen veprime duke zbatuar vetitë e rrënjëve, fuqive, logaritmit;</li> <li>- zgjidh ekuacione logaritmike dhe eksponenciale.</li> </ul>	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit	<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> ekonomi, biologji
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>	
<p>Organizimi i orës së mësimi:</p> <p>Parashikimi i njohurive: Mësuesi/ja fillimisht ndan klasën në tre grupe të mëdha. Për secilin grup, përcakton si detyrë të hartojnë një kllaster për konceptet kryesore që do të trajtohen në këtë orë mësimore:</p> <div data-bbox="142 562 1474 709" data-label="Diagram"> <pre> graph LR     A[Fuqitë dhe vetitë e tyre]     B[Rrënjët dhe vetitë e tyre]     C[Logaritmi dhe vetitë e tj.]     A --- B --- C   </pre> </div> <p>Nxënësit punojnë në grupe për rreth 10 minuta. Mësuesi/ja udhëzon që ata të plotësojnë gjithçka dinë rreth konceptit. Më pas, tre përfaqësues prezantojnë përgjigjet në tabelë. Kllasteri i prezantuar mund të plotësohet apo përmirësohet edhe nga grupet e tjerë.</p> <p>Mësuesi/ja udhëzon nxënësit që vetitë përkatëse t'i shoqërojnë edhe me shembuj.</p> <p>Ndërtimi i njohurive: Pasi kanë diskutuar kuptimet themelore që do të përsëriten mësuesi/ja paraqet në tabelë tipa të ndryshme ushtrimesh në lidhje me njohuritë e mësipërme. Disa tipa të ushtrimeve mund të jenë:</p> <p><b>Ushtrimi 1.</b> Një portokall e ka diametrin 12 cm. Pasi qërohet, vëllimi i tij është <math>\frac{500}{3}\pi \text{ cm}^3</math>. Sa ishte trashësia e lëkurës?</p> <p><b>Ushtrimi 2.</b> Paraqitni në trajtë standarde numrat: 75000, 750, 75, 0,75, 0,075.</p> <p><b>Ushtrimi 3.</b></p> <p>c. Njehsoni: <math>\sqrt{28 + 4^2 - (10 - 2)} + 4 \cdot 3</math> ;</p> <p>d. Thjeshtoni: <math>\frac{x}{x-2} : \frac{x^2}{x^2 - 2x}</math></p> <p><b>Ushtrimi 4.</b></p> <p>a. Ktheni si fuqi me bazë 2: 1, 2, 4, <math>2\sqrt{2}</math>, <math>\frac{1}{2\sqrt{2}}</math></p> <p>b. Njehsoni logaritmin me bazë 2 të numrave 1; 2; 4; 8; 16; <math>\frac{1}{2\sqrt{2}}</math>, <math>2\sqrt{2}</math>.</p> <p>c. Zgjidhni ekuacionet: <math>2^x = 16</math>, <math>\log(x-2) + \log(2+x) = \log 21</math>.</p> <p>d. Paraqitni më thjesht shprehjet: <math>\sqrt{72} + 3\sqrt{50} - \sqrt{8}</math>; <math>\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2} - 3\sqrt{5}}</math></p> <p><b>Ushtrimi 5.</b> Masa e majasë dyfishohet çdo ditë. Pas sa ditëve kjo masë do të trefishohet?</p> <p><b>Ushtrimi 6.</b> Treguesi hidrogjenor i tretësirës pH jepet nga formula <math>pH = -\log x</math>, ku <math>x</math> është përqendrimi i joneve të hidrogjenit në tretësirë. Tretësira konsiderohet asnjansë, kur <math>pH = 7</math>; acide, kur <math>pH &lt; 7</math>; bazike, kur <math>pH &gt; 7</math>. Si duhet të jetë përqendrimi i joneve të hidrogjenit në tretësirë, në mënyrë që ajo të jetë acide? Bazike?</p> <p>Nxënësit punojnë në grupe, por edhe brenda grupit mund të ndajnë detyrat, në mënyrë që të diskutohen të gjitha ushtrimet. Në përfundim të punës, përfaqësues të grupeve këmbëjnë fletoret dhe verifikojnë përgjigjet. Pas korrigjimit, secili grup prezanton një nga zgjidhjet e gjetura. Gjatë zgjidhjes në tabelë bëhet edhe argumentimi i zgjidhjes.</p>	

Përforcimi i të nxënit: Në varësi të situatës që u vunë re në fazën e parë të mësimit, si dhe në përputhje me programin e maturës shtetërore, mësuesi/ja përcakton ushtrime plotësuese. Disa ushtrime alternative mund të jenë:

6. Kryeni veprimet:

a.  $\frac{\sqrt{18} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{50}}{3\sqrt{8} - 2\sqrt{98}};$

b.  $\log_6 3 + \log_6 2 =$

c.  $\frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}$

7. Zgjidhni ekuacionet:

a.  $\log x + \log(x + 2) = 99$

b.  $2^{5x} = 4^{2x+1}$

8. Popullata P në qindra qeliza, e një mikrorganizmi rritet në mënyrë eksponenciale në varësi të kohës  $t$  (në orë), sipas

formulës  $P = Ae^{\frac{1}{20}t}$ .

t	0	5	10	15
P	4			

a. Gjeni vlerën e konstantes A. Kopjoni dhe plotësoni tabelën, më pas ndërtoni grafikun që paraqet të dhënat.

b. Cila është shpejtësia e rritjes së popullatës, kur  $t = 5$ ? Argumentoni përgjigjen.

1. Lartësia  $h$  (cm) e një bime fasuleje pas  $t$  orësh rritjeje, jepet me anë të formulës  $h = 0.3e^{0.1t}$ . Sa është shpejtësia e rritjes së bimës së fasules, kur  $t = 5$ ?

Përfaqësues të grupeve paraqesin dhe argumentojnë zgjidhjet në tabelë.

Gjithashtu në varësi të kohës, mund të zhvillohet edhe veprimtaria “shkëmbe një problem”, ku grupet i japin një ushtrim për të zgjidhur njëri-tjetrit.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në fletoren-evidencë për disa nxënës, dhe vlerëson disa të tjerë duke pasur parasysh saktësinë në zgjidhjen e situatave të ndryshme problemore, bashkëpunimin në grup, si edhe vlerësimi që nxënësit i bënë njëri-tjetrit në zgjidhjen e detyrave.

**Detyra:** Ushtrime nga teste të rena në vite, si dhe nga tekste alternative: fletore pune, përgatitës për maturën etj.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për provimin e maturës shtetërore: ✓ Funksionet ✓ Bashkësia e përcaktimit ✓ Bashkësia e vlerave		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> - interpreton rezultatet e shprehjeve si vlera të funksioneve; - gjen bashkësinë e përcaktimit të një funksioni; - gjen bashkësinë e vlerave të një funksioni; - interpreton procesin e kundërt si funksion i anasjellë; - gjen përbërjen e dy ose më shumë funksioneve.		<b>Fjalët kyçe:</b> bashkësi e përcaktimit, bashkësi e vlerave, funksion i anasjellë, kompozim i funksionit, funksion i përbërë.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			

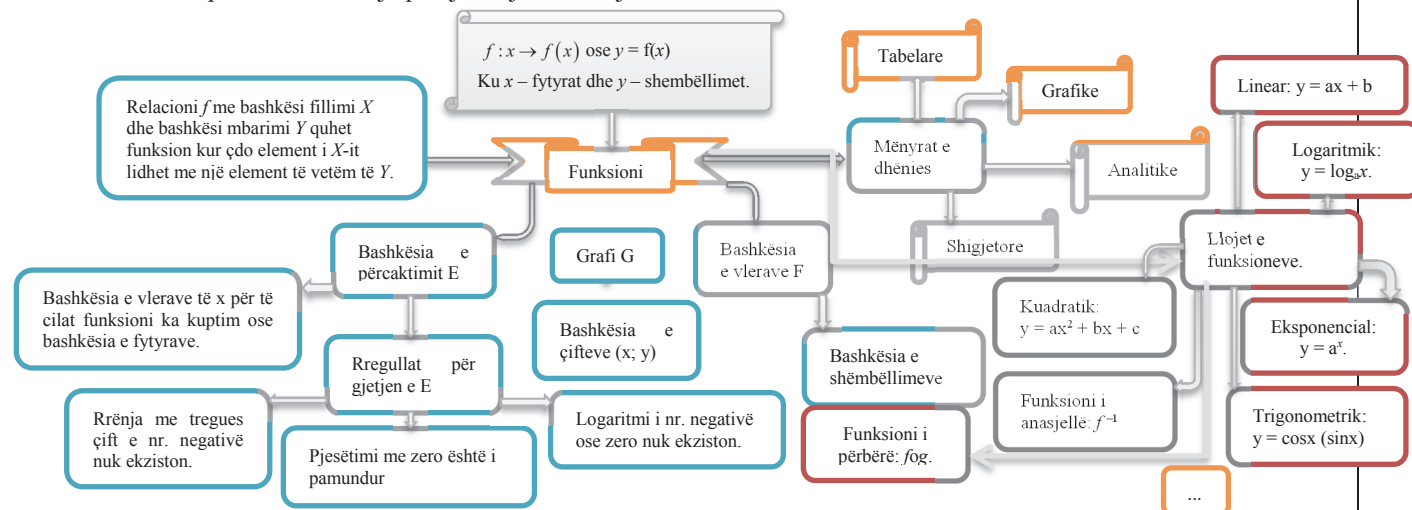
## Organizimi i orës së mësimi:

**Parashikimi i njohurive:** Në fillim të orës së mësimi, mësuesi/ja shkruan në tabelë fjalën:

Funksioni

dhe fton nxënësit të ndërtojnë hartën e konceptit të tij. Ai/ajo udhëzon nxënësit të kujtojnë gjithçka dinë për funksionin duke filluar nga përkufizimi i tij, bashkësia e përcaktimit, bashkësia e vlerave, grafi, funksioni i anasjellë, funksioni i përbërë, llojet e funksionit etj.

Nxënësit fillimisht punojnë në fletoret e tyre dhe më pas plotësohet kllasteri në tabelë. Ata hedhin idetë e tyre derisa të ndërtohet kllasteri përfundimtar. Një pamje e tij mund të jetë:



**Ndërtimi i njohurive:** Pasi janë përmbledhur të gjitha njohuritë për funksionin, mësuesi/ja nxit nxënësit të formojnë shprehitë studimore nëpërmjet ushtrimeve:

**Ushtrimi 1.** Gjeni bashkësinë e përcaktimit dhe bashkësinë e vlerave të funksioneve:

$$y = \sqrt{\frac{2x+8}{x-1}}; y = \sqrt{1-3^x}; y = \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^x - 1}$$

**Ushtrimi 2.** Gjeni të anasjellin e funksionit:

$$y = \frac{12-7x}{2x}$$

**Ushtrimi 3.** Për funksionet  $f(x) = 5x$ ;  $g(x) = 2x - 3$  gjeni:

- $f^{-1}(x)$ ;  $g^{-1}(x)$
- $f(g(x))$ ;  $g(f(x))$ ;  $f(f(x))$ ;  $g(g(x))$

**Ushtrimi 4.** Nëse funksionet  $f$  dhe  $g$  janë linearë,  $f(x) = 2x+3$  dhe  $f(g(x)) = 6x+7$ , gjeni  $g(x)$ .

**Ushtrimi 5.** Jepen funksionet:  $f: y = \frac{2x-1}{3}$  dhe  $g: y = x^2$ . Gjeni  $f \circ g$ ;  $g \circ f$ .

Këto situata diskutohen në grupe të veçanta ( secili grup diskuton një rast). Gjatë kohës që nxënësit diskutojnë ushtrimet, mësuesi/ja orienton dhe ndihmon grupet që hasin vështirësi. Në përfundim të punës secili grup prezanton punën e zhvilluar dhe del me përfundimin përkatës.

Pasi përfundojnë të gjitha grupet, disa përfaqësues të grupeve, prezantojnë zgjidhjet në tabelë duke argumentuar çdo veprim që ata kryejnë. Në përfundim të diskutimit të situatave, mësuesi/ja fton nxënësit të vlerësojnë shokët që prezantuan zgjidhjet.

**Përforsimi i të nxënit:** Në varësi të situatave që u vunë re në fazën e parë të mësimi, si dhe në përputhje me programin e maturës shtetërore, mësuesi/ja përcakton ushtrime plotësuese. Disa ushtrime alternative mund të jenë:

1. Gjeni të anasjellin e funksioneve:

- $y = x^2 - 1$
- $y = \sqrt{5x^2 - 25}$

2. Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksioneve:

$$a. \quad y = \sqrt{\frac{2-x}{x+1}};$$

$$b. \quad y = \sqrt{2^x - 1};$$

$$c. \quad y = \sqrt{(0,5)^x - 2}.$$

3. Jepen funksionet f:  $y = 2x^2 - 1$  dhe g:  $y = 3 - x$ .

a. Gjeni  $f \circ g$ ;  $g \circ f$ .

b. Për ç'vlerë të x, kemi:  $f \circ g = g \circ f$ .

$$c. \quad y = \sqrt{5x^2 - 25}$$

4. Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksioneve:

$$a. \quad y = \log(x^2 - 5x + 4)$$

$$b. \quad y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4)$$

5. Gjeni vlerën më të madhe për funksionin:  $y = x(\frac{5}{2} - x)$ .

6. Gjeni vlerën më të vogël për funksionin  $y = (x - 3)^2$ .

Nxënësit vazhdojnë punën nëpër grupet fillestare, ku diskutojnë rreth zgjidhjes. Pasi përfundojnë, krahasojnë zgjidhjet me grupet fqinje. Më pas, diskutohen disa prej zgjidhjeve në tabelë, ku nxënësit argumentojnë veprimet që kryejnë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në fletoren-evidencë për disa nxënës dhe vlerëson disa të tjerë duke pasur parasysh aftësinë e tyre në zgjidhjen dhe argumentimin e situatave të dhëna. Gjatë vlerësimit, mësuesi/ja mban parasysh edhe argumentimin që nxënësit bëjnë për shndërrimet e grafikëve. Një vend të rëndësishëm në vlerësim zë edhe vlerësimi që nxënësit i bëjnë njëri-tjetrit gjatë bashkëpunimit në grup.

**Detyra:** Ushtrime nga teste të rena në vite, si dhe nga tekste alternative: fletore pune, përgatitës për maturën etj.

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

Fusha: Matematikë	Lënda: Matematikë	Shkalla: VI	Klasa: XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për provimin e maturës shtetërore: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Shprehjet algjebrike, shndërrimi i formulave,</li> <li>✓ Ekuacione, inekuacione;</li> <li>✓ Vargjet, polinomet.</li> </ul>		<b>Situata e të nxënit:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mosha e Anës dhe e vëllezërve të saj</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- përdor veprimet algjebrike për të reduktuar shprehjet;</li> <li>- zëvendëson numrat në formula dhe shprehje;</li> <li>- riorganizon formulat për të ndryshuar subjektin;</li> <li>- zgjidh algjebrikisht dhe grafikisht ekuacione dhe inekuacione lineare ose të fuqisë së dytë me një ose dy ndryshore;</li> <li>- përfton kufizat e një vargu sipas rregullës kufizë-vend;</li> <li>- dallon dhe përdor vetitë e vargjeve të njohur për të njehsuar <math>a_n</math>;</li> <li>- faktorizon polinome të ndryshëm;</li> <li>- pjesëton polinome me shprehje algjebrike.</li> </ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> shprehje, reduktim, faktorizim, subjekt, funksion i anasjellë, funksion i përbërë, ekuacion, inekuacion, zgjidhje grafike, zgjidhje algjebrike, varg, progresion, vargje kuadratikë, vargjet e Fibonaçit, polinom, teorema Bezu, pjesëtim i polinomeve, teorema binomiale, koeficiente binomiale.	

Burimet: libri i nxënësit; libri i mësuesit.			Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare: Fizikë, Ekonomi, Teknologji.	
Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve				
Organizimi i orës së mësimi:				
Parashikimi i njohurive: Mësuesi/ja në këtë orë mësimi ndan klasën në 5 grupe. Për secilin grup përcakton ushtrime të veçanta.				
Grupi i parë:	Grupi i dytë:	Grupi i tretë:	Grupi i katërt:	Grupi i pestë:
1. Paraqitni më thjeshtë: a) $4a - 3b + 2a =$ b) $b)y(y + 3) - 2y(y + 1)$  2. Faktorizoni: a) $5x^2 + 10x =$ b) $21ab^2 - 14a =$ a) $30p^2 + 15pq^2 - 5pq^3$  3. Thjeshtoni shprehjen: $\frac{x^2 + x}{(x + 1)^2}$	1. Shkruani x si subjekt: a) $Ax - B = C$ b) $\sqrt{x + 4} = 2y$ c) $y = \frac{7x + 3}{x + 1}$  2. Faktorizoni shprehjet kuadratike: a) $16x^2 - 49$ b) $6x^2 + 7x - 3$ c) $4x^2 - 8x - 12$	1. Zgjidhni ekuacionet: a) $x^2 - 10x + 16 = 0$ b) $x^2 - 5x - 7 = 0$ c) $16x^2 - 25 = 0$  2. Zgjidhni inekuacionet: a) $5x - 4 > 21$ b) $x + y > 4$ c) $x^2 + 5x - 6 \leq 0$ d) $-2 \leq x - 3 < 4$ e) $ 4x^2 - 12  \leq 4$	1. Përcaktoni llojin e vargut, dhe më pas plotësoni me tri kufiza të tjera: a) 1, 3, 5, 7..... b) 1, 3, 7, 13.... c) 2, 3, 5, 8, 13.... d) 3, 6, 12, 24.... e) 1, 4, 9, 16..... 2. Për vargun: $T(n) = 3 - 2n$ a) gjeni kufizën e 5 <sup>-të</sup> b) a është 12 kufizë e këtij vargu 3. Gjeni formulën për $a_n$ . a) 3, 7, 11, 15... b) 4, 7, 12, 19....	1. Ktheni në polinom shprehjet: $(2x - 1)(3x + 2)^2$ 2. Për polinomin: $x^3 - 4x^2 + x + 6$ gjeni: a) $P(1)$ , $P(-1)$ , $P(2)$ , $P(-2)$ b) cila prej tyre është polinomit c) faktorizoni duke bërë pjesëtimin. 3. Me ndihmën e koeficientëve binomiale, njehsoni: a) $(2x - 3)^7$ b) termin që përmban $x^2$ në polinomin $(2 - 3x)^{10}$
Fillimisht, nxënësit punojnë në grupet e tyre ushtrimet. Gjatë kohës që nxënësit punojnë, mësuesi/ja vëzhgon punën e grupeve duke orientuar dhe ndihmuar grupet që hasin vështirësi.				
Ndërtimi i njohurive: Në përfundim të punës, grupet këmbëjnë fletoren me grupin fqinj: p.sh. grupi i parë i kalon shënimet te grupi i dytë; grupi i dytë kalon shënimet te grupi i tretë e kështu me radhë, secili grup vlerëson zgjidhjen e grupit tjetër. Pasi kanë kontrolluar zgjidhjet në fletore, përfaqësues të grupeve prezantojnë përfundimet në tabelë. Mësuesi/ja kujdeset që gjatë prezantimit të zgjidhjes, nxënësit të argumentojnë veprimet. Nëpërmjet marrëdhënieve pyetje-përgjigje, rikujtohen kuptimet themelore të kësaj ore përsëritjeje p.sh.:				
Grupi i parë: Çfarë kuptoni me monome të ngjashme? Cilën veti zbatuat kur hapët kllapat? Ç’kuptoni me faktorizim?				
Grupi i dytë: Ç’kuptoni me “ndrysho subjekt”? Cilat formula të rëndësishme përdorët në faktorizim? Cilat metoda mund të përdornit për rastet b dhe c?				
Grupi i tretë: Si do ta zgjidhni ekuacionin e fuqisë së dytë? Po inekuacionin e fuqisë së dytë? A mund të studioni shenjën e një prodhimi faktorësh? Cilët janë hapat që ndiqni gjatë zgjidhjes së një inekuacioni me dy ndryshore?				
Grupi i katërt: A mund t’i formuloni rregullat e emërimit të vargjeve? Cila është lidhja vend-kufizë që duhet të keni parasysh në secilin prej vargjeve? Si arsyetoni për të gjetur nëse një numër është apo jo kufizë e vargut?				
Grupi i pestë: Kur vlera e x quhet rrënjë e polinomit? Cilën teoremë zbatoni nëse do të faktorizoni një polinom? A mund të gjeni lehtë fuqinë e dytë, të tretë etj., të një polinomi pa përdorur shumëzimet e njëpasnjëshme? Nxënësit mund të drejtojnë pyetje të tjera, nëse kanë situata të paqarta.				
Përforsimi i të nxënësve: Në varësi të situatave dhe vështirësive që dalin në pah nga grupet e ushtrimeve, mësuesi/ja përcakton ushtrime të tjera që nxënësit do t’i punojnë në fazën e tretë të orës së mësimi. Disa ushtrime të mundshme mund të jenë:				



1. Paraqitni më thjeshtë:	
a) $5x^2 - 10x + 5$	b) $\frac{2x^2 + 4x}{8x}$ c) $\frac{a}{a+1} - \frac{a}{a+2}$ d) $89^2 - 11^2$
2. Ana ka dy vëllezër binjakë, të cilët janë 5 vjet më të vegjël se dyfishi i moshës së Anës.	
a) Shprehni shumën e moshës së tre fëmijëve.	
b) Nëse pas 10 vitesh, Ana do të jetë sa dyfishi i moshës që kishte para 11 vitesh, sa është tani?	
3. Proveni që katrori i çdo numri çift është shumëfish i numrit 4.	
4. Zgjidhni sistemin me një nga mënyrat që njihni: $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ .	
5. Paraqitni zonën që përcaktojnë 3 inekuacionet e mëposhtme:	
a) $2x + 3y < 10$	
b) $2y + 1 > 0$	
c) $y + 1 < x$	
6. Kufizat e vargut T(n) jepen nga formula $T(n) = 3n^2 + 4n$ .	
a) Gjeni kufizën e 5.	
b) A është 10 kufizë e vargut?	
7. Njehsoni:	
a) $C_{11,7}; C_{11,4};$	
b) kufizën që përmban fuqinë e 6 të x në zbërthimin e $(2x - 4)^9$	
8. Thjeshtoni shprehjet: $\frac{n!}{(n+1)!}; \frac{(n+3)!}{n!(n+1)!}$	
9. Gjeni zonën e zgjidhjeve të sistemit:	
$\begin{cases} 3x - 2y \leq 6 \\ x + 2y > 2 \end{cases}$	
Mësuesi/ja nxit nxënësit që njohuritë e rikujtuara t'i paraqesin në formë kllasteri dhe t'i përdorin në zgjidhjet e situatave të ndryshme.	
<b>Vlerësimi:</b> Në fund të orës së mësimit, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës, dhe mban shënime në fletoren-evidencë për disa të tjerë. Në vlerësim merr parasysh aftësinë që nxënësit kanë në evidentimin e informacionit (vetive, përkufizimeve etj.) si dhe përdorimin e tyre në zgjidhjen e situatave problemore. Vlerësimi do të mbështetet në punën që nxënësit bënë në fletoret e tyre si dhe do të argumentohet mbi bazën e nivelit të arritjeve të të përshtatura në funksion të orës së përsëritjes.	
<b>Detyra:</b> Ushtrime nga teste të rëna në vite, si dhe nga tekste alternative: fletore pune, përgatitës për maturën etj.	

## PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për provimin e maturës shtetërore:		<b>Situata e të nxënit:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Gjeometria në plan; teorema e Pitagorës; teoremat e Euklidit;</li> <li>✓ Njësitë e matjes, njësitë e përbëra,</li> <li>✓ Perimetri, syprina, vëllimi i kubit, kuboidit, prizmit, cilindrit, piramidës, konit dhe sferës.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Largesa ndërmjet qyteteve.</li> <li>• Syprina e oborrit të shkollës.</li> <li>• Vëllimi i pishinës.</li> </ul>	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b>		<b>Fjalët kyçe:</b> pikë, drejtëz, plan, kulm,	
<b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b>		kënd, kënde ndërruese, kënde shtuese, kënde plotësuese, shumëkëndësh i	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- formulon dhe zbaton vetitë e këndeve: me kulm të përbashkët, shtues, plotësues, të formuara nga drejtëza paralele dhe një prerëse, këndet e brendshme të një shumëkëndëshi etj.;</li> <li>- zbaton konceptet e kongruencës dhe ngjashmërisë së figurave;</li> <li>- përdor shkallën e zvogëlimit dhe zmadhimit;</li> <li>- zbaton teoremën e Pitagorës, teoremat e Euklidit;</li> <li>- këmben njësitë standarde dhe njësitë e përbëra;</li> <li>- njehson perimetrin dhe syprinën e figurave plane të thjeshta dhe të përbëra;</li> <li>- njehson vëllimin e trupave: prizmit, kuiboidit, cilindrit, piramidës, sferës etj.</li> </ul>	<p>rregullt, kënde të brendshme, kongruencë, ngjashmëri, teoremë Pitagore, teoremë Euklidi, syprina e trupave, vëllimi i trupave, njësitë.</p>
<p><b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.</p>	<p><b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca</p>
<p><b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b></p>	
<p><b>Organizimi i orës së mësimi:</b></p> <p><b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja ndan klasën në 4 grupe të mëdha. Për secilin grup përcakton si detyrë të ndërtojë një kllaster për njërin nga konceptet që do të përsëriten në këtë orë mësimi.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✚ <b>Grupi i parë:</b> do të rikujtojë njohuritë themelore të gjeometrisë në plan. Mësuesi/ja udhëzon nxënësit të fillojnë me njohuritë themelore dhe më pas me vetitë dhe teoremat për trekëndëshin e çfarëdoshëm dhe katërkëndëshat.</li> <li>✚ <b>Grupi i dytë:</b> do të rikujtojë marrëdhëniet metrike në trekëndëshin kënddrejtë. Ky grup duhet të ketë parasysh të gjitha vetitë dhe teoremat për trekëndëshin kënddrejtë.</li> <li>✚ <b>Grupi i tretë:</b> do të rikujtojë njësitë e matjes, njësitë e thjeshta dhe të përbëra dhe veprimet me to. Për këtë mësuesi/ja udhëzon të bëjnë trekëndëshat e formulave për njësitë e përbëra;</li> <li>✚ <b>Grupi i katërt:</b> do të rikujtojë formulat për syprinat e figurave të ndryshme, si edhe formulat për syprinat dhe vëllimet e trupave gjeometrikë.</li> </ul> <p>Secili grup fillon punën në mënyrë të pavarur, ndërsa mësuesi/ja gjatë kësaj kohe vëzhgon dhe ndihmon grupet që hasin vështirësi.</p> <p>Në përfundim të punës së tyre, përfaqësues të grupeve, prezantojnë përpara klasës kllasterat e tyre. Pjesëtarët e grupeve të tjerë mund të plotësojnë dhe të korrigjojnë punën e secilit grup. Në përfundim të diskutimit, kllasterat vendosen në një vend të dukshëm në tabelë, në mënyrë që nxënësit të kenë mundësi t'i shfrytëzojnë përfundimet e arritura në zgjidhjen e situatave problemore.</p> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Në vazhdim të punës që nxënësit zhvilluan në pjesën e parë të mësimi, mësuesi/ja përcakton detyra për këtë fazë të orës. Nxënësit punojnë përkatësisht në grupet e tyre ushtrimet në përputhje me çështjet që studioan në kllasterat e tyre:</p> <p><b>Grupi i parë:</b></p> <p>Ushtrimi 1. Dy drejtëza prerëse formojnë 4 kënde, njëri prej të cilëve është <math>45^{\circ}</math>. Gjeni këndet e tjera.</p> <p>Ushtrimi 2. Në trekëndëshin kënddrejtë me katete 12 dhe 15 cm, njehsoni lartësinë mbi hipotenuzë.</p> <p>Ushtrimi 3. Një katror ka syprinë të barabartë me trekëndëshin me bazë 27 cm dhe lartësi 24 cm. Gjeni brinjën e katrorit.</p> <p>Ushtrimi 4. Nga cilindri me rreze të bazës 10 cm, dhe lartësi 7 cm, është hequr një gjysmësferë me rreze 3 cm. Njehsoni syprinën dhe vëllimin e trupit të përfutur.</p> <p><b>Grupi i dytë:</b></p> <p>Ushtrimi 1. Përcaktoni nëse trekëndëshi me brinjë 17, 15 dhe 8 është trekëndësh kënddrejtë.</p> <p>Ushtrimi 2. Dy prej këndeve të balonës janë <math>130^{\circ}</math> dhe <math>50^{\circ}</math>. Njehsoni këndet e tjera të saj.</p> <p>Ushtrimi 3. Vëllimi i një cilindri është <math>510\text{ cm}^3</math>. Gjeni lartësinë e tij nëse rrezja e bazës është 45 mm.</p> <p>Ushtrimi 4. Dy trekëndësha ABC dhe MNP janë të ngjashëm me koeficient ngjashmërie 1, 5. Gjeni:</p> <p>a) raportin e syprinave dhe perimetrave;</p> <p>b) brinjën më të vogël të trekëndëshit ABC, nëse brinja më e vogël e trekëndëshit MNP është 7 cm më e vogël se</p>	

brinja më e vogël e trekëndëshit ABC.

**Grupi i tretë:**

Ushtrimi 1. Në hartë, largesa ndërmjet dy qyteteve është 5 cm. Gjeni largesën reale nëse harta ka një shkallë 1:200000

Ushtrimi 2. Në një trekëndësh kënddrejtë, projeksionet e kateteve mbi hipotenuzë janë përkatësisht 1 dhe 4 cm. Gjeni katetet e trekëndëshit.

Ushtrimi 3. Në një shumëkëndësh të rregullt, këndi qendror është  $50^\circ$ . Gjeni numrin e brinjëve dhe këndin e brendshëm të shumëkëndëshit.

Ushtrimi 4. Gjeni masën e një kuboidi prej hekuri me përmasa 20 cm, 150 mm dhe 25 cm kur dihet se dendësia e hekurit është  $7,874 \text{ g/cm}^3$ .

**Grupi i katërt:**

Ushtrimi 1. Oborri i shkollës ka formën e një trapezi kënddrejtë me baza 25 metra dhe 43 metra, ndërsa brinja anësore jo pingule me bazat është 30 m. Njehsoni syprinën e oborrit.

Ushtrimi 2. Syprina e sferës është  $784\pi \text{ cm}^2$ . Gjeni rrezen e sferës.

Ushtrimi 3. Një trung koni ka lartësi 10 cm, rreze të bazës së madhe 12 cm dhe rreze të bazës së vogël 8 cm. Njehsoni vëllimin e trupit.

Ushtrimi 4. Në një trekëndësh kënddrejtë, katetet janë përkatësisht: 15 cm dhe 20 cm. Gjeni gjatësinë e hipotenuzës dhe të projeksioneve të kateteve mbi hipotenuzë.

Në përfundim të punës, përfaqësues të grupeve mblidhen dhe diskutojnë përgjigjet. Pasi kanë kontrolluar zgjidhjet në fletore, përfaqësues të grupeve prezantojnë përfundimet në tabelë. Mësuesi/ja kujdeset që gjatë prezantimit të zgjidhjes, nxënësit të argumentojnë veprimet.

**Përforcimi i të nxënit:**

Duke analizuar mangësitë që u vunë re në fazën e parë dhe të dytë të mësimi, si dhe në përputhje me programin e maturës shtetërore, mësuesi/ja përcakton ushtrime plotësuese. Disa ushtrime alternative mund të jenë:

1. Vërtetoni se këndi i jashtëm i trekëndëshit e ka masën sa shumja e dy këndeve të trekëndëshit, jo të bashkëmbështetur me të.
2. Përcaktoni llojin e katërkëndëshit që formohet nga bashkimi i meseve të brinjëve të një katërkëndëshi çfarëdo.
3. Gjeni numrin e brinjëve të një shumëkëndëshi të rregullt me kënde të jashtme nga  $12^\circ$ .
4. Në hartën me shkallë 1: 100000 përcaktoni largësinë ndërmjet dy qyteteve, të cilët kanë realisht largesën 25 km.
5. Një pishinë në formë kuboidi, ka përmasat 26 m, 12 m, 1,5 m. Nëse ajo zbrazet nga një tub që largon 30 l/s, përcaktoni për sa kohë do të zbrazet plotësisht pishina.
6. Dy cilindra të drejtë rrethorë: i pari me rreze të bazës 8 cm e lartësi 4 cm, ndërsa i dyti me rreze të bazës 2 cm, dhe lartësi 40 cm, shkrihen për të formuar një sferë. Njehsoni vëllimin dhe syprinën e sferës së përfutur.
7. Në rombin ABCD, lartësia AH, e ndan brinjën BC në dy pjesë të barabarta. Njehsoni perimetrin dhe syprinën e rombit nëse  $AH = 5 \text{ cm}$ .
8. Një sektor qarkor me kënd qendror  $120^\circ$  dhe rreze 9 cm mblidhet për të formuar një kon. Njehsoni vëllimin e konit.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në evidencë për disa prej nxënësve dhe vlerëson nxënësit duke pasur parasysh saktësinë e tyre në përdorimin e formulave të syprinave dhe vëllimeve të trupave, përdorimin e teoremave etj. Vlerësimin e mbështet në punën që nxënësit bëjnë në fletoret e tyre, pjesëmarrjen në grupe si dhe në argumentimin e përgjigjeve. Në vlerësim mësuesi/ja merr parasysh edhe vlerësimin dhe plotësimin që nxënësit bëjnë për punën e shokëve.

**Detyra:** Ushtrime nga teste të rena në vite, si dhe nga tekste alternative, fletore pune, përgatitës për maturën etj.

# PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

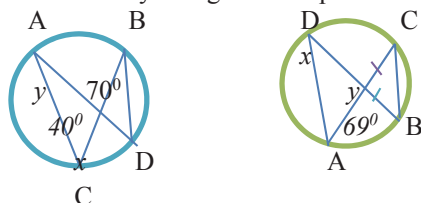
Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për maturën shtetërore ✓ Rrethi. Teoremat për rrethin ✓ Ekuacioni i rrethit, ekuacioni i tangjentes së një rrethi		<b>Situata e të nxënit:</b> • Largesa ndërmjet anijeve	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> - përdor vetitë e këndeve rrethorë, këndeve qendrore, këndeve që formohen nga kordat dhe tangjentet; - përdor teoremat për kordat, tangjentet; - paraqet ekuacionin e rrethit në trajtë kanonike dhe përcakton qendrën dhe rrezen e tij; - zbaton vetitë e rrethit dhe tangjentes në situata problemore.		<b>Fjalët kyçe:</b> rreth, qendër, rreze, diametër, kordë, tangjente, kënd rrethor, kënd qendror, tangjente	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, vizore, kompas.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca, inxhinieria	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimi:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Fillimisht, mësuesi/ja shënon në tabelë ushtrimet: 1. Njehsoni perimetrimin e rrethit me rreze 5cm. Sa do të ishte gjatësia e gjysmës së rrethit? Po syprina e tij? 2. Në një rreth këndi rrethor është 30°. Sa është këndi qendror përkatës? 3. Nëse jepet rrethi me qendër O(2; 5) dhe pika A(3; 7) në të, a mund ta gjeni ekuacionin e tangjentes së rrethit në pikën A? Si? Nxënësit i diskutojnë ushtrimet në dyshe dhe më pas përgjigjet diskutohen në tabelë. Pasi ka marrë përgjigjet për situatat e paraqitura më sipër, mësuesi/ja fton nxënësit të plotësojnë tabelën që ajo do të paraqesë.			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Ajo prezanton përpara nxënësve konceptin për të cilin ata do të plotësojnë tabelën. <div>1. Rrethi dhe elementet e tij</div> Nxënësit punojnë në grupe me nga 4 nxënës dhe mësuesi/ja vëzhgon pa ndërhyrë në plotësimin e tabelës. Në përfundim përfaqësues të grupeve prezantojnë përgjigjet. Nxënësit mund të korrigjojnë përgjigjet e shokëve, por edhe mund të shtojnë rreshta për konceptet të tjera që mendojnë se janë të nevojshme. Mësuesi/ja pas plotësimit të hartës së konceptit për secilin grup, sugjeron plotësimin e kolonës së tretë, vetitë. Nxënësit vazhdojnë punën në grupet e tyre. Në përfundim të punës, përfaqësues të grupeve krahasojnë përgjigjet. Përgjigjet prezantohen në klasë. Gjatë prezantimit të përgjigjeve mësuesi/ja e vë theksin në argumentimin e veprimeve. Një pamje e plotësimit të tabelës mund të jetë:			
Rrethi dhe elementet e tij.			
	<b>Përkufizimi</b>	<b>Vetitë</b>	
<b>Rrethi</b>	Bashkësia e pikave të planit të baraslarguara nga një pikë.	1. $P=2\pi r$ , $S=\pi r^2$ , $\ell=\frac{\pi r n}{180^0}$ , $S_{sek.q}=\frac{\pi r^2 n}{360}$ 2. Ekuacioni i tij $(x+a)^2+(y+b)^2=r^2$ , ku (a; b) janë koordinatat e qendrës	
<b>Korda</b>	Segment që bashkon dy pika çfarëdo të rrethit.	1. Diametri pingul me kordën e ndan kordën dhe harqet që ajo tendos në dy pjesë të barabarta. 2. Korda të barabarta tendosin harqe të barabarta. 3. Harqet midis kordave paralele janë të barabarta.	
<b>Diametri</b>	Korda më e madhe e rrethit që kalon nga qendra.	1. Ndan rrethin në dy gjysmërrathë. 2. Këndi i mbështetur mbi diametër e ka masën 90°.	

<b>Tangjente</b>	Drejtëza që ka me rrethin vetëm një pikë të përbashkët.	1. Rrezja e rrethit është pingule me tangjenten në pikën e takimit. 2. Këndi i formuar nga korda dhe tangjentja e ka masën sa gjysma e harkut. 3. Tangjentet e hequra nga një pikë jashtë rrethit janë të barabarta.
<b>Këndi rrethor</b>	Këndi që ka kulmin në rreth dhe brinjët korda të tij.	1. Masa e tij është sa gjysma e harkut ku mbështetet.
<b>Kënd qendror</b>	Këndi që ka kulmin në qendër e brinjët rreze të tij.	1. Masa e tij është sa masa e harkut ku mbështetet.

Zhvillohet një diskutim rreth këtyre njohurive dhe zbatimeve të shumta që ato kanë. Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të zgjidhin problemat:

- Nga pika M e një gjysmërrethi ndërtohet segmenti MN, pingul me diametrin AB të rrethit. Gjeni segmentet AN dhe NB në qoftë se  $NB - AN = 15$  cm dhe  $MN = 18$  cm.
- Korda e një rrethi është 8 cm dhe largesa e saj nga qendra e rrethit është 7,5 cm. Gjeni rrezen e rrethit.
  - Rrezja e një rrethi është 6 cm. Gjeni gjatësinë e një korde që e ka largesën nga qendra 4,8 cm.
- Gjeni këndet  $x$  dhe  $y$  në figurat e mëposhtme.



Nxënësit punojnë në dyshe dhe pasi përfundojnë krahasojnë zgjidhjet me dyshet fqinje. Diskutohet zgjidhja e ushtrimeve në tabelë.

**Përforcimi i të nxënit:** Në varësi të vështirësive që dolën në pah në dy fazat e para të mësimit, mësuesi/ja përcakton ushtrime të cilat nxënësit do t'i punojnë në dyshe. Ushtrime të mundshme mund të jenë:

- Përcaktoni qendrën e rrethit me ekuacion:  $x^2 + 18x + y^2 - 14y + 30 = 0$
- Shkruaj ekuacionin e rrethit me qendër origjinën e koordinatave, që kalon nga pika A(3; 4)
- Shkruaj ekuacionin e tangjentes me rrethin  $x^2 + y^2 = 100$  në pikën me koordinata (8; 6).
- Njehsoni syprinën e sektorit qarkor me masë  $120^\circ$  dhe rreze 5 cm.
- Katrori me brinjë 4 cm, brendashkruhet në rreth. Njehsoni syprinën ndërmjet rrethit dhe katrorit.
- Nga një pikë jashtë një rrethi janë hequr dy tangjente. Vërtetoni se segmenti që bashkon pikën e përbashkët me origjinën është përgjysmore e këndit ndërmjet dy tangjenteve.
- Harku i një sektori qarkor ka gjatësi 82 cm dhe rrezja e rrethit është 15 cm. Gjeni syprinën e sektorit qarkor.
- Në rrethin me diametër  $AB = 25$  cm është marrë një pikë C, që ndodhet në largesën 12 cm nga drejtëza AB. Gjeni syprinën e trekëndëshit ABC.

Disa nga zgjidhjet e ushtrimeve diskutohen në tabelë, ku nxënësi që e prezanton argumenton veprimet që kryen.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në fletoren-evidencë për disa nxënë, dhe vlerëson disa të tjerë duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në identifikimin formulës apo vetisë së rrethit që do të përdorin, saktësinë në gjetjen e funksioneve trigonometrike të këndit, si dhe në bashkëpunimin në grup. Një vend të rëndësishëm në vlerësim zë edhe vlerësimi që nxënësit i bëjnë njëri-tjetrit gjatë prezantimit të zgjidhjeve. Gjatë vlerësimit, mësuesi/ja mban parasysh edhe argumentimin që nxënësit bëjnë për zgjidhjen e situatave problemore.

**Detyra:** Ushtrime nga teste të rëna në vite, si dhe nga tekste alternative, fletore pune, përgatitës për maturën etj.

# PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

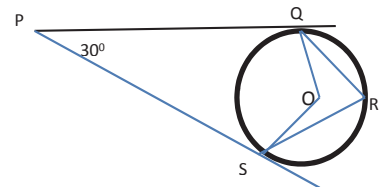
<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për maturën shtetërore ✓ Trigonometria		<b>Situata e të nxënit:</b> • Largesa ndërmjet anijeve	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- përdor konceptin sinus, kosinus, tangjent, kotangjent në trekëndëshin kënddrejtë;</li><li>- përdor formulat trigonometrike bazë;</li><li>- zbaton teoremën e sinusit dhe kosinusit në trekëndësja çfarëdo;</li><li>- përdor formulën <math>S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma</math> për të njehsuar syprinën e trekëndëshit;</li><li>- vërteton identitete të thjeshta trigonometrike.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> sinus, kosinus, tangjent, kotangjent, formulë themelore, teoremë, trekëndësh, rreth.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit, vizore, kompas		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> shkenca, inxhinieria	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Fillimisht mësuesi/ja shënon në tabelë ushtrimet: <ul style="list-style-type: none"><li>1. <math>\sin \alpha = 0.6</math>. Gjeni funksionet e tjera trigonometrike të këndit <math>\alpha</math>.</li><li>2. Nëse në trekëndëshin ABC kemi <math>AB = 12</math> cm, <math>BC = 9</math> cm dhe këndi <math>ABC = 60^\circ</math>, gjeni elementet e tjera të trekëndëshit.</li><li>3. Nëse në një trekëndësh brinjët janë përkatësisht 9 cm, 21 cm dhe 24 cm, a mund të përcaktojmë masat e këndeve? Si?</li></ul> dhe fton nxënësit të punojnë për zgjidhjen e tyre. Nxënësit i diskutojnë ushtrimet në dyshe dhe më pas përgjigjet diskutohen në tabelë, duke argumentuar edhe formulën apo teorinë që përdorin. Pasi ka marrë përgjigjet për situatat e paraqitura më sipër, mësuesi/ja fton nxënësit të plotësojnë një hartë koncepti për njohuritë që ata kanë nga trigonometria.			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja prezanton përpara nxënësve konceptet për të cilat ata do të ndërtojnë hartën. <ul style="list-style-type: none"><li>2. Funksionet trigonometrike</li><li>3. Formulatat trigonometrike</li><li>4. Marrëdhëniet midis këndeve dhe brinjëve në një trekëndësh</li><li>5. Formula për S e trekëndëshit me ndihmën e sinusit të këndit</li></ul> Nxënësit punojnë në grupe me nga 4 nxënës, dhe mësuesi/ja vëzhgon pa ndërhyrë plotësimin e tabelës. Në përfundim përfaqësues të grupeve prezantojnë përgjigjet. Nxënësit mund të korrigjojnë përgjigjet e shokëve, por edhe mund të shtojnë rreshta për konceptet të tjera që mendojnë se janë të nevojshme. Mësuesi/ja pas plotësimit të hartës së konceptit për secilin grup, sugjeron për secilin rast plotësimin e kolonës së tretë <i>Zbatime</i> . Mësuesi/ja sugjeron disa vlera për zbatimet që nxënësit do të plotësojnë. Nxënësit vazhdojnë punën në grupet e tyre. Në përfundim të punës, përfaqësues të grupeve krahasojnë përgjigjet. Përgjigjet prezantohen në klasë. Gjatë prezantimit të përgjigjeve, mësuesi/ja e vë theksin në argumentimin e veprimeve. Një pamje e tabelës së plotësuar mund të jetë:			
	Formulimi	Zbatime	
Sinusi i këndit në trekëndëshin kënddrejtë	Raporti i katetit përballë me hipotenuzën	1. $\triangle ABC : \hat{C} = 90^\circ, a = 6cm, b = 8cm \Rightarrow c = 10cm$ $\sin \alpha = \dots, \sin \beta = \dots$	
Kosinusi i këndit në trekëndëshin kënddrejtë	Raporti i katetit anëshkruar me hipotenuzën	1. $\triangle ABC : \hat{C} = 90^\circ, b = 8cm, c = 10cm$ $\cos \alpha = \dots, \cos \beta = \dots,$	

Tangjenti i këndit në trekëndëshin kënddrejtë	Raporti i katetit përballë me katetin anëshkruar	1. $\triangle ABC: \hat{C} = 90^\circ, a = 6\text{cm}, c = 10\text{cm}$ Gjeni $\text{tg}\alpha = \dots, \text{tg}\beta = \dots$ ,
Kotangjenti i këndit në trekëndëshin kënddrejtë	Raporti i katetit anëshkruar me katetin përballë	1. $\triangle ABC: \hat{C} = 90^\circ, a = 6\text{cm}, b = 8\text{cm}$ , Gjeni $\text{cotg}\alpha = \dots, \text{cotg}\beta = \dots$ ,
Lidhjet midis funksioneve trigonometrike të një këndi	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\text{tg}\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\text{tg}\alpha = \frac{3}{4}$ . Gjeni $\sin \alpha$ dhe $\cos \alpha$ .
Teorema e sinusit	$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$	Në trekëndëshin ABC, $a = 24\text{ cm}$ , $\hat{\alpha} = 45^\circ, \hat{\beta} = 110^\circ$ Gjeni: $b, c$ dhe këndin $\gamma$ .
Teorema e kosinusit	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$	Në trekëndëshin ABC, $b = 24\text{ cm}$ , $c = 10\text{ cm}$ , $\hat{\alpha} = 45^\circ$ Gjeni $a$ .
Formula e syprinës së trekëndëshit	$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$	Në trekëndëshin ABC, brinjët $a = 9\text{ cm}$ , $b = 24\text{ cm}$ dhe këndi $\gamma = 60^\circ$ .

Zhvillohet një diskutim rreth këtyre njohurive dhe zbatimeve të shumta që ato kanë.

**Përforcimi i të nxënit:** Në varësi të vështirësive që dolën në pah në dy fazat e para të mësimi, mësuesi/ja përcakton ushtrime të cilat nxënësit do t'i punojnë në dyshe. Ushtrime të mundshme mund të jenë:

9. Nga një pikë jashtë një rrethi janë hequr dy tangjente. Vërtetoni se segmenti që bashkon pikën e përbashkët me origjinën është përgjysmore e këndit ndërmjet dy tangjenteve.
10.
  - a. Gjeni këndet QOS, QRS dhe këndin OQR në figurën e dhënë.  
Këndi OSR është  $42^\circ$ .
  - b. Gjeni PQ nëse  $PS = 10\text{ cm}$ .
  - c. Gjeni këndin OPS.
11. Në një paralelogram, diagonalet janë përkatësisht  $6\text{ cm}$  dhe  $8\text{ cm}$ , dhe formojnë këndin  $60^\circ$  ndërmjet tyre. Njehsoni gjatësitë e brinjëve si dhe syprinën e paralelogramit.
12. Vërtetoni barazimin: a)  $(\text{tg}\alpha + \text{cotg}\alpha)^2 - (\text{tg}\alpha - \text{cotg}\alpha)^2 = 4$  b)  $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x$ .
13. Duke ditur që  $\sin \alpha = 0,8$ , gjeni:  $\cos \alpha$ ,  $\text{tg} \alpha$ ,  $\text{cotg} \alpha$ .
14. Nga një far ndriçimi, një anije shihet  $6\text{ km}$  larg në një kurs  $130^\circ$ , ndërsa një anije tjetër duket  $9\text{ km}$  larg në një kurs prej  $195^\circ$ . Llogaritni largesën ndërmjet anijeve.
15. Zgjidh ekuacionin  $2\cos^2 x + \sin x = 1$  për kënde  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$
16. Në trekëndëshin ABC, jepen brinjët  $b = 4\sqrt{3}$ ,  $c = 12$ , dhe  $\hat{A} = 30^\circ$ . Përcaktoni llojin e trekëndëshit.



Disa nga zgjidhjet e ushtrimeve diskutohen në tabelë, ku nxënësi që e prezanton argumenton veprimet që kryen. Vëmendje i kushtohet edhe ndërtimit të figurës së problemit 6 dhe zgjidhjes së tij.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në fletoren-evidencë për disa nxënës dhe vlerëson disa të tjerë. duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në identifikimin formulës apo vetisë së rrethit që do të përdorin, saktësinë në gjetjen e funksioneve trigonometrike të këndit, si dhe në bashkëpunimin në grup. Një vend të rëndësishëm në vlerësim zë edhe vlerësimi që nxënësit i bëjnë njëri-tjetrit gjatë prezantimit të zgjidhjeve. Gjatë vlerësimit, mësuesi/ja mban parasysh edhe argumentimin që nxënësit bëjnë për zgjidhjen e situatave problemore.

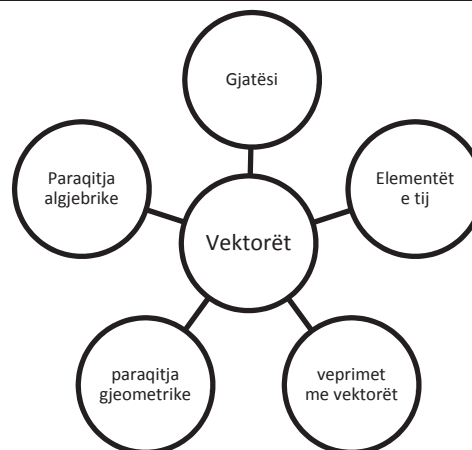
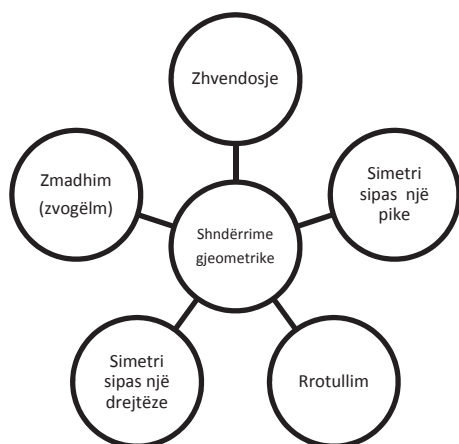
**Detjra:** Ushtrime nga teste të rëna në vite, si dhe nga tekste alternative, fletore pune, përgatitës për maturën etj.



# PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për maturën shtetërore. ✓ Shndërrimet gjeometrike. ✓ Vektorët.		<b>Situata e të nxënit:</b> • Videolojë me raketa.	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësim:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- identifikon, përshkruan dhe ndërton figura kongruente dhe të ngjashme nëpërmjet simetrisë, zhvendosjes paralele dhe zmadhimit;</li><li>- përshkruan ndryshimet dhe elementet e pandryshueshme në një shndërrim;</li><li>- kryen veprimet me vektorët në mënyrë algjebrike dhe gjeometrike;</li><li>- njehson gjatësinë e vektorit si largesë midis dy pikash;</li><li>- përcakton kushtet kur dy vektorë janë paralelë.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> shndërrim gjeometrik, zhvendosje, zmadhim, qendër, koeficient, simetri, vektor, rregull trekëndëshi, rregull paralelogrami, shumëzimi vektorit me një numër, mbledhja e dy vektorëve.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Fizikë, Gjeografi.	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësim:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Mësuesi/ja prezanton përpara nxënësve ushtrimet: 1. Skiconi në të njëjtin rrjet koordinativ trekëndëshin ABC me koordinata A(1; 1), B(7; 1), C(1; 5) dhe MNP me koordinata M(−5; 4), N(−8; 4), P(−5; 2). 2. Skiconi në të njëjtin rrjet koordinativ trekëndëshin ABC me koordinata A(1; 1), B(7; 1), C(1; 5) dhe MNP me koordinata M(−1; −1), N(−7; −1), P(−1; −5). 3. Skiconi në të njëjtin rrjet koordinativ trekëndëshin ABC me koordinata A(1; 1), B(7; 1), C(1; 5) dhe MNP me koordinata M(1; −1), N(7; −1), P(1; −5). Për të zgjidhur këto ushtrime, nxënësit punojnë në dyshe, në fletë të milimetruara. Në përfundim të punës, dyshet e afërta krahasojnë ushtrimet. Tre nxënës prezantojnë zgjidhjet në tabelë. Pasi bëjnë paraqitjen e pikave në planin koordinativ, arsyetojnë edhe rreth lidhjes që kanë dy trekëndëshat e paraqitur.			
<b>Ndërtimi i njohurive:</b> Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, mësuesi/ja nëpërmjet marrëdhënieve pyetje-përgjigje, kërkon që të sjellë në vëmendje të nxënësve kuptimet themelore të shndërrimeve gjeometrike dhe vektorëve p.sh.: 1. Si janë trekëndëshat e rastit <b>a</b> ? A mund të përcaktoni sa herë është zvogëluar trekëndëshi ABC? 2. Si janë trekëndëshat e rastit <b>b</b> dhe <b>c</b> ? A vini re ndonjë lidhje mes koordinatave respektive në këtë rast? Pasi merr përgjigjet e nxënësve për këto raste, mësuesi/ja prezanton përpara tyre një situatë reale: Nëse do të jeni duke luajtur një videlojë dhe raketa lëviz 45 km djathtas e 23 km vertikalisht lart, e më pas fillon të zbresë 24 km djathtas e 13 km vertikalisht poshtë, ku do të ndodhet raketa në përfundim të dy lëvizjeve? A mund të paraqitni këto dy lëvizje si një të vetme? Përsëri nxënësit paraqesin në letër të milimetruar këto dy lëvizje. Duke studiuar dy lëvizjet, mësuesi/ja orienton nxënësit të shprehin dy lëvizjet si shumë vektorësh. Mësuesi/ja nxit nxënësit të hartojnë dy diagrame ku të shprehin lidhjet mes koncepteve të sipërpërmendura. Një formë e tyre mund të jetë si p.sh.:			



Pasi kanë hartuar diagramet, nxënësit mbajnë shënime në mënyrë të strukturuar për secilin kuptim. Më pas, mësuesi/ja përcakton detyra për dyshet e nxënësve si më poshtë:

**Ushtrimi 1.** Për trekëndëshin ABC me koordinata A(-5; 1), B(-3; 1), C(-1; 4) përcaktoni shëmbëllimin e tij sipas a) simetrisë sipas drejtëzës  $y = x$ ; b) simetrisë sipas OY; c) zmadhimit me qendër A dhe koeficient -2;

**Ushtrimi 2.** Në trekëndëshin ABC, M është mesi i BC. Vërtetoni se  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

**Ushtrimi 3.** Jepen vektorët  $\vec{x} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  dhe  $\vec{y} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$  përcaktoni vektorin  $2\vec{x} - 3\vec{y}$ .

**Ushtrimi 4.** Përcaktoni largesën ndërmjet pikave A(1; 5) dhe B(-2; 5)

Gjatë kohës që nxënësit punojnë në dyshe, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre dhe ndihmon dyshet që hasin vështirësi.

Pasi kanë zgjidhur ushtrimet, dyshet e afërta krahasojnë përfundimet dhe përgjigjet diskutohen në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, mësuesja e vë theksin në argumentimin që nxënësit bëjnë për veprimet.

**Përforcimi i të nxënit:** Në këtë fazë të mësimit, puna vazhdon përsëri në dyshe. Ushtrimet e kësaj faze përcaktohen në bazë të mangësive që mësuesi/ja vuri re në dy fazat e para të orës së mësimit, si dhe në përputhje me atë çka përcakton programi i maturës shtetërore. Situata të mundshme mund të jenë:

1. Për katërkëndëshin ABCD me kulme A(1; 4), B(4; 4), C(6; 6), D(1; 6) skiconi shëmbëllimin sipas:

a) simetrisë sipas OX; b) simetrisë sipas  $y = -x$ ; c) zmadhimit me qendër D dhe koeficient  $\frac{1}{2}$ .

2. Skiconi në letër të milimetruar vektorët:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{y} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$  si dhe vektorët: a)  $3\vec{x}$ ; b)  $\vec{x} + 2\vec{y}$

3. Përcaktoni koordinatat e vektorit  $\overrightarrow{AB}$  nëse A(1; 4) dhe B(0; 5) si dhe gjatësinë e tij.

4. Në paralelogramin ABCD, shënojmë  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ;  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ .

a) Përcaktoni me ndihmën e vektorëve  $\vec{a}$  dhe  $\vec{b}$ , vektorët  $\overrightarrow{AC}$ ;  $\overrightarrow{AO}$ ;  $\overrightarrow{OD}$ ,  $\overrightarrow{BD}$ .

b) Përcaktoni llojin e katërkëndëshit ABCD, nëse  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$

5. Jepen pika A(-2, 5), B(1, 3) dhe C(m, -3). Përcaktoni vlerën e m, në mënyrë që pikat A, B, C të ndodhen në një drejtëz.

Disa nga zgjidhjet e ushtrimeve prezantohen në tabelë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në fletoren-evidencë për disa nxënës, dhe vlerëson disa të tjerë duke pasur parasysh aftësinë e tyre në kryerjen apo identifikimin e shndërrimeve të kërkuara, njehsimin e koordinatave të vektorit dhe kryerjen e veprimeve me to, si dhe punën që nxënësit zhvilluan në fletoret e tyre, si dhe në bashkëpunimin në grup.

**Detyra:** Ushtrime nga teste të rëna në vite, si dhe nga tekste alternative: fletore pune, përgatitës për maturën etj.

# PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për maturën shtetërore. ➤ Derivati.		<b>Situata e të nxënit:</b> • Shpejtësia e lëvizjes së trupit	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- kupton dhe përdor derivatin e funksionit si koeficient këndor të tangjentes;</li><li>- shkruan ekuacionin e tangjentes dhe pingules me vijën në një pikë të vijës;</li><li>- njehson derivatin e një funksioni duke zbatuar rregullat e derivimit;</li><li>- studion monotoninë e funksionit duke përdorur derivatin e parë;</li><li>- studion përkulshmërinë e vijës, duke përdorur derivatin e dytë;</li><li>- zgjidh situata reale duke përdorur dervatin e funksionit.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> derivat, koeficient këndor, tangjente, normë ndryshimi, pika stacionare, ekstremume, funksion rritës, funksion zbritës, rregull zinxhir.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesit		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> fizikë, teknologji	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në këtë orë mësimi, mësuesi/ja fillimisht ndan klasën në tri grupe të mëdha. Secili grup merr si detyrë të punojë me njërin nga diagramet:			
<div><div>Grupi i parë: Kuptimi i derivatit dhe rregullat e derivimit</div><div>Grupi i dytë: Formulat kryesore të derivimit</div><div>Grupi i tretë: Studimi i vijës me anë të derivatit</div></div>			
<p>Nxënësit marrin kohën e nevojshme për të punuar në grupe, ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre pa ndërhyrë. Grupet fqinje nuk marrin të njëjtën detyrë. Pasi kanë përfunduar punën në grupe, përfaqësues të grupeve që kanë të njëjtën detyrë, mblidhen dhe diskutojnë përgjigjet.</p> <p>Pasi kanë diskutuar në grupe, përgjigjet diskutohen në tabelë. Fillimisht diskutohen përgjigjet për diagramin e parë, e pastaj për dy të tjerët me radhë. Gjatë kohës që përfaqësues të grupeve prezantojnë, mësuesi/ja dhe shokët mund t’u drejtojnë pyetje shokëve nëse mendojnë se kanë pasaktësi ose koncepte që duhen sqaruar. Në përfundim të prezantimeve, mësuesi/ja bën një përmbledhje të strukturuar për secilin diagram.</p>			
<p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Pas përmbledhjes së strukturuar, mësuesi/ja përcakton detyrat që nxënësit do t’i punojnë në grupe katërshe:</p> <div><div><div>1. Njehsoni derivatin e funksionit</div><div><div>a. <math>y = ex^2 - 6x</math> në pikën <math>x = 2</math>;</div><div>b. <math>y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x}})</math>.</div></div></div><div><div>2. Zbatoni rregullat e derivimit për të njehsuar derivatin e funksioneve:</div><div><div>a. <math>y = x^2 \cdot e^x</math>;</div><div>b. <math>y = \frac{3 \ln x}{2x}</math>;</div><div>c. <math>y = \ln(x^2)</math>.</div></div></div></div>			

3. Përcaktoni shpejtësinë e lëvizjes së pikës e cila kryen lëvizje sipas ligjit  $y = x(2x^2 - 5x)$ .
4. Shkruani tangjenten në pikën me abshisë  $x = 2$ , të vijës  $y = x^2 + 2x$
5. Për vijën me ekuacion  $y = x^2 + 4x - 5$ :
  - a. studioni monotoninë dhe përcaktoni ekstremumet;
  - b. shkruani ekuacionin e tangjentës në pikën ku ka ekstremum;
  - c. studioni përkulshmërinë.

Në përfundim të punës, përfaqësues të grupeve, krahasojnë përgjigjet dhe përgjigjet përfundimtare prezantohen në tabelë. Gjatë prezantimit, mësuesi/ja e vë theksin në argumentimin e veprimeve që kryhen p.sh.:

- Cilën veti të derivateve zbatove?
- Cilën rregull zbatove?
- Cili është kuptimi i shpejtësisë së lëvizjes?
- A ka ndonjë kuptim tjetër derivati i parë i një funksioni?
- Po nëse do të interesoheshim për nxitimin e lëvizjes si do të vepronim?
- Si e njehsuat koeficientin këndor të tangjentës?
- Po koeficientin e përgjigjes?

Nxënësit mund të drejtojnë pyetje të tjera nëse mendojnë se kanë akoma koncepte të paqarta ose të korrigjojnë nëse vënë re pasaktësi në përgjigje.

**Përforcimi i të nxënit:** Duke analizuar mangësitë që vuri re në këtë fazë të orës së mësimit, mësuesi/ja përcakton edhe detyrat për fazën e tretë të orës së mësimit p.sh.:

1. Njehsoni derivatin e funksionit  $y = (2x - 5)(4 - 3x^2)$ ;  $y = 6x^3$ ;  $y = \frac{x^2 - 2x}{x^4}$ .
2. Njehsoni:  $y = xe^x$ ;  $y = \frac{\ln x}{\sin x}$ ;  $y = (2x^2 - 6x)^5$
3. Në cilën pikë të vijës, tangjentja me vijën  $y = x^2 - x$  formon me boshtin OX, këndin  $45^\circ$ .
4. Për ç'vlerë të  $m$ , vijat  $y = \ln x$  dhe  $y = mx^2$  janë tangjente.
5. Jepet funksioni  $y = y = mx^2 + nx + p$ . Gjeni  $m$ ,  $n$ ,  $p$  në mënyrë që funksioni për  $x = 3$  të ketë minimum të barabartë me  $-2$ , dhe të kalojë nga pika  $(1, 2)$ .
6. Për ç'vlerë të  $m$ , vija  $y = x^4 + mx^3 + \frac{3}{2}x^2 + 1$ , është e lugët në  $\mathbb{R}$ .
7. Do të duhet të ndërtojmë një kuti cilindrike me vëllim  $250\pi \text{ cm}^3$ . Sa duhet t'i marrim përmasat e kutisë në mënyrë që të harxhojmë sa më pak material?

Për zgjidhjen e ushtrimeve, nxënësit do të vazhdojnë punën në grup. Gjatë kohës që nxënësit punojnë, mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre duke ndihmuar ose orientuar grupet që hasin vështirësi. Në përfundim të punës, të gjitha ushtrimet diskutohen, dhe kur është e nevojshme, zgjidhja prezantohet në tabelë. Gjatë prezantimit të zgjidhjeve, nxënësit e tjerë vlerësojnë saktësinë e zgjidhjeve, por dhe plotësojnë ose korrigjojnë nëse është e nevojshme.

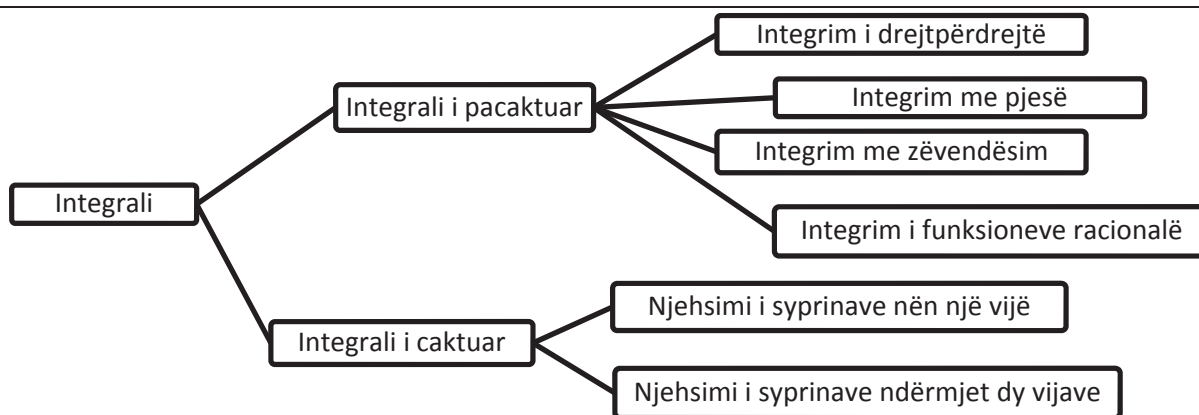
**Vlerësimi:** Në përfundim të orës së mësimit, mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime në fletoren-evidencë për disa të tjerë. Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në punën që nxënësit bëjnë në fletoren e tyre, si dhe në prezantimin e përgjigjeve në tabelë. Në vlerësim merr parasysh edhe punën në grup dhe realizimin e koncepteve të vendosura në fillim të orës së mësimit.

**Detyra:** Ushtrime nga teste të rena në vite, si dhe nga tekste alternative, fletore pune, përgatitës për maturën etj.

# PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë me zgjedhje	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —								
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për maturën shtetërore. ➤ Integrali.		<b>Situata e të nxënit:</b>									
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimimit:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- njehson integralin e funksionit duke përdorur formulat dhe vetitë e njohura;</li><li>- njehson integralin e funksionit duke përdorur teknika të ndryshme integrimi;</li><li>- njehson integralin e caktuar sipas formulës së Njuton-Lajbnicit;</li><li>- përdor integralin e caktuar për të njehsuar syprinën nën një vijë dhe ndërmjet dy vijave.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> integral, integral i caktuar, kufij të integrit, syprinë, integrim me zëvendësim, integrim me pjesë, integrim i funksioneve racionale.									
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit, libri i mësuesi		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> fizikë, teknologji									
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>											
<b>Organizimi i orës së mësimimit:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Në këtë orë mësimi, nxënësit do të punojnë fillimisht në dyshe sipas bankave. Në secilën bankë, çdo nxënës ka detyrë të veçantë:											
<table><tr><td><b>Nxënësi i parë:</b> Njehsoni derivatet e funksioneve</td><td><b>Nxënësi i dytë:</b> Njehsoni integralin e funksioneve</td></tr><tr><td>a) <math>y = x^2 - 6x + 2</math></td><td><math>y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1</math></td></tr><tr><td>b) <math>y = 3x^3</math></td><td><math>y = \frac{3x^4}{4} + 4</math></td></tr><tr><td>c) <math>y = \sqrt{x}</math></td><td><math>y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3</math></td></tr></table>		<b>Nxënësi i parë:</b> Njehsoni derivatet e funksioneve	<b>Nxënësi i dytë:</b> Njehsoni integralin e funksioneve	a) $y = x^2 - 6x + 2$	$y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$	b) $y = 3x^3$	$y = \frac{3x^4}{4} + 4$	c) $y = \sqrt{x}$	$y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3$		
<b>Nxënësi i parë:</b> Njehsoni derivatet e funksioneve	<b>Nxënësi i dytë:</b> Njehsoni integralin e funksioneve										
a) $y = x^2 - 6x + 2$	$y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$										
b) $y = 3x^3$	$y = \frac{3x^4}{4} + 4$										
c) $y = \sqrt{x}$	$y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3$										
<p>Në mënyrë që nxënësit të mësojnë duke hulumtuar, mësuesi/ja kërkon që në çdo dyshe, ata të punojnë në mënyrë të pavarur njërin nga grupet e ushtrimeve. Nxënësit marrin kohën e mjaftueshme për zgjidhjen e ushtrimeve, ndërsa mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre pa ndërhyrë.</p> <p>Pasi kanë përfunduar zgjidhjet, mësuesi/ja fton nxënësit e secilës dyshe të këmbëjnë fletoret dhe të krahasojnë përgjigjet e tyre me atë të shokut. Ai/ajo drejton pyetjet:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Çfarë vini re?</li><li>- A kanë lidhje përgjigjet tuaja me njëra-tjetrën?</li></ul> <p><b>Ndërtimi i njohurive:</b> Nxënësit nxiten nga mësuesi/ja të formulojnë pohimin se derivimi dhe integrimi janë dy procese të anasjella si dhe të përmbledhin në mënyrë të strukturuar në tabelë formulat dhe vetitë kryesore të integraleve si dhe teknikat e integrit.</p>											
<div>Derivati</div>		<div>Integrali</div>									



Pas përmbledhjes së strukturuar, mësuesi/ja përcakton detyrat që nxënësit do t'i punojnë në grupe me nga 4 veta.

1. Njehsoni  $\int (1 - 2x + 3x^2) dx$ ;  $\int_{-1}^2 (\frac{1}{x^2} - 2x^3) dx$ ;  $\int \cos(2x) dx$ ;  $\int 2x \ln x dx$ ;  $\int \frac{1}{x(x+1)} dx$ .

2. Njehsoni syprinën e kufizuar nga vijat  $y = x^2 + 1$  dhe  $y = x^2 - 1$ .

Në përfundim të punës, përfaqësues të grupeve, krahasojnë përgjigjet dhe i prezantojnë ato në tabelë. Gjatë prezantimit, mësuesi/ja e vë theksin në argumentimin e veprimeve që kryhen p.sh.:

- Cilat formula të integraleve zbatuat? Po formula e Njuton-Lajbnicit si do të përshtatej në rastin tonë?
- Cilat teknika përdorët në rastin e ushtrimit 1? Në cilën prej tyre keni më shumë vështirësi?
- Si veprojmë për të njehsuar syprinën e kërkuar nëse ajo është e pozicionuar poshtë boshtit të abshisave?

Nxënësit mund të drejtojnë pyetje të tjera nëse mendojnë se kanë akoma koncepte të paqarta.

**Përforcimi i të nxënit:** Duke analizuar mangësitë që vuri re në këtë fazë të orës së mësimi, mësuesi/ja përcakton edhe detyrat për fazën e tretë të orës së mësimi, p.sh.:

1. Njehsoni  $\int (\frac{1}{x^3} - 4x) dx$ ;  $\int_{-2}^3 (2x^3 - 4x) dx$ ;  $\int \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx$ ;  $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ .

2. Njehsoni syprinën e kufizuar nga vija  $y = \tan x$ ;  $y = 0$  dhe  $x = \frac{\pi}{4}$ .

3. Njehsoni syprinën e kufizuar nga vijat: a)  $y = e^x$  dhe  $y = e^{-x}$ .

4. Jepet  $\int_0^1 (2x + 1) dx = \int_1^a dx$ . Gjeni vlerën e a.

Nxënësit vazhdojnë të punojnë në grupe edhe në këtë etapë të orës së mësimi. Pasi përfundojnë zgjidhjet, nxënës të ndryshëm i prezantojnë ato në tabelë.

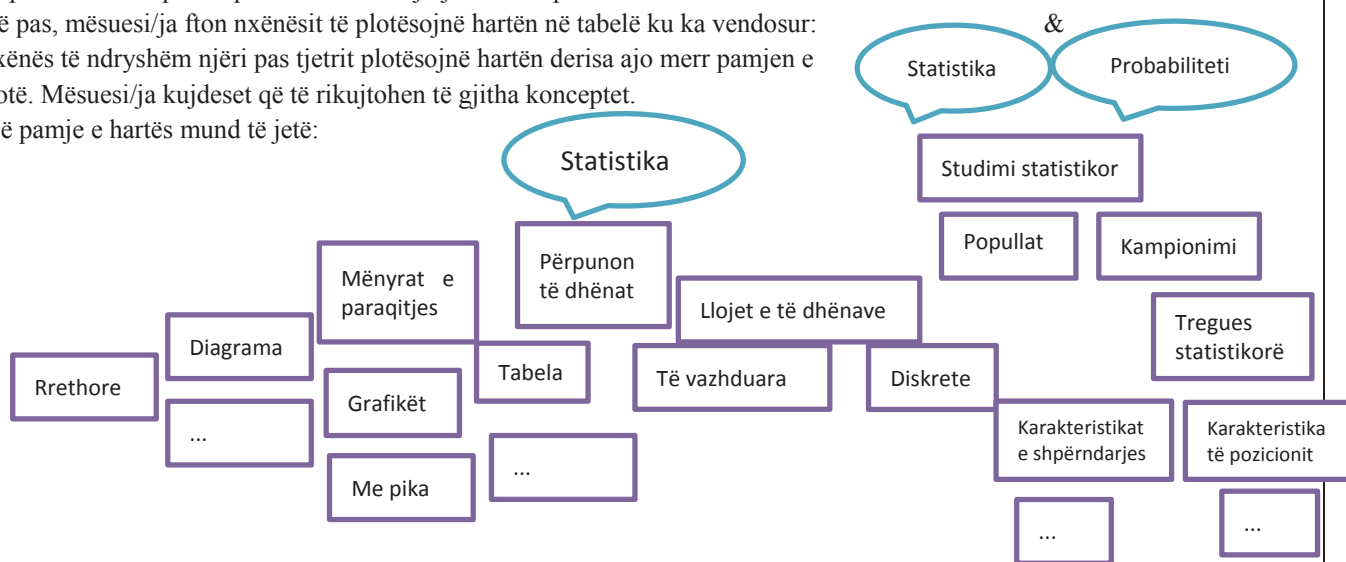
**Vlerësimi:** Në përfundim të orës së mësimi mësuesi/ja vlerëson disa nxënës dhe mban shënime në fletoren-evidencë për disa të tjerë. Mësuesi/ja e mbështet vlerësimin në punën që nxënësit bëjnë në fletoren e tyre, si dhe në prezantimin e përgjigjeve në tabelë. Në vlerësim merr parasysh edhe aftësinë e nxënësve për të punuar në grup, si dhe vlerësimin që ata bënë për njëri-tjetrin gjatë prezantimit të zgjidhjeve.

**Detyra:** Ushtrime nga teste të rëna në vite, si dhe nga tekste alternative, fletore pune, përgatitës për maturën etj.

# PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

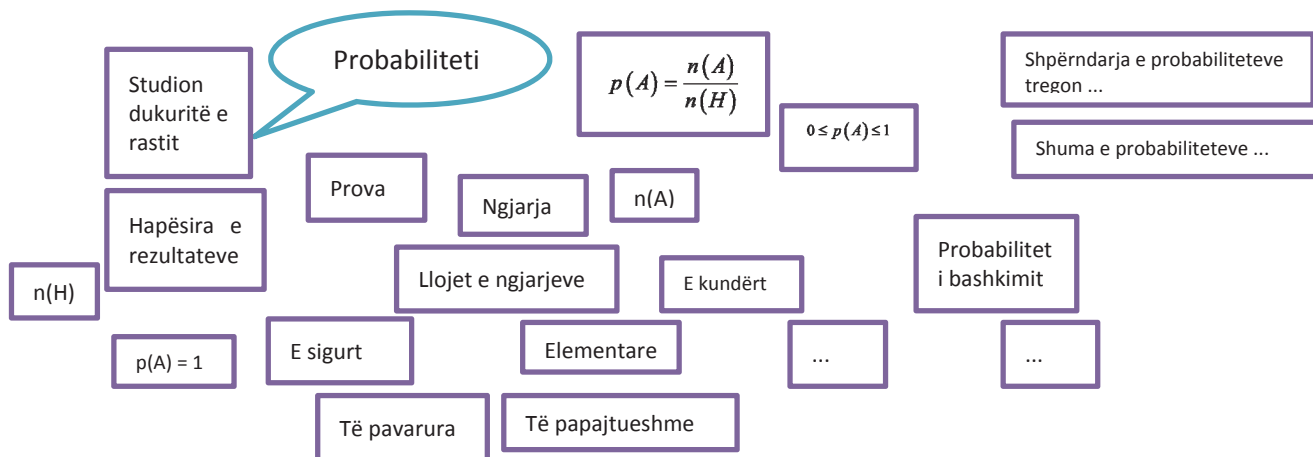
Dt. \_\_\_\_\_

<b>Fusha:</b> Matematikë	<b>Lënda:</b> Matematikë	<b>Shkalla:</b> VI	<b>Klasa:</b> XII —
<b>Tema mësimore:</b> Përsëritje për maturën shtetërore. ✓ Statistika. Korrelacioni, skatergrafi ✓ Probabiliteti.		<b>Situata e të nxënit:</b> 1.	
<b>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore</b> <b>Nxënësi/ja në fund të orës së mësimi:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- nxjerr të dhëna për popullatën ose shpërndarjen nga një kampion, ndërkohë që njih kufijtë e kampionimit;</li><li>- interpreton dhe ndërton tabela, diagrame, përfshirë edhe tabela dendurie;</li><li>- llogarit mesataren aritmetike, mesoren, modën, amplitudën, ndryshesën ndërkuartilore të një bashkësie të dhënash;</li><li>- interpreton, analizon dhe krahason shpërndarjen e të dhënave me shpërndarjet empirike me një ndryshore;</li><li>- njih korrelacionin dhe kupton që korrelacioni nuk ndikon te shkaku;</li><li>- zbaton ngjarjet e rastit njëloj të mundshme dhe të pavarura për të njehsuar rezultatet e pritshme nga eksperimentet;</li><li>- zbaton vetinë që shuma e probabiliteteve e të gjitha ngjarjeve elementare, është një;</li><li>- njehson probabilitetin me kusht, probabilitetin e ngjarjeve të pavarura dhe të ngjarjeve të papajtueshme.</li></ul>		<b>Fjalët kyçe:</b> popullatë; kampionim, shpërndarje, tabela dendurie, diagrame, mesatarja aritmetike, mesorja, moda, amplituda, ndryshesa ndërkuartilore, korrelacioni, diagrame rrethore, diagrami me shtylla, skatergrafi, drejtëz e përafrimit më të mirë; probabilitet, ngjarje e pavarur, e papajtueshme, elementare, kusht.	
<b>Burimet:</b> libri i nxënësit; libri i mësuesit.		<b>Lidhja me fushat e tjera ose me temat ndërkurrikulare:</b> Shkenca, Psikologjia, Ekonomia	
<b>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</b>			
<b>Organizimi i orës së mësimi:</b> <b>Parashikimi i njohurive:</b> Fillimisht mësuesi/ja fton nxënësit të plotësojnë hartën e koncepteve të cilat do të diskutojnë në këtë orë mësimi. Për këtë, ai/ajo ndan klasën në grupe me nga katër veta dhe secilit i grup i cakton detyrën përkatëse. Gjysma e grupeve do të risjellin në hartë gjithçka atyre ju kujtohet nga statistika, kurse gjysma tjetër do të risjellin në hartë gjithçka atyre iu kujtohet nga probabiliteti. Nxënësit punojnë në grupe dhe mësuesi/ja vëzhgon punën e tyre. Ndërkohë, ai/ajo jep edhe udhëzime të veçanta në disa grupe rreth koncepteve që ata duhet të kujtojnë dhe të përmendin në hartë. Më pas, mësuesi/ja fton nxënësit të plotësojnë hartën në tabelë ku ka vendosur: Nxënës të ndryshëm njëri pas tjetrit plotësojnë hartën derisa ajo merr pamjen e plotë. Mësuesi/ja kujdeset që të rikujtohen të gjitha konceptet. Një pamje e hartës mund të jetë:			
<div><div><div>Statistika</div><div>Mënyrat e paraqitjes</div><div>Diagrama</div><div>Rrethore</div><div>...</div><div>Grafikët</div><div>Me pika</div><div>Tabela</div><div>Përpunon të dhënat</div><div>Llojet e të dhënave</div><div>Të vazhduara</div><div>Diskrete</div><div>...</div></div><div><div>&amp;</div><div>Statistika</div><div>Probabiliteti</div><div>Studimi statistikor</div><div>Popullat</div><div>Kampionimi</div><div>Tregues statistikorë</div><div>Karakteristikat e shpërndarjes</div><div>...</div><div>Karakteristik të pozicionit</div><div>...</div></div></div>			





Ku nxënësit vazhdojnë dhe plotësojnë atë...



**Ndërtimi i njohurive:** Në përfundim përfaqësues të grupeve prezantojnë përgjigjet. Nxënësit mund të korrigjojnë përgjigjet e shokëve, por edhe mund të shtojnë rreshta për konceptet të tjera që mendojnë se janë të nevojshme. Mësuesi/ja pas plotësimit të hartës së konceptit për secilin grup, sugjeron të diskutojnë rreth përdorimit të tyre në fusha të ndryshme.

Më pas flon nxënësit të zgjidhin ushtrimet:

- Jepet vargu i numrave 5, 4, 10, 3, 3, 4, 7, 4, 6, 5. Gjeni, modën, mesoren, mesataren dhe amplitudën.
- Notat e marra nga 100 studentë në një test jepen në tabelë. Gjeni mesataren, mesoren, klasën modale.
- Hidhen dy zare, njëri i zi e tjetri i kuq, dhe gjejmë shumën e pikëve të rëna. Gjeni shpërndarjen e probabiliteteve të ndryshores  $E$  "Shuma e pikëve të rëna në të dyja zarët".
- Një rrugë, AB paraqitet me ngjitje e zbritje. Një makinë, rrugën nga A në B e bën me shpejtësi 40 km/orë, ndërsa rrugën nga B në A e bën me shpejtësi 80 km/orë. Gjeni shpejtësinë mesatare të makinës gjatë gjithë rrugës.
- Mosha mesatare e tetë nxënësve të një klase është 17 vjeç. Sa do të jetë mosha mesatare e tyre pas 5 vitesh?
- Një grup prej 10 nxënësish zhvilluan provim në matematikë dhe kimi. Notat përkatëse jepen në tabelë:

<b>Nota x</b>	4	5	6	7	8	9	10
<b>Denduria f</b>	4	16	20	17	21	8	4

<b>Nxënësi</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Nota e matematikës</b>	5	7	5	8	6	8	6	7	4	6
<b>Nota e kimisë</b>	6	6	7	6	7	7	7	6	5	7

Paraqitini këto të dhëna grafikisht duke vendosur në boshtin e abshisave notën e matematikës dhe në boshtin e ordinatave notën e kimisë. Më pas ndërtoni drejtëzën e përafritimit më të mirë.

Nxënësit vazhdojnë punën në grupet e tyre. Në përfundim të punës, përfaqësues të grupeve krahasojnë përgjigjet. Përgjigjet prezantohen në klasë. Gjatë prezantimit të përgjigjeve, mësuesi/ja e vë theksin në argumentimin e veprimeve.

**Përforcimi i të nxënit:** Në varësi të mangësive që dolën në pah në dy fazat e para të mësimit, mësuesi/ja përcakton ushtrime të cilat nxënësit do t'i punojnë në dyshe. Ushtrime të mundshme mund të jenë:

- A dhe B janë dy ngjarje të lidhura me një eksperiment të rastit. Gjeni probabilitetin e B, në qoftë se  $p(A) = \frac{1}{3}$ ;  $p(A \cap B) = 0$  dhe  $p(A \cup B) = \frac{3}{5}$
  - R dhe S janë dy ngjarje të lidhura me një eksperiment të rastit. Duke ditur që  $p(R) = 0,4$ ;  $p(S) = 0,7$  dhe  $p(R \text{ dhe } S) = 0,3$ , tregoni që R dhe S nuk janë të pavarura.
  - Në një kuti janë 5 sfera të kuqe, 2 sfera të zeza dhe 4 të bardha. Gjeni probabilitetin që në nxjerrje të rastësishme të dalë sferë e kuqe ose e bardhë.
- Përgjigjet e ushtrimeve diskutohen në tabelë.

**Vlerësimi:** Mësuesi/ja gjatë kësaj ore mban shënime në fletoren-evidencë për disa nxënës, dhe vlerëson disa të tjerë duke pasur parasysh aftësinë që ata kanë në zgjidhjen e situatave problemore në lidhje me statistikën dhe probabilitetin, në

interpretimin e korrelacionit, në interpretimin e probabilitetit me kusht etj. Gjatë vlerësimit, mësuesi/ja mban parasysh edhe argumentimin që nxënësit bëjnë për zgjidhjen e situatave problemore.

**Detyra:** Ushtrime nga teste të rëna në vite, si dhe nga tekste alternative, fletore pune, përgatitës për maturën etj.